Usa lo que sabes sobre la notación exponencial para completar las expresiones a continuación.

1. $\underbrace{(-2) \times \cdots \times (-2)}_{35 \text{ veces}} = (\mathbf{-2})^{\mathbf{35}}$

2. $\underbrace{\left(\frac{9}{2}\right) \times \cdots \times \left(\frac{9}{2}\right)}_{12 \text{ veces}} = \left(\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{12}}$

Cuando la base (el número que se multiplica en forma repetida) es negativa o fraccionaria, necesito usar paréntesis. Si no lo hago, el número que se está multiplicando no será claro. Algunos pueden pensar que el 2 o solo el numerador de la fracción se multiplica.

3. $\underbrace{8 \times \cdots \times 8}_{\_\_\_\_ \text{ veces}} = 8^{56}$

El exponente indica cuántas veces se multiplica el 8. Se multiplica 56 veces, así que eso es lo que se escribe en el espacio en blanco.

4. Reescribe cada número en notación exponencial usando 3 como base.
   a. $9 = \mathbf{3 \times 3 = 3^2}$
   b. $27 = \mathbf{3 \times 3 \times 3 = 3^3}$
   c. $81 = \mathbf{3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4}$
   d. $243 = \mathbf{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5}$

Todo lo que necesito es calcular cuántas veces multiplicar 3 para obtener el número que busco en las partes (a)–(d).

5. Escribe una expresión con (-2) como base con la que se obtenga un producto negativo.

   A continuación se muestra una solución posible.
   $(\mathbf{-2})^{\mathbf{3}} = (\mathbf{-2}) \times (\mathbf{-2}) \times (\mathbf{-2}) = \mathbf{-8}$

Para obtener un producto negativo, necesito confirmar que el número negativo se multiplica por un número de veces que sea impar. Como a partir del producto de dos números negativos se obtiene un número positivo, al multiplicar una vez más se obtendrá un producto negativo.

Sean x, a y b números y $b \neq 0$. Escribe cada expresión con el menor número de bases posibles.

1. $(-7)^3 \cdot (-7)^4 =$

$\boldsymbol{(-7)^{3+4}}$

Tengo que asegurarme de que la base de cada término sea la misma si quiero usar la identidad $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ para los Problemas 1 al 4.

2. $x^5 \cdot x^6 =$

$\boldsymbol{x^{5+6}}$

Para este problema, sé que $8 = 2^3$, entonces, puedo transformar el 8 para contar con una base de 2.

3. $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 =$

$\boldsymbol{\left(\frac{2}{3}\right)^{7+5}}$

4. $2^4 \cdot 8^2 =$

$\boldsymbol{2^4 \cdot \left(2^3\right)^2 =}$

$\boldsymbol{2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^3 =}$

$\boldsymbol{2^{4+3+3}}$

En este problema, veo dos bases, a y b. Puedo usar la propiedad conmutativa para reorganizar los a de manera que estén juntos y luego, reordenar los b para que estén juntos.

5. $ab^3 \cdot a^4 b^5 =$

$\boldsymbol{a \cdot a^4 \cdot b^3 \cdot b^5 =}$

$\boldsymbol{a^{1+4} \cdot b^{3+5}}$

6. $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} =$

$\boldsymbol{(-3)^{5-2}}$

Cuando las bases son las mismas en problemas de división, puedo usar la identidad $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$.

7. $\frac{a^2 b^5}{b^2} =$

$\boldsymbol{a^2 \cdot \frac{b^5}{b^2} =}$

$\boldsymbol{a^2 b^{5-2}}$

8. $\frac{27}{3^2} =$

$\boldsymbol{\frac{3^3}{3^2} =}$

$\boldsymbol{3^{3-2}}$

El número 27 es igual que $3 \times 3 \times 3$, que es igual a 3^3.

Notas sobre la lección

Los estudiantes podrán reescribir expresiones que involucren llevar potencias a potencias y productos a potencias. Se usarán las dos identidades siguientes:

Para cualquier número x y cualesquiera enteros positivos m y n, $(x^m)^n = x^{mn}$.

Para números x e y cualesquiera y un entero positivo n, $(xy)^n = x^n y^n$.

En la lección de hoy, aprendimos a usar la identidad para simplificar estas expresiones. Cuando las instrucciones digan "muestra en forma detallada" o "prueba", sé que necesito usar las identidades y propiedades que sabía antes para mostrar que la identidad que aprendí hoy es realmente verdadera.

Muestra (prueba) en detalle por qué $(3 \cdot x \cdot y)^5 = 3^5 \cdot x^5 \cdot y^5$.

$(\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y})^{\mathbf{5}} = (\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}) \cdot (\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}) \cdot (\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}) \cdot (\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}) \cdot (\mathbf{3} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y})$ ***Mediante la definición de la notación exponencial.***

$= (\mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3} \cdot \mathbf{3}) \cdot (\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{x}) \cdot (\boldsymbol{y} \cdot \boldsymbol{y} \cdot \boldsymbol{y} \cdot \boldsymbol{y} \cdot \boldsymbol{y})$ ***Mediante las propiedades conmutativa y asociativa.***

$= \mathbf{3}^{\mathbf{5}} \cdot \boldsymbol{x}^{\mathbf{5}} \cdot \boldsymbol{y}^{\mathbf{5}}$ ***Mediante la definición de la notación exponencial o la primera ley de los exponentes.***

$= \mathbf{3}^{\mathbf{5}} \boldsymbol{x}^{\mathbf{5}} \boldsymbol{y}^{\mathbf{5}}$

Si voy a utilizar la primera ley de los exponentes para explicar esta parte de mi demostración, tal vez quiera mostrar otra línea de mi trabajo que se ve de esta manera:
$\mathbf{3}^{\mathbf{1+1+1+1+1}} \cdot x^{\mathbf{1+1+1+1+1}} \cdot y^{\mathbf{1+1+1+1+1}}$.

Considera que x, y, f y g son números ($x, y, f, g \neq 0$). Simplifica cada una de las expresiones siguientes.

1. $\frac{x^6}{x^6}$

$= \boldsymbol{x^{6-6}}$

$= \boldsymbol{x^0}$

$= \mathbf{1}$

Recuerdo que en clase, definimos un número elevado a la potencia de cero como 1.

2. $\frac{x^3 y^4}{x^3 y^4}$

$= \boldsymbol{x^{3-3} y^{4-4}}$

$= \boldsymbol{x^0 y^0}$

$= \mathbf{1^\circ 1}$

$= \mathbf{1}$

3. $4^5 \cdot \frac{1}{4^5}$

$= \frac{\mathbf{4^5}}{\mathbf{4^5}}$

$= \mathbf{4^{5-5}}$

$= \mathbf{4^0}$

$= \mathbf{1}$

Tengo que aplicar la regla para la multiplicación de fracciones.

Multiplico el numerador las veces que indica el numerador y el denominador las veces que indica el denominador.

4. $3^7 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot 3^5 \cdot \frac{1}{3^7} \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^2}$

$= \frac{\mathbf{3^7 \cdot 1 \cdot 3^5 \cdot 1 \cdot 3^2 \cdot 1}}{\mathbf{3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^2}}$

$= \frac{\mathbf{3^{7+5+2}}}{\mathbf{3^{5+7+2}}}$

$= \frac{\mathbf{3^{14}}}{\mathbf{3^{14}}}$

$= \mathbf{3^{14-14}}$

$= \mathbf{3^0}$

$= \mathbf{1}$

5. $\frac{f^4 \cdot g^3}{g^3 \cdot f^4}$

$= \frac{\boldsymbol{f^4 \cdot g^3}}{\boldsymbol{f^4 \cdot g^3}}$

$= \boldsymbol{f^{4-4} \cdot g^{3-3}}$

$= \boldsymbol{f^0 g^0}$

$= \mathbf{1 \cdot 1}$

$= \mathbf{1}$

6. $\left(8^2(2^6)\right)^0$

$= \mathbf{(8^2)^0 \cdot (2^6)^0}$

$= \mathbf{8^{2.0} \cdot 2^{6.0}}$

$= \mathbf{8^0 \cdot 2^0}$

$= \mathbf{1 \cdot 1}$

$= \mathbf{1}$

Hay una potencia fuera del símbolo de agrupación. Eso significa que debo usar la tercera y la segunda ley de los exponentes para simplificar esta expresión.

Notas sobre la lección

Necesitarás tu Hoja de referencia de ecuaciones. Los números entre paréntesis en las soluciones a continuación se correlacionan con la hoja de referencia.

Ejemplos

1. Calcula: $(-2)^4 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^{-2} \cdot (-2)^0 \cdot (-2)^{-2}$

$$= (-2)^{\mathbf{4+3+(-2)+0+(-2)}}$$
$$= (-2)^{\mathbf{3}}$$
$$= \mathbf{-8}$$

Los exponentes negativos siguen las mismas identidades que los exponentes positivos y los exponentes de cero.

2. Sin usar (10), muestra en forma directa que $(y^{-1})^6 = y^{-6}$.

$(\boldsymbol{y}^{-\mathbf{1}})^6 = \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{y}^{\mathbf{1}}}\right)^{\mathbf{6}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

$= \frac{\mathbf{1}^{\mathbf{6}}}{\boldsymbol{y}^{\mathbf{6}}}$ ***Mediante*** $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ ***(14)***

$= \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{y}^{\mathbf{6}}}$

$= \boldsymbol{y}^{-\mathbf{6}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

3. Sin usar (13), muestra en forma directa que $\frac{6^{-9}}{6^3} = 6^{-12}$.

$\frac{6^{-9}}{6^3} = \mathbf{6}^{-\mathbf{9}} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{3}}}$ ***Mediante la fórmula del producto para fracciones complejas***

$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{9}}} \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{3}}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{9}} \cdot \mathbf{6}^{\mathbf{3}}}$ ***Mediante la fórmula del producto para fracciones complejas***

$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{9+3}}}$ ***Mediante*** $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ ***(10)***

$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}^{\mathbf{12}}}$

$= \mathbf{6}^{-\mathbf{12}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

Notas sobre la lección

Necesitarás tu Hoja de referencia de ecuaciones. Los números entre paréntesis en las soluciones a continuación se correlacionan con la hoja de referencia.

Ejemplos

1. Dos personas que viajaron al exterior recientemente se infectaron con una cepa de bacterias muy contagiosas. Cuando la pareja regresó, les transmitieron las bacterias a tres personas. La semana siguiente, cada una de esas tres personas contagió a otras tres. Esta tasa de infección continúa semana tras semana. Al cabo de 5 semanas, ¿cuántas personas se habrían contagiado?

Al regresar, las 3 personas contagiaron a 3 personas cada una. Por lo tanto, en la semana 1, hay 9 nuevas personas contagiadas, o $(3 \times 3) = 3^2$. Esas 9 personas contagian a 3 personas cada una o a 27 nuevas personas. $(3^2 \times 3) = 3^3$

Semana de regreso	$\mathbf{2 + 3}$
Semana 1	$\mathbf{(3 \times 3) + (2 + 3)}$
Semana 2	$\mathbf{(3^2 \times 3) + (3 \times 3) + (2 + 3)}$
Semana 3	$\mathbf{(3^3 \times 3) + (3^2 \times 3) + (3 \times 3) + (2 + 3)}$
Semana 4	$\mathbf{(3^4 \times 3) + (3^3 \times 3) + (3^2 \times 3) + (3 \times 3) + (2 + 3)}$
Semana 5	$\mathbf{(3^5 \times 3) + (3^4 \times 3) + (3^3 \times 3) + (3^2 \times 3) + (3 \times 3) + (2 + 3)}$

2. Muestra en forma directa que $r^{-10} \cdot r^{-12} = r^{-22}$.

“Muestra en forma directa” o “prueba” tienen el mismo significado: Debo usar las identidades y definiciones que sé que son verdaderas para los números enteros para probar que las identidades también son verdaderas para los exponentes enteros.

$\boldsymbol{r^{-10} \cdot r^{-12} = \frac{1}{r^{10}} \cdot \frac{1}{r^{12}}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

$\boldsymbol{= \frac{1}{r^{10} \cdot r^{12}}}$ ***Mediante la fórmula del producto para fracciones complejas***

$\boldsymbol{= \frac{1}{r^{10+12}}}$ ***Mediante $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ para los números enteros m y n (6)***

$\boldsymbol{= \frac{1}{r^{22}}}$

$\boldsymbol{= r^{-22}}$ ***Mediante la definición de los exponentes negativos (9)***

1. ¿Cuál es la potencia menor a 10 que superaría $6{,}234{,}579$?

   ***M* tiene 7 dígitos, de manera que un número con 8 dígitos lo superará.**

   $$\boldsymbol{M = 6{,}234{,}579 < 9{,}999{,}999 < 10{,}000{,}000 = 10^7}$$

   La potencia menor a 10 que superaría $6{,}234{,}579$ es 10^7.

   Si creo un número con la misma cantidad de dígitos que M, pero que todos sean nueves, sé que ese nuevo superará M. Si luego, sumo 1, obtendré un número que puede escribirse como una potencia de 10.

2. ¿Qué número es equivalente a 0.001: 10^3 o 10^{-3}? ¿Cómo lo sabes?

   10^{-3} es equivalente a 0.001. Las potencias positivas de 10 crean números grandes, mientras que las potencias negativas de 10 crean números inferiores a uno. El número 10^{-3} es igual a la fracción $\frac{1}{10^3}$, que es igual a $\frac{1}{1000}$ y 0.001. Dado que 0.001 es un número pequeño, su potencia de 10 debería ser negativa.

3. Jessica dijo que 0.0001 es mayor que 0.1 porque el primer número tiene más dígitos a la derecha del punto decimal. ¿Jessica tiene razón? Explica tu pensamiento usando potencias negativas de 10 y la recta numérica.

   $\boldsymbol{0.0001 = \frac{1}{10000} = 10^{-4}}$ ***y*** $\boldsymbol{0.1 = \frac{1}{10} = 10^{-1}}$

   En una recta numérica 10^{-1} está más lejos del 0 que 10^{-4}; esto significa que 10^{-1} es mayor que 10^{-4}. Por lo tanto, Jessica está equivocada porque $0.0001 < 0.1$.

   Debo recordar que los exponentes negativos se comportan de manera diferente a los exponentes positivos. Debo pensar en la recta numérica y que cuanto más a la derecha se encuentre el número, mayor será.

4. Ordena los siguientes números de menor a mayor:

   $10^2 \quad 10^{-4} \quad 10^0 \quad 10^{-3}$

   $\boldsymbol{10^{-4} < 10^{-3} < 10^0 < 10^2}$

   Dado que todas las bases son iguales, solo necesito verificar que todos los exponentes estén ordenados de menor a mayor.

1. Un disco duro de 250 *gigabytes* dispone de un total de $250{,}000{,}000{,}000$ bytes de espacio disponibles para almacenamiento. Un disco flexible de 3.5 pulgadas, de dos caras, que se usaba en la década de 1980, podía almacenar aproximadamente 8×10^5 bytes. ¿Cuántos discos flexibles de dos caras serían necesarios para llenar un disco duro de 250 gigabytes?

$$\mathbf{250{,}000{,}000{,}000 \approx 3 \times 10^{11}}$$

$$\frac{3 \times 10^{11}}{8 \times 10^5} = \frac{3}{8} \times \frac{10^{11}}{10^5}$$
$$= 0.375 \times 10^{11-5}$$
$$= 0.357 \times 10^6$$
$$= 375{,}000$$

Sé que cuando la pregunta dice: "¿Cuántos ... se necesitaría para llenar...?" es necesario dividir.

Se necesitarían $375{,}000$ discos flexibles para llenar el disco rígido de 250 gigabytes.

2. Un cálculo de la operación $2{,}000{,}000 \times 3{,}000{,}000{,}000$ brinda una respuesta de $6\text{e} + 15$. ¿Qué significa la respuesta de $6\text{e} + 15$ en la pantalla de la calculadora? Explica cómo sabes esa información.

La respuesta significa 6×10^{15}. Se sabe esto porque

$$(2 \times 10^6) \times (3 \times 10^9) = (2 \times 3) \times (10^6 \times 10^9)$$
$$= 6 \times 10^{6+9}$$
$$= 6 \times 10^{15}$$

Sé que las propiedades conmutativa y asociativa se aplican a la multiplicación. Por eso, puedo usar la primera ley de los exponentes para simplificar la expresión.

3. Un cálculo aproximado del número de neuronas en el cerebro de una rata promedio es 2×10^8. Un gato cuenta con aproximadamente 8×10^8 neuronas. ¿Qué animal tiene un mayor número de neuronas? ¿Cuál es la diferencia?

$$8 \times 10^8 > 2 \times 10^8$$

$$\frac{8 \times 10^8}{2 \times 10^8} = \frac{8}{2} \times \frac{10^8}{10^8}$$
$$= 4 \times 10^{8-8}$$
$$= 4 \times 10^0$$
$$= 4 \times 1$$
$$= 4$$

Necesito dividir para calcular cuántas veces más grande es el número de neuronas de un gato que el de una rata.

Un gato tiene 4 veces más de neuronas que una rata.

Definiciones

Se dice que un decimal positivo debe escribirse en notación científica cuando se expresa como un producto $d \times 10^n$, donde d es un decimal mayor a o igual a 1 y menor a 10 y n es un número entero.

El entero n recibe el nombre de orden de magnitud del decimal $d \times 10^n$.

Ejemplos

1. Escribe el número $32{,}000{,}000{,}000$ en notación científica.

$$\mathbf{32{,}000{,}000{,}000 = 3.2 \times 10^{10}}$$

Colocaré el decimal entre 3 y 2 para obtener un valor que sea mayor a 1 y menor a 10.

Necesitaré multiplicar 3.2 por 10^{10} porque necesito escribir una forma equivalente a 32,000,000,000.

2. ¿Cuál es la suma de 5.4×10^7 más 8.24×10^9?

Para sumar términos, necesitan ser términos semejantes. Sé que eso significa que las magnitudes o potencias necesitan ser iguales.

$$\mathbf{(5.4 \times 10^7) + (8.24 \times 10^9)}$$

$= (5.4 \times 10^7) + \left(8.24 \times (10^2 \times 10^7)\right)$ ***Mediante la primera ley de los exponentes***

$= (5.4 \times 10^7) + \left((8.24 \times 10^2) \times 10^7\right)$ ***Mediante la propiedad asociativa de la multiplicación***

$= (5.4 \times 10^7) + (824 \times 10^7)$

$= (5.4 + 824) \times 10^7$ ***Mediante la propiedad distributiva***

$= 829.4 \times 10^7$

$= (8.294 \times 10^2) \times 10^7$

$= 8.294 \times 10^9$

Sé que "$\times\ 10^2$" multiplica 8.24 por 100.

El último paso consiste en escribir esto en notación científica.

3. Lextor Company publicó sus ganancias trimestrales para 2014.
   Trimestre 1: 2.65×10^6 dólares
   Trimestre 2: 1.6×10^8 dólares
   Trimestre 3: 6.1×10^6 dólares
   Trimestre 4: 2.25×10^8 dólares

   ¿Cuáles son las ganancias promedio para los cuatro trimestres? Escribe tu respuesta en notación científica.

$$\begin{aligned}
\textbf{Ganancias promedio} &= \frac{\left(2.65 \times 10^6\right) + \left(1.6 \times 10^8\right) + \left(6.1 \times 10^6\right) + \left(2.25 \times 10^8\right)}{4} \\
&= \frac{\left(2.65 \times 10^6\right) + \left(1.6 \times 10^2 \times 10^6\right) + \left(6.1 \times 10^6\right) + \left(2.25 \times 10^2 \times 10^6\right)}{4} \\
&= \frac{\left(2.65 \times 10^6\right) + \left(160 \times 10^6\right) + \left(6.1 \times 10^6\right) + \left(225 \times 10^6\right)}{4} \\
&= \frac{\left(2.65 + 160 + 6.1 + 225\right) \times 10^6}{4} \\
&= \frac{393.75 \times 10^6}{4} \\
&= \frac{393.75}{4} \times 10^6 \\
&= 98.4375 \times 10^6 \\
&= 9.84375 \times 10^7
\end{aligned}$$

***Las ganancias promedio en* 2014 *para Lextor Company fueron de* 9.84375×10^7 *dólares*.**

1. Un rayo produce 1.1×10^{10} vatios de energía en aproximadamente 1 segundo. ¿Cuánta energía produciría ese rayo si durara 24 horas? (Nota: 24 horas es igual a $86{,}400$ segundos).

$$\left(\mathbf{1.1 \times 10^{10}}\right) \times \mathbf{86{,}400}$$
$$= \left(\mathbf{1.1 \times 10^{10}}\right) \times \left(\mathbf{8.64 \times 10^{4}}\right)$$
$$= (\mathbf{1.1 \times 8.64}) \times \left(\mathbf{10^{10} \times 10^{4}}\right)$$
$$= \mathbf{9.504 \times 10^{10+4}}$$
$$= \mathbf{9.504 \times 10^{14}}$$

Necesito tomar la cantidad de energía generada en un segundo y multiplicarla por $86{,}400$.

Un rayo generaría $\mathbf{9.504 \times 10^{14}}$ vatios si durara $\mathbf{24}$ horas.

2. Existen aproximadamente $7{,}000{,}000{,}000$ de personas en el mundo. Australia tiene una población de aproximadamente 2.306×10^{7} personas. ¿Cuál es la diferencia entre la población mundial y la de Australia?

$$\mathbf{7{,}000{,}000{,}000 - 2.306 \times 10^{7}}$$
$$= \left(\mathbf{7 \times 10^{9}}\right) - \left(\mathbf{2.306 \times 10^{7}}\right)$$
$$= \left(\mathbf{7 \times 10^{2} \times 10^{7}}\right) - \left(\mathbf{2.306 \times 10^{7}}\right)$$
$$= \left(\mathbf{700 \times 10^{7}}\right) - \left(\mathbf{2.306 \times 10^{7}}\right)$$
$$= (\mathbf{700 - 2.306}) \times \mathbf{10^{7}}$$
$$= \mathbf{697.694 \times 10^{7}}$$
$$= \mathbf{6.97694 \times 10^{9}}$$

Al igual que en la última lección, necesito verificar que los números tengan el mismo orden de magnitud (exponente) antes de realizar la resta.

La diferencia entre la población mundial y la de Australia es de aproximadamente $\mathbf{6.97694 \times 10^{9}}$ personas.

3. El cuerpo de un ser humano adulto tiene una cantidad promedio de 5×10^{13} células. El cuerpo de un bebé recién nacido está formado por aproximadamente 2.5×10^{12} células.

   a. Calcula el número combinado de células.

$$\begin{aligned}\textbf{Número combinado de células} &= \left(\mathbf{5 \times 10^{13}}\right) + \left(\mathbf{2.5 \times 10^{12}}\right) \\ &= \left(\mathbf{5 \times 10^{1} \times 10^{12}}\right) + \left(\mathbf{2.5 \times 10^{12}}\right) \\ &= \left(\mathbf{50 \times 10^{12}}\right) + \left(\mathbf{2.5 \times 10^{12}}\right) \\ &= \left(\mathbf{50 + 2.5}\right) \times \mathbf{10^{12}} \\ &= \mathbf{52.5 \times 10^{12}} \\ &= \mathbf{5.25 \times 10^{13}}\end{aligned}$$

   El número combinado de células de un ser humano adulto y de un bebé es de $\mathbf{5.25 \times 10^{13}}$ células.

   b. Dado que el número de células en un elefante promedio es de aproximadamente 1.5×10^{27}, ¿cuántas veces mayor es el número de células en un elefante en comparación con el número combinado de células de un ser humano adulto y de un bebé?

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{1.5 \times 10^{27}}}{\mathbf{5.25 \times 10^{13}}} &= \frac{\mathbf{1.5}}{\mathbf{5.25}} \times \frac{\mathbf{10^{27}}}{\mathbf{10^{13}}} \\ &\approx \mathbf{0.286 \times 10^{27-13}} \\ &= \mathbf{0.286 \times 10^{14}} \\ &= \mathbf{2.86 \times 10^{13}}\end{aligned}$$

   El número de células en un elefante es aproximadamente $\mathbf{2.86 \times 10^{13}}$ veces mayor que el número combinado de células de un ser humano adulto y de un bebé.

1. ¿Cuál de los dos siguientes números es mayor? Explica cómo lo sabes.
   8.25×10^{15} y 8.2×10^{20}

   ***El número* $\mathbf{8.2 \times 10^{20}}$ *es mayor. Al comparar el orden de magnitud de cada uno de los números, es obvio que* $\mathbf{20 > 15}$*; por lo tanto,* $\mathbf{8.2 \times 10^{20} > 8.25 \times 10^{15}}$.**

   Para calcular cuál número es mayor, necesito observar el orden de magnitud (exponente) de cada número.

2. ¿Cuántas veces mayor es 8.2×10^{20} en comparación con 8.25×10^{15}?

$$\frac{\mathbf{8.2 \times 10^{20}}}{\mathbf{8.25 \times 10^{15}}} = \frac{\mathbf{8.2}}{\mathbf{8.25}} \times \frac{\mathbf{10^{20}}}{\mathbf{10^{15}}}$$
$$= \mathbf{0.993939... \times 10^{20-15}}$$
$$\approx \mathbf{0.99 \times 10^{5}}$$
$$= \mathbf{99{,}000}$$

   $\mathbf{8.2 \times 10^{20}}$ ***es cerca de*** $\mathbf{99{,}000}$ ***veces mayor que*** $\mathbf{8.25 \times 10^{15}}$**.**

3. Supón que el área geográfica del condado de Los Ángeles es de $4{,}751$ millas cuadradas. Si el estado de California posee un área de 1.637×10^5 millas cuadradas, eso significa que sería necesario contar con aproximadamente 35 condados de Los Ángeles para ocupar el estado de California. En 2013, la población del condado de Los Ángeles era de 1×10^7 personas. Si la población fuera proporcional al área, ¿cuál sería la población del estado de California? Escribe tu respuesta en notación científica.

$$\mathbf{1 \times 10^{7} \times 35 = 35 \times 10^{7}}$$
$$= \mathbf{(3.5 \times 10) \times 10^{7}}$$
$$= \mathbf{3.5 \times \left(10 \times 10^{7}\right)}$$
$$= \mathbf{3.5 \times 10^{8}}$$

   La población de California sería de $\mathbf{3.5 \times 10^{8}}$ ***personas*.**

   Considerando que se necesitarían aproximadamente 35 condados de Los Ángeles para ocupar el estado de California, entonces necesito multiplicar la población del estado de Los Ángeles por 35.

   La expresión 35×10^7 no se encuentra en notación científica porque 35 es demasiado grande (tiene que ser inferior a 10). Puedo reescribir 35 como 3.5×10 porque $35 = 3.5 \times 10$.

1. ¿Cuál es el promedio de los siguientes dos números?
   3.257×10^3 y 3.1×10^3

$$\frac{\mathbf{3.257 \times 10^3 + 3.1 \times 10^3}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{(3.257 + 3.1) \times 10^3}}{\mathbf{2}}$$
$$= \frac{\mathbf{6.357 \times 10^3}}{\mathbf{2}}$$
$$= \frac{\mathbf{6.357}}{\mathbf{2}} \times \mathbf{10^3}$$
$$= \mathbf{3.1785 \times 10^3}$$

Para calcular el promedio, necesito sumar los dos números y luego, dividir entre 2. Ya que los números están elevados a la misma potencia de 10, realmente solo necesito sumar 3.257 y 3.1.

2. Supón que te dan los siguientes datos y te piden que elijas una nueva unidad para realizar comparaciones y facilitar las discusiones sobre los datos.

1.9×10^{15}	3.75×10^{19}
9.26×10^{16}	7.02×10^{19}
4.56×10^{17}	2.4×10^{3}

Necesito analizar los exponentes para ver cuál es más común o cuál exponente se aproxima más a la mayor parte de los números. Dado que estoy tomando una decisión en relación a la unidad, solo necesito estar seguro de que mi opción es razonable.

a. ¿Qué nueva unidad elegirías? Indica cuál es y exprésala usando una potencia de 10.

Elegiría usar $\mathbf{10^{18}}$ como mi unidad. Ignoro el número con $\mathbf{10^3}$ porque es mucho menor que el resto de los números. La mayor parte de los otros números se encuentra cerca de $\mathbf{10^{18}}$. Renombraré mi unidad $\boldsymbol{Q}$.

b. Reescribe por lo menos dos datos usando la nueva unidad.

$$\frac{\mathbf{1.9 \times 10^{15}}}{\mathbf{10^{18}}} = \mathbf{1.9 \times 10^{15-18}} = \mathbf{1.9 \times 10^{-3}} = \mathbf{0.0019}$$

$\mathbf{1.9 \times 10^{15}}$ ***reescrito en la nueva unidad es*** $\mathbf{0.0019}\boldsymbol{Q}$.

$$\frac{\mathbf{7.02 \times 10^{19}}}{\mathbf{10^{18}}} = \mathbf{7.02 \times 10^{19-18}} = \mathbf{7.02 \times 10^{1}} = \mathbf{70.2}$$

$\mathbf{7.02 \times 10^{19}}$ ***reescrito en la nueva unidad es*** $\mathbf{70.2}\boldsymbol{Q}$.

Para reescribir los datos, tomaré el número original y lo dividiré por el valor de mi unidad, Q, que es 10^{18}.

1. Si $a \times 10^n < b \times 10^n$, ¿cuáles son algunos posibles valores para a y b? Explica cómo lo sabes.

Cuando dos números se elevan de forma individual a la misma potencia de $\mathbf{10}$, en este caso, la potencia de n, solo necesitas observar los números a y b al comparar los valores (la Desigualdad (A) garantiza esto). Como sabemos que $a \times \mathbf{10^n} < b \times \mathbf{10^n}$, entonces también sabemos que a < b. Así, un valor posible para a es $\mathbf{5}$ y un valor posible para b es $\mathbf{6}$ porque $\mathbf{5} < \mathbf{6}$.

Recuerdo que la Desigualdad (A) expresa: Sean x e y números y sea $z > 0$. Luego, $x < y$ si y solo si $xz < yz$.

2. Supón que $A \times 10^{-5}$ no está escrito en notación científica y que A es positivo. Esto significa que A es mayor que cero, pero no necesariamente menor que 10. ¿Es posible hallar un número A de manera que $A \times 10^{-5} < 1.1 \times 10^{5}$ no sea verdadero? En ese caso, ¿qué número podría ser A?

Dado $\mathbf{10^{-5} = 0.00001}$ y $\mathbf{1.1 \times 10^5 = 110000}$, entonces, un número para A mayor que $\mathbf{1.1 \times 10^{10}}$ mostraría que $A \times \mathbf{10^{-5}} < \mathbf{1.1 \times 10^5}$ no es verdadero.

Si $A = \mathbf{1.1 \times 10^{10}}$, entonces por sustitución

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A \times 10^{-5}} &= \boldsymbol{\left(1.1 \times 10^{10}\right) \times 10^{-5}} \\ &= \boldsymbol{1.1 \times 10^{10+(-5)}} \\ &= \boldsymbol{1.1 \times 10^{5}}. \end{aligned}$$

Si $A = \mathbf{1.1 \times 10^{10}}$, entonces $A \times \mathbf{10^{-5} = 1.1 \times 10^5}$. Por lo tanto, A puede ser cualquier número siempre que $A > \mathbf{1.1 \times 10^{10}}$.

Si $A \times 10^{-5} < 1.1 \times 10^5$ no está escrito en notación científica, significa que A puede ser realmente un número muy grande. Me preguntan si puedo pensar en un número que, al multiplicarse por 10^{-5}, o su equivalente, $\frac{1}{100000}$, sea mayor que 1.1×10^5.

3. ¿Cuál de los siguientes dos números es mayor?

2.68941×10^{27} o 2.68295×10^{27}

Dado $\mathbf{2.68941 > 2.68295}$, entonces $\mathbf{2.68941 \times 10^{27} > 2.68295 \times 10^{27}}$.

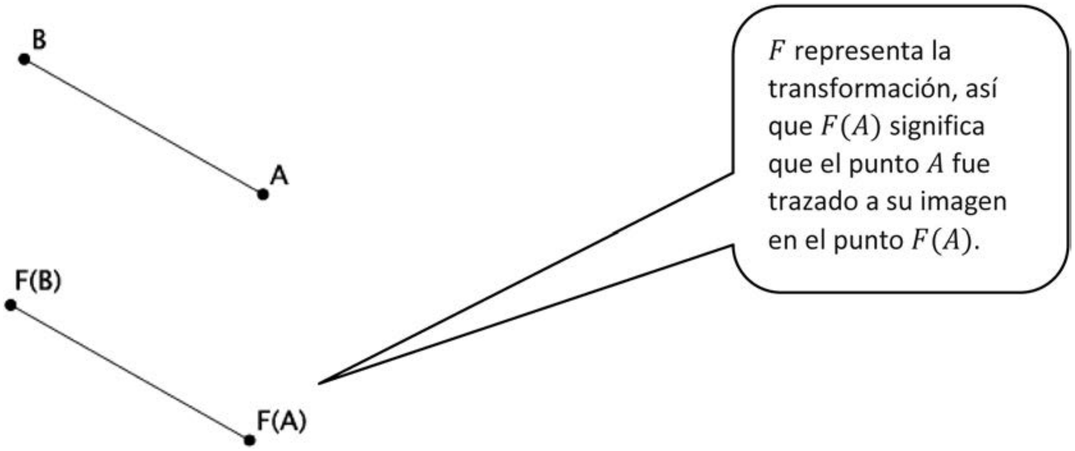
Dado que ambos números están elevados a la misma potencia (nuevamente, la Desigualdad (A)), todo lo que necesito comparar es 2.68941 con 2.68295.

Notas de la lección

Se introducen trasformaciones del plano (por ej., traslaciones, reflexiones y rotaciones). Las trasformaciones son isométricas.

Ejemplo

Usando tanto del vocabulario nuevo como puedas, intenta describir lo que ves en el diagrama de abajo.



Hubo una transformación, F, que movió el punto A a su imagen $F(A)$ y el punto B a su imagen $F(B)$. Ya que la transformación es isométrica, la distancia entre los puntos A y B es la misma que la distancia entre los puntos $F(A)$ and $F(B)$.

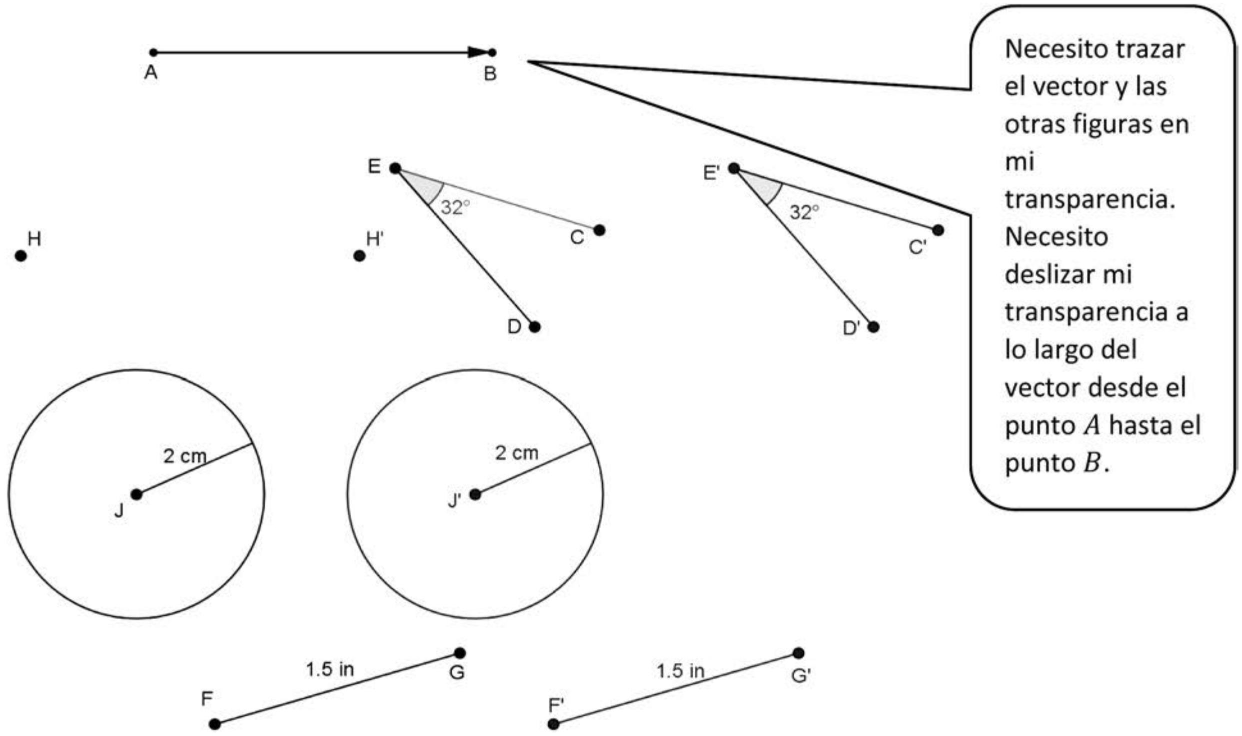
Notas de la lección

Las traslaciones mueven las figuras a lo largo de un vector. El vector tiene un punto de origen y un punto de llegada. Las traslaciones trazan líneas a líneas, rayas a rayas, segmentos a segmentos y ángulos a ángulos. Las traslaciones preservan la longitud de los segmentos y los grados de los ángulos.

Ejemplos

1. Usa tu transparencia para trasladar el ángulo de 32 grados, un segmento con una longitud de 1.5 pulgadas, un punto y un círculo con un radio de 2 cm a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$. Etiqueta los puntos y medidas (las medidas no necesitan ser precisas pero tu figura debe estar etiquetada correctamente). Dibuja las imágenes de las figuras trasladadas y etiquétalas.

   Nota: Las figuras de abajo no están dibujadas a escala.



Usa tu dibujo del Problema 1 para contestar las siguientes preguntas.

2. ¿Cuál es la longitud del segmento trasladado? ¿Cómo se compara esta longitud con la longitud del segmento original? Explica.

   1.5 ***pulgadas. La longitud es la misma que la original porque las traslaciones preservan las longitudes de los segmentos.***

3. ¿Cuál es la longitud del radio del círculo trasladado? ¿Cómo se compara la longitud de este radio con la del radio del círculo original? Explica.

   2 ***centímetros. La longitud es la misma que la original porque las traslaciones preservan las longitudes de los segmentos.***

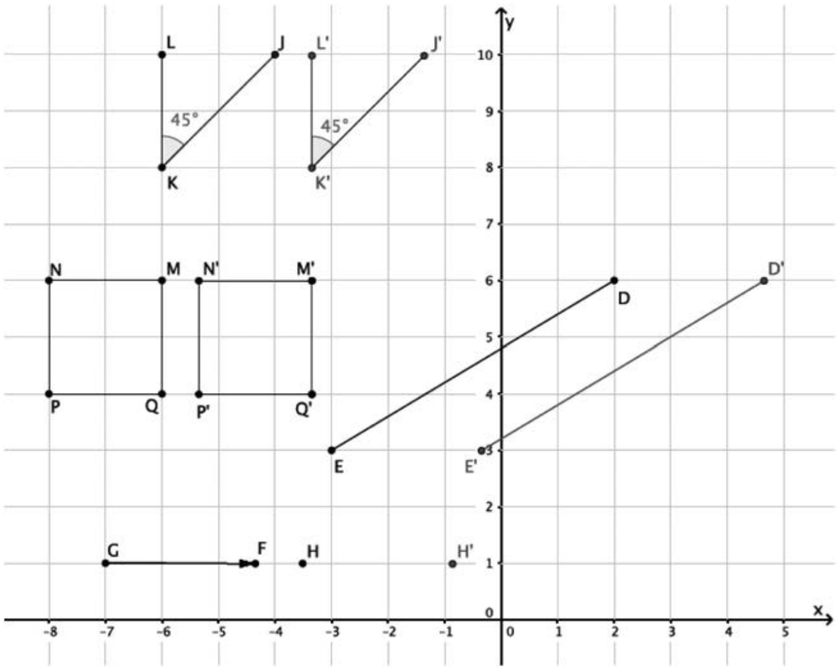
4. ¿Cuántos grados mide el ángulo trasladado? ¿Cómo se compara esta medida con la del ángulo original? Explica.

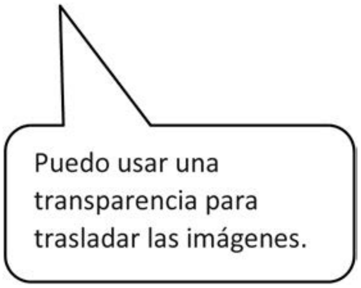
   32 ***grados. Los ángulos tendrán la misma medida porque las traslaciones preservan los grados de los ángulos.***

Cuando se trasladan rectas, son paralelas a la recta dada o coinciden. Las traslaciones trazan rectas paralelas a rectas paralelas.

Ejemplos

1. Traslada $\angle JKL$, segmento DE, punto H y el cuadrado $MNPQ$ a lo largo del vector $\overrightarrow{GF}$. Dibuja las imágenes y etiqueta todos los puntos usando la notación prima.





2. ¿Cuál es la medida de la imagen trasladada de $\angle JKL$? ¿Cómo lo sabes?

   La medida es $45°$. Las traslaciones preservan la medida del ángulo.

3. Conecta D a D'. ¿Qué sabes acerca de la recta que contiene el segmento formado al conectar los puntos D y D' y la recta que contiene el vector $\overrightarrow{GF}$?

   $\overleftrightarrow{DD'} \parallel \overleftrightarrow{GF}$

4. Conecta H a H'. ¿Qué sabes acerca de la recta que contiene el segmento formado al conectar los puntos H y H' y la recta que contiene el vector $\overrightarrow{GF}$?

   $\boldsymbol{\overleftrightarrow{HH'}}$ y $\boldsymbol{\overleftrightarrow{GF}}$ ***coinciden*****.**

5. Dado que la figura $MNPQ$ es un cuadrado, ¿qué sabes acerca de las rectas NP y MQ y sus imágenes trasladadas? Explica.

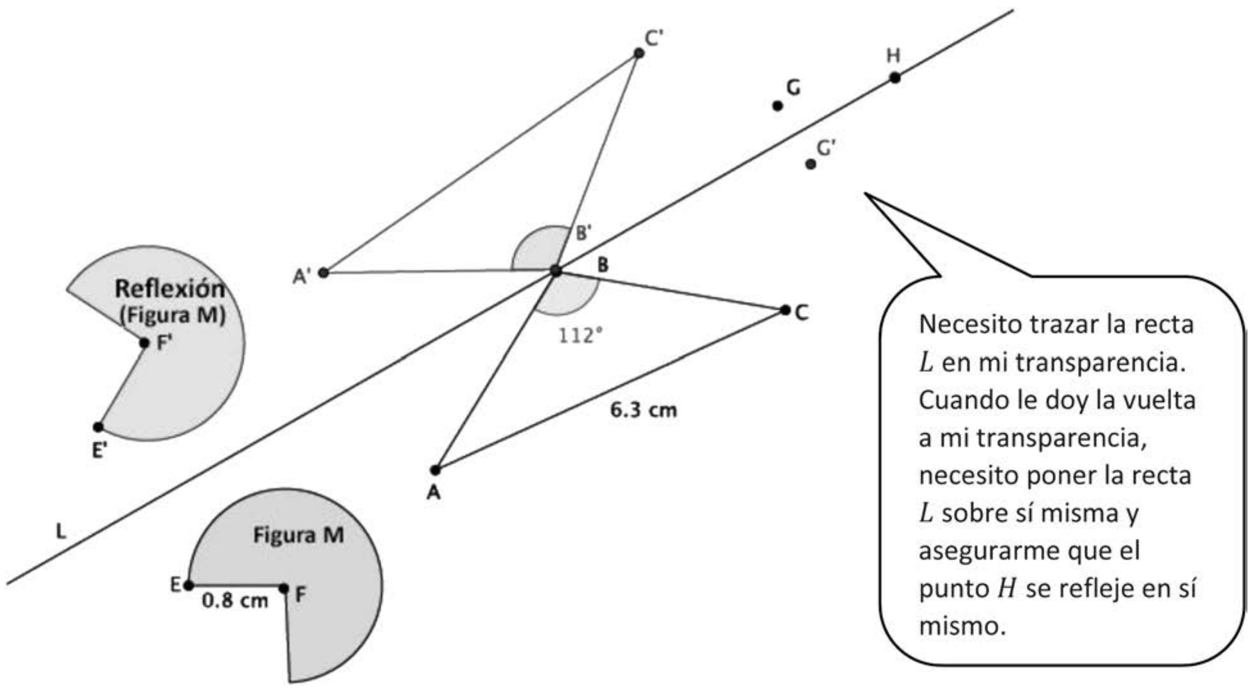
   Por definición de un cuadrado sé que $\boldsymbol{\overleftrightarrow{NP} \parallel \overleftrightarrow{MQ}}$. Ya que las traslaciones trazan rectas paralelas a rectas paralelas, entonces $\boldsymbol{\overleftrightarrow{N'P'} \parallel \overleftrightarrow{M'Q'}}$.

   Recuerdo que un cuadrado tiene lados opuestos que son paralelos.

Las reflexiones son movimientos rígidos básicos que trazan rectas a rectas, rayas a rayas, segmentos a segmentos y ángulos a ángulos. Los movimientos rígidos básicos preservan las longitudes de los segmentos y los grados de las medidas de los ángulos. Las reflexiones ocurren a través de una recta llamada eje de simetría (o recta de reflexión).

Ejemplos

1. En el diagrama de abajo, $\angle ABC = 112°$, $AC = 6.3\text{ cm}$, $EF = 0.8\text{ cm}$, el punto H está en la recta L y el punto G está fuera de la recta L. Haz que haya una reflexión a través de la recta L. Refleja y etiqueta cada una de las figuras y responde las preguntas que siguen.



Nota: El diagrama no es a escala.

2. ¿Cuál es la medida de la $Reflexión(\angle ABC)$? Explica.

   La medida de la $\boldsymbol{Reflexión(\angle ABC)}$ es $\mathbf{112°}$. Las reflexiones preservan los grados de los ángulos.

3. ¿Cuál es la longitud de la $Reflexión(EF)$? Explica.

   La longitud de la $\boldsymbol{Reflexión(EF)}$ es $\mathbf{0.8\ cm}$. Las reflexiones preservan las longitudes de los segmentos.

4. ¿Cuál es la longitud de la $Reflexión(AC)$?

   La longitud de la $\boldsymbol{Reflexión(AC)}$ es $\mathbf{6.3\ cm}$.

5. Tres figuras en la imagen no se movieron con la reflexión. Nombra las tres figuras y explica por qué no se movieron.

   No se movieron el punto B, el punto $\boldsymbol{H}$ ni la recta $\boldsymbol{L}$. Todos los puntos que conforman el eje de simetría permanecen en la misma ubicación cuando se reflejan. Ya que los puntos $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{H}$ están en el eje de simetría, no se movieron.

   Recuerdo que mi maestro/a me dijo que el eje de simetría (o recta de reflexión) se refleja pero no se mueve a un nuevo lugar.

6. Conecta los puntos G y G'. Nombra el punto de intersección del segmento con la recta del punto de reflexión Q. ¿Qué sabes acerca de las longitudes de los segmentos QG y QG'?

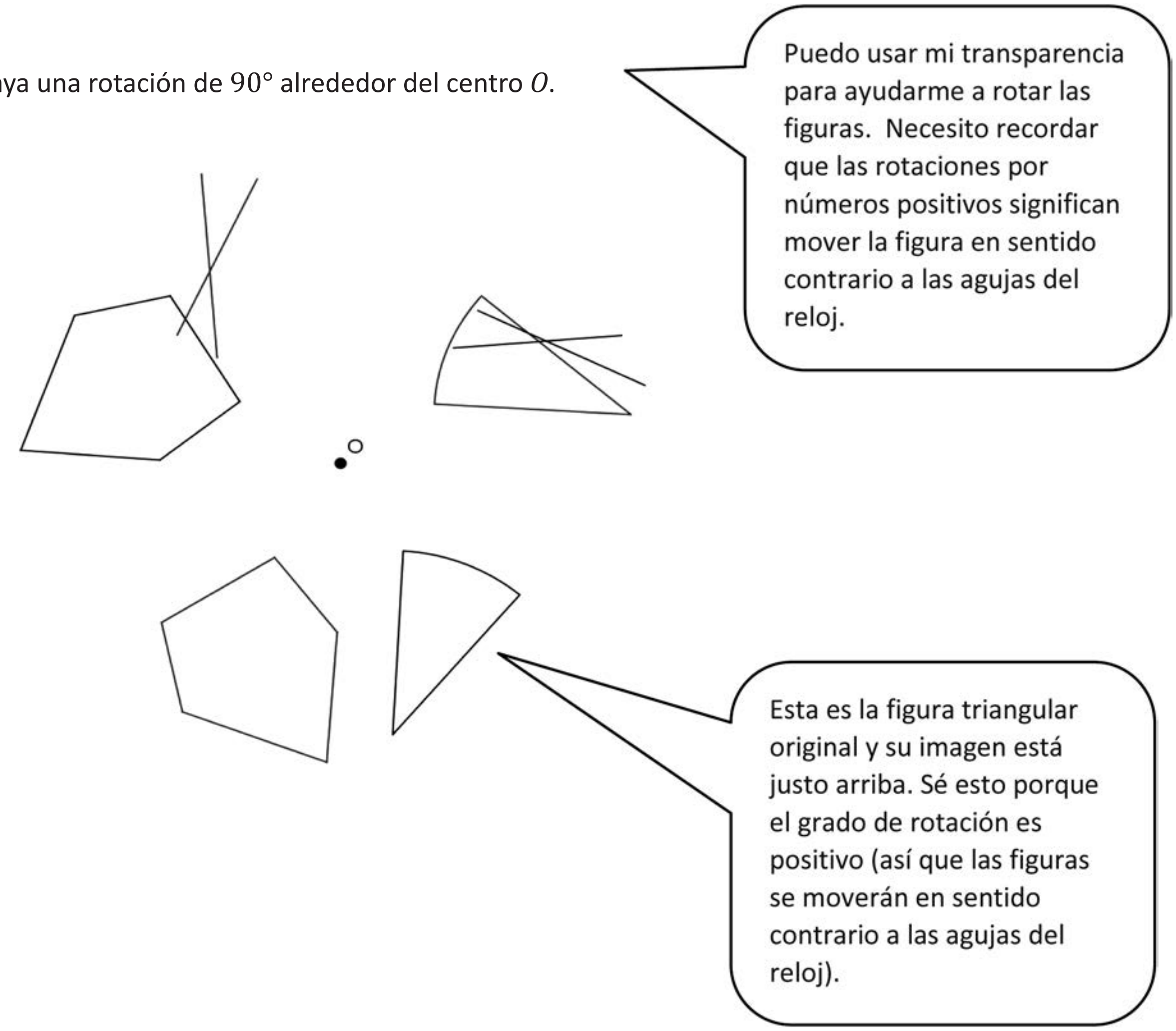
   La longitud de los segmentos $\boldsymbol{QG}$ y $\boldsymbol{QG'}$ es igual. El segmento $\boldsymbol{GG'}$ conecta el punto G a su imagen, $\boldsymbol{G'}$. El eje de simetría pasará por el punto medio, o bisecará, el segmento creado cuando conectas un punto con su imagen.

Notas de la lección

Las rotaciones son movimientos rígidos básicos que trazan rectas a rectas, rayas a rayas, segmentos a segmentos y ángulos a ángulos. Las rotaciones preservan las longitudes de los segmentos y los grados de las medidas de los ángulos. Las rotaciones requieren información sobre el centro de rotación y el grado sobre el cual rotar. Los grados positivos de rotación mueven la figura en sentido contrario a las agujas del reloj. Los grados negativos de rotación mueven la figura en sentido de las agujas del reloj.

Ejemplos

1. Haz que haya una rotación de $90°$ alrededor del centro O.



2. Un segmento con una longitud de 18 pulgadas se ha rotado d grados alrededor del centro O. ¿Cuál es la longitud del segmento rotado? ¿Cómo lo sabes?

   El segmento rotado tendrá una longitud de 18 pulgadas. La (Rotación 2) expresa que las rotaciones preservan las longitudes de los segmentos, así que la longitud del segmento rotado permanecerá igual que la original.

Necesito recordar que las propiedades básicas se conservarán sin importar cuántos grados rote. Puedo encontrar las propiedades básicas numeradas en mi cuadro de Resumen de la Lección.

3. Un ángulo de $52°$ se ha rotado d grados alrededor del centro O. ¿Cuál es la medida del ángulo rotado? ¿Cómo lo sabes?

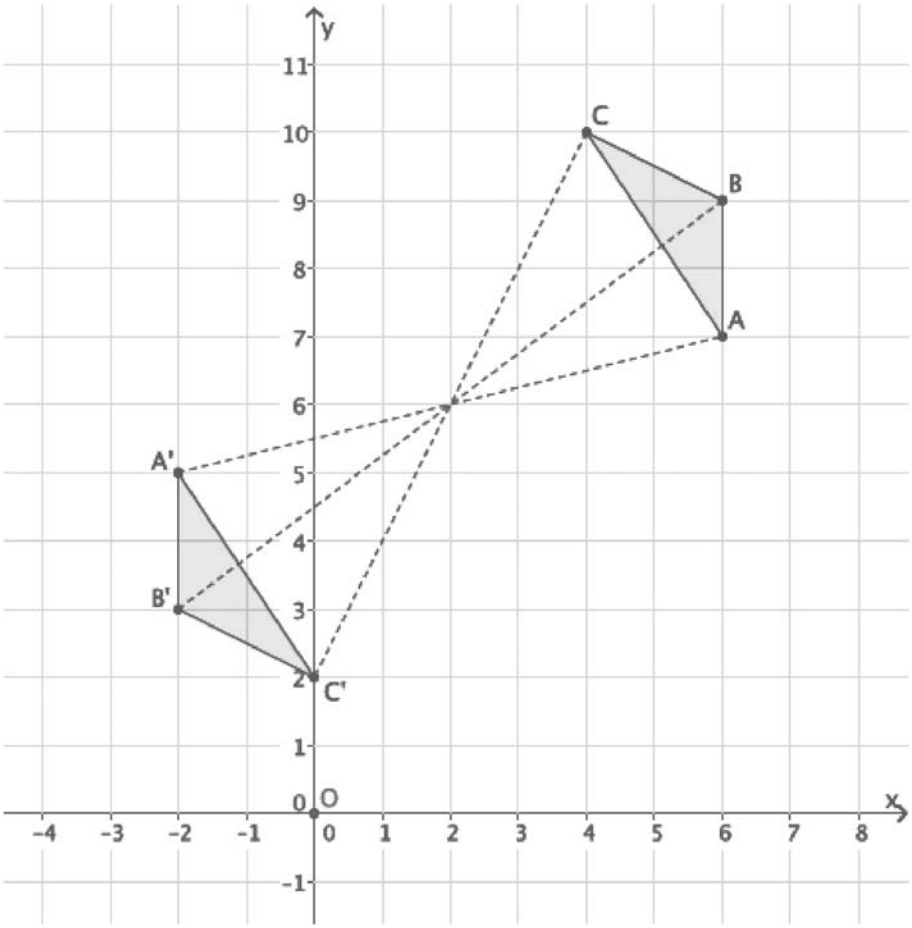
   El ángulo rotado medirá $52°$. La (Rotación 3) expresa que las rotaciones preservan las medidas de los ángulos, así que el ángulo rotado será del mismo tamaño que el original.

Notas de la lección

Cuando se rota una recta $180°$ alrededor de un punto que no está en la recta, traza a una recta paralela a la recta dada. Un punto P con una rotación de $180°$ alrededor del centro O produce un punto P' para que P, O, y P' sean colineales. Cuando rotamos coordenadas $180°$ alrededor de O, el punto con las coordenadas (a, b) se mueve al punto con las coordenadas $(-a, -b)$.

Ejemplo

Usa el siguiente diagrama para los Problemas 1–5. Usa tu transparencia según lo necesites.



1. Viendo solamente el segmento BC, ¿es posible que una rotación de $180°$ trace el segmento BC sobre el segmento $B'C'$? ¿Por qué sí o por qué no?

   ***Sí es posible porque los segmentos son paralelos*.**

Usaré mi transparencia para verificar que los segmentos son paralelos. Creo que el centro de rotación es el punto $(2, 6)$.

2. Viendo solamente el segmento AB, ¿es posible que una rotación de $180°$ trace el segmento AB sobre el segmento $A'B'$? ¿Por qué sí o por qué no?

   ***Sí es posible porque los segmentos son paralelos*.**

3. Viendo solamente el segmento AC, ¿es posible que una rotación de $180°$ trace el segmento AC sobre el segmento $A'C'$? ¿Por qué sí o por qué no?

   ***Sí es posible porque los segmentos son paralelos*.**

4. Conecta el punto B al punto B', el punto C al punto C' y el punto A al punto A'. ¿Qué notas? ¿Qué piensas que es ese punto?

   ***Todas las rectas se intersectan en un punto. El punto es el centro de rotación. Lo verifiqué usando mi transparencia*.**

Revisé cada segmento y su segmento rotado para ver si eran paralelos. Encontré el centro de rotación, así que puedo decir que hay una rotación de $180°$ sobre un centro.

5. ¿Una rotación trazaría $\Delta\, ABC$ sobre $\Delta\, A'B'C'$? Si es así, define la rotación (p. ej., grados y centro). Si no, explica por qué no.

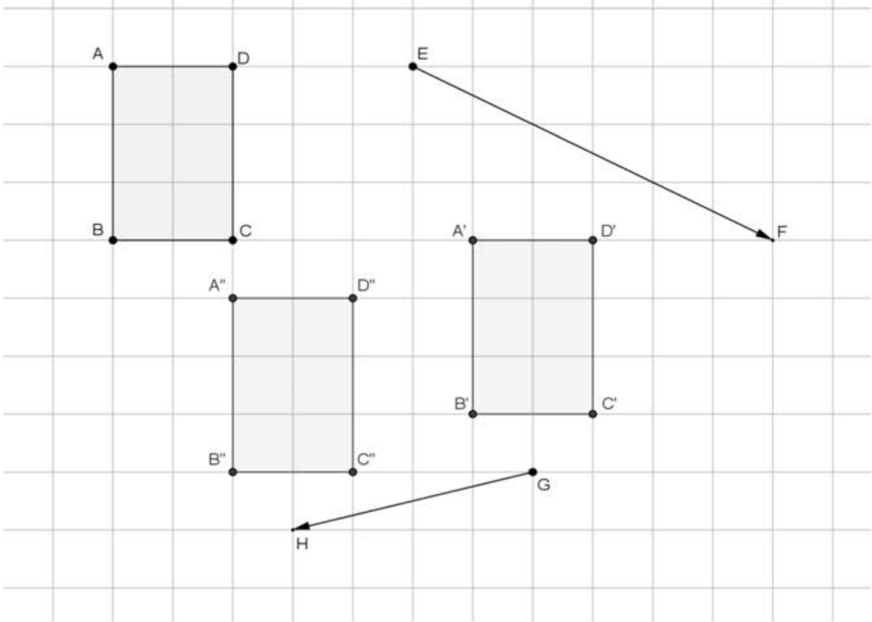
   Hagamos una rotación de $\mathbf{180°}$ alrededor del punto $\mathbf{(2, 6)}$.
   Entonces, Rotación$(\Delta \boldsymbol{ABC}) = \Delta\, \boldsymbol{A'B'C'}$.

Notas de la lección

Las secuencias de traslaciones tienen las mismas propiedades que una sola traslación (p. ej., trazar rectas a rectas, rayas a rayas, segmentos a segmentos y ángulos a ángulos). Las secuencias de traslaciones preservan las longitudes de los segmentos y las medidas en grados de los ángulos. Si una figura pasa por dos transformaciones y está en el mismo lugar donde estaba originalmente, entonces la figura se ha trazado sobre sí misma.

Ejemplos

1. Haz secuencias de traslación del rectángulo $ABCD$ (un cuadrilátero en donde ambos pares de lados opuestos son paralelos) a lo largo de los vectores $\overrightarrow{EF}$ y $\overrightarrow{GH}$. Etiqueta las imágenes trasladadas.



Voy a trazar el rectángulo y el vector $\overrightarrow{EF}$ sobre mi transparencia primero. Después voy a marcar la imagen como $A'B'C'D'$. Después de que traslade el rectángulo a lo largo del vector $\overrightarrow{EF}$, voy a trazar el vector $\overrightarrow{GH}$ y trasladar el rectángulo $A'B'C'D'$ para obtener la imagen final $A''B''C''D''$.

2. ¿Qué sabes acerca de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ comparados con $\overline{A'D'}$ y $\overline{B'C'}$? Explica.

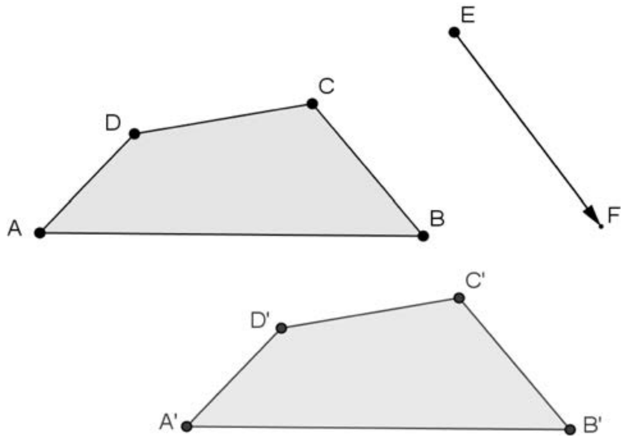
   Por la definición de un rectángulo, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. Ya que las traslaciones trazan rectas paralelas, sé que $\overline{A'D'} \parallel \overline{B'C'}$.

   Recuerdo esto de la Lección 3.

3. ¿Los segmentos $A'B'$ y $A''B''$ son iguales en longitud? ¿Cómo lo sabes?

   Sí, $|A'B'| = |A''B''|$. Las traslaciones preservan las longitudes de los segmentos.

4. Traslada la figura $ABCD$ a lo largo del vector dado. Etiqueta la imagen.



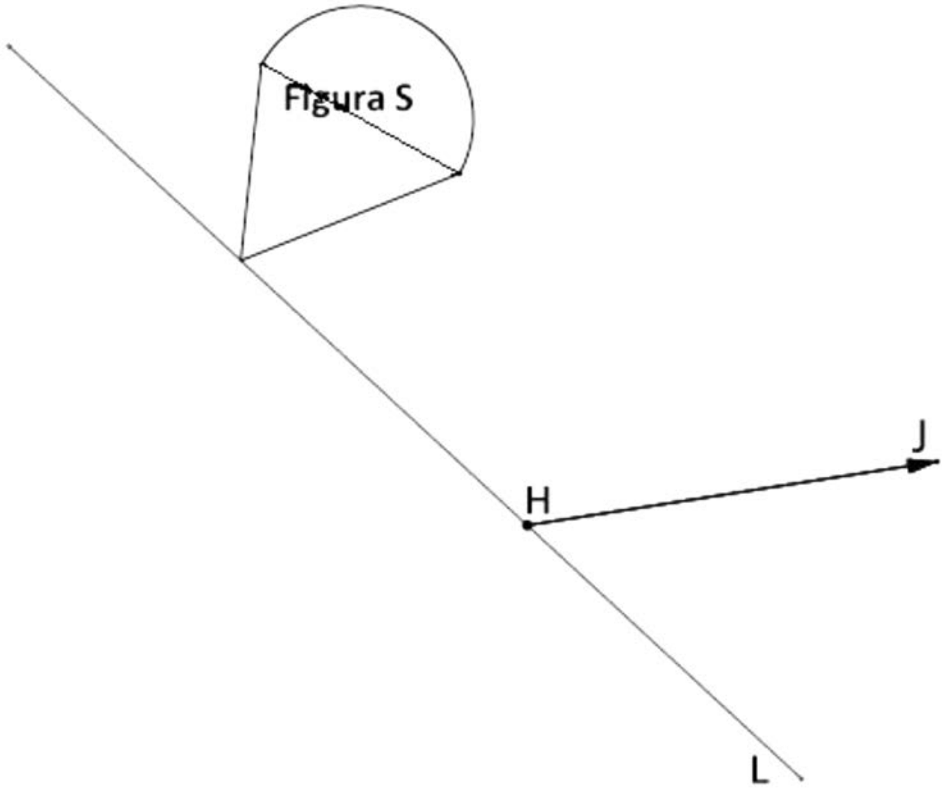
Voy a trazar la figura y el vector $\overrightarrow{EF}$ sobre mi transparencia y después marcaré la imagen como $A'B'C'D'$.

5. ¿Qué vector trazaría la figura $A'B'C'D'$ de nuevo sobre la figura $ABCD$?

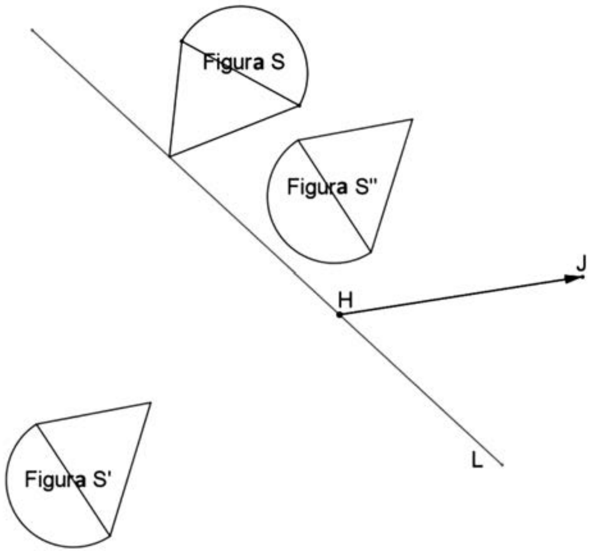
Trasladar la imagen a lo largo del vector $\overrightarrow{FE}$ trazaría la imagen de nuevo sobre su posición original.

Usando la misma transparencia del Problema 4, voy a trasladar a lo largo del vector $\overrightarrow{FE}$ para trazar $A'B'C'D'$ de nuevo sobre la figura $ABCD$.

1. Haz una reflexión a través de la recta L y una traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{HJ}$. Compara la Figura S trasladada seguida de la imagen reflejada de la Figura S, con la Figura S reflejada seguida de la imagen trasladada de la Figura S. ¿Qué notas?



Ejemplo de respuesta del estudiante.

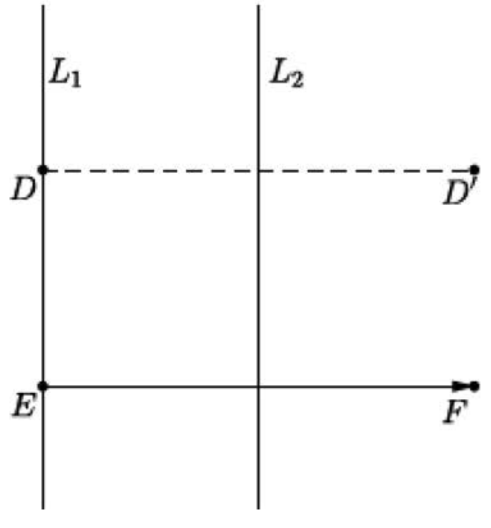


Recuerdo que mi maestro dijo que es importante el orden en el que se realizan los movimientos rígidos. La Figura S trasladada seguida de la imagen reflejada de la Figura S traza a la Figure S'. La Figura S reflejada seguida de la imagen trasladada de la Figura S traza a la Figura S''.

Los estudiantes deberían notar que las dos secuencias ponen a la Figura S en diferentes posiciones en el plano.

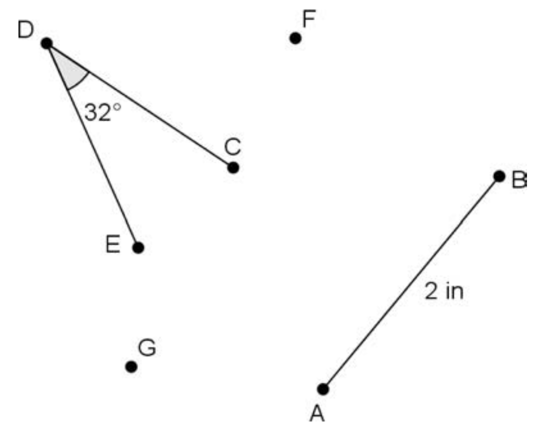
2. Haz que L_1 y L_2 sean paralelas y haz que $Reflexión_1$ y $Reflexión_2$ sean las reflexiones a través de L_1 y L_2, respectivamente (en ese orden). ¿Puedes adivinar qué resulta de la secuencia $Reflexión_1$ seguida de $Reflexión_2$? Haz que tu respuesta sea lo más convincente posible.

   La secuencia $\boldsymbol{Reflexión_1}$ seguida por $\boldsymbol{Reflexión_2}$ es justo como la traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{EF}$, como se muestra debajo, donde $\overrightarrow{EF}$ es perpendicular a $\boldsymbol{L_1}$. La longitud de $\overline{EF}$ es igual a dos veces la distancia entre $\boldsymbol{L_1}$ y $\boldsymbol{L_2}$.



Voy a dibujar un diagrama para ayudarme a explicar. Voy a escoger un punto D en L_1 y reflejarlo a través de la recta L_1 primero, y después voy a reflejar a través de la recta L_2. Cuando hice la primera reflexión, el punto D permaneció en L_1 ya que está en la recta de reflexión. Cuando hice la segunda reflexión, noté que el punto D' se veía como si se hubiera trasladado a lo largo de un vector. Verifiqué con mi transparencia.

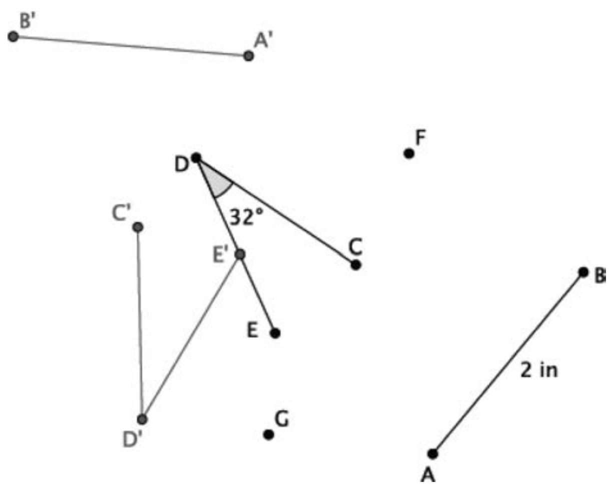
Consulta la figura de abajo para resolver los Problemas 1–3. Nota: La figura no está dibujada a escala.



1. Rota $\angle CDE$ y el segmento AB d grados alrededor del centro F, y después d_1 grados alrededor del centro G. Etiqueta la posición final de las imágenes como $\angle C'D'E'$ y segmento $A'B'$.

   Los dibujos variarán según los grados que los estudiantes decidan rotar. Debajo se muestra una rotación alrededor del punto F de $45°$ seguida de una rotación alrededor del punto G de $80°$.

Es importante el orden de la rotación porque estoy usando dos centros diferentes.



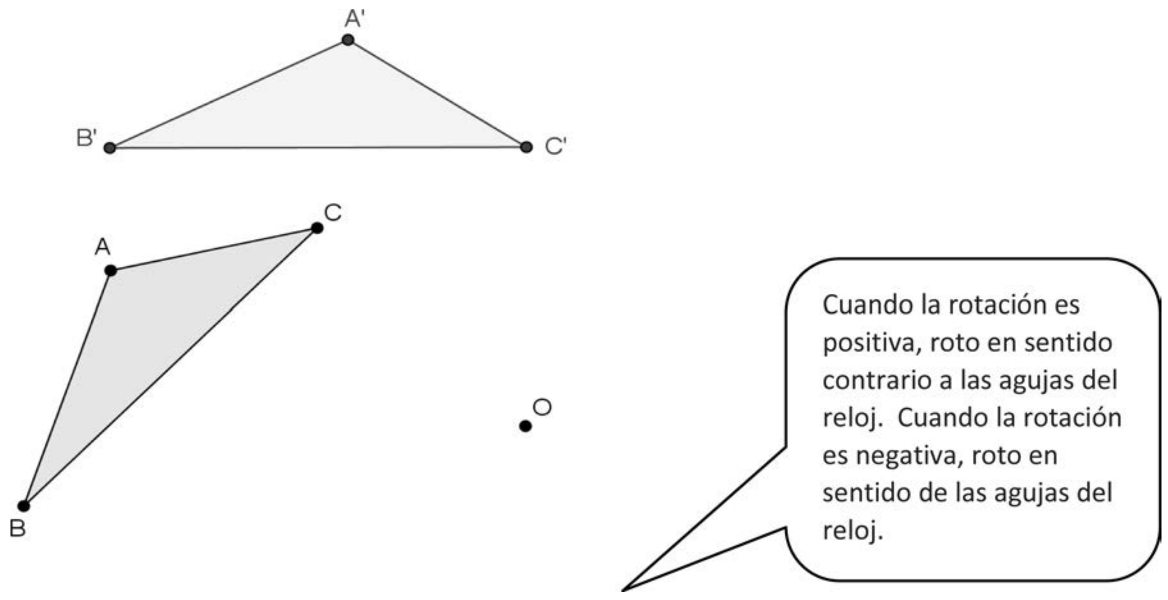
2. ¿Cuánto mide $\angle CDE$ y cómo se compara con la medida de $\angle C'D'E'$? Explica.

   $\angle CDE$ mide $32°$. La medida de $\angle C'D'E'$ es $32°$. Los ángulos son de igual medida porque la secuencia de rotaciones preserva los grados de un ángulo.

3. ¿Cuál es la longitud del segmento AB y cómo se compara con la longitud del segmento $A'B'$? Explica.

   La longitud del segmento AB es 2 in. La longitud del segmento $A'B'$ también es 2 in. Los segmentos son iguales en longitud porque una secuencia de rotaciones preserva la longitud de un segmento.

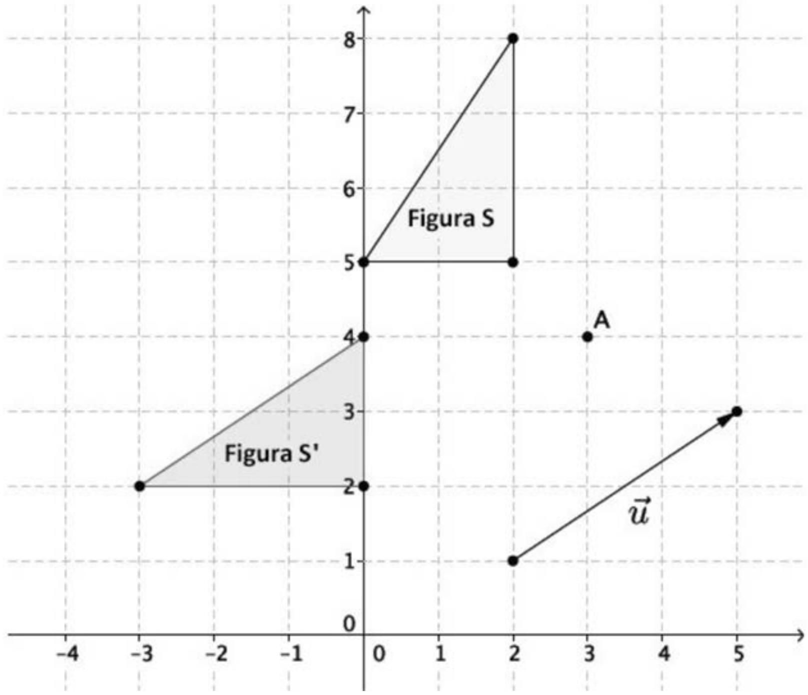
Consulta la figura de abajo para resolver el Problema 4.



4. Haz que $Rotación_1$ tenga una rotación de $45°$ alrededor del centro O. Haz que $Rotación_2$ tenga una rotación de $-90°$ alrededor del mismo centro O. Determina la ubicación aproximada de $Rotación_1$ ($\triangle ABC$) seguida de $Rotación_2$ ($\triangle ABC$). Etiqueta la imagen de $\triangle ABC$ como $\triangle A'B'C'$.

   La imagen de $\triangle ABC$ se muestra arriba y está etiquetada como $\triangle A'B'C'$.

1. Haz una reflexión a través del eje y, haz una traslación a lo largo del vector $\vec{u}$ y haz una rotación alrededor del punto A, de $90°$ (en sentido contrario a las agujas del reloj). Haz que S sea la figura que se muestra debajo. Muestra la ubicación de S después de realizar la siguiente secuencia: una reflexión seguida de una traslación seguida de una rotación. Etiqueta la imagen como Figura S'.



Recuerdo que mi maestro/a dijo que el orden es importante. Puedo usar mi transparencia para realizar la secuencia.

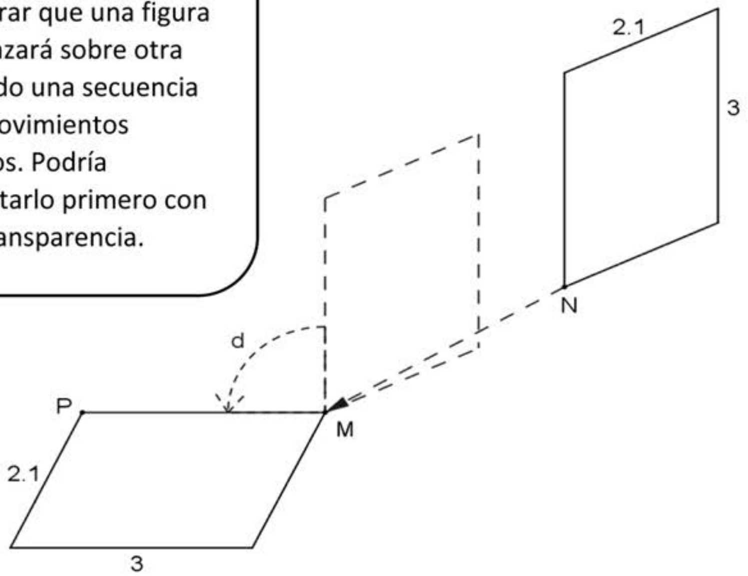
2. ¿La ubicación de la imagen S en el problema anterior sería la misma si la traslación se realizara en último lugar en vez de en segundo lugar? Es decir, ¿la secuencia, reflexión seguida de rotación seguida de traslación es igual a una reflexión seguida de una traslación seguida de una rotación? Explica.

No. El orden de las trasformaciones es importante. Si la traslación se realiza en último lugar, la ubicación de la imagen de S, después de la secuencia, estaría en una ubicación diferente que si la traslación se realizara en segundo lugar.

¿Los dos paralelogramos que se muestran debajo son congruentes? Si es así, describe la congruencia que trazaría un paralelogramo sobre el otro.

Para probar que dos figuras son congruentes, debo mostrar que una figura se trazará sobre otra usando una secuencia de movimientos rígidos. Podría intentarlo primero con mi transparencia.

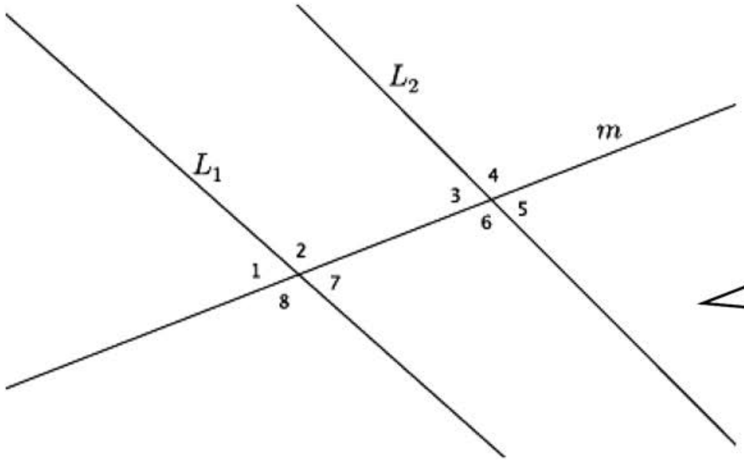
Recuerdo que mi maestro/a dijo que tiene más sentido primero trasladar la figura a lo largo del vector para obtener un punto común y después rotar la figura sobre el punto para obtener un lado común que pueda usar como la recta de reflexión.



Ejemplo de respuesta del estudiante: Sí, son congruentes. Se hace una traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{NM}$. Se hace una rotación alrededor del punto M, de d grados. Se hace una reflexión a través de la recta MP. Después, la traslación seguida de la rotación seguida de la reflexión trazarán el paralelogramo de la derecha en el paralelogramo de la izquierda.

El diagrama no tiene ningún punto marcado. Para que haya precisión, tendré que agregar los puntos N, M y P al dibujo.

Usa el diagrama de abajo para completar los Problemas 1–2



Aunque las rectas L_1 y L_2 se pueden ver paralelas, no puedo suponer que lo son. Ya que la recta m cruza las rectas L_1 y L_2, entonces la recta m es la transversal.

1. Identifica todos los pares de ángulos correspondientes. ¿Los pares de ángulos correspondientes tienen medidas iguales? ¿Cómo lo sabes?

   $\angle 1$ ***y*** $\angle 3$, $\angle 2$ ***y*** $\angle 4$, $\angle 8$ ***y*** $\angle 6$, $\angle 7$ ***y*** $\angle 5$
   No hay información dada que diga que las rectas en el diagrama son paralelas. Por esa razón, no sabemos si los pares de ángulos correspondientes tienen medidas iguales. Si supiéramos que las recta son paralelas, podríamos usar una traslación para trazar un ángulo sobre el otro.

   Los ángulos correspondientes están en el mismo lado de la transversal en posiciones correspondientes.

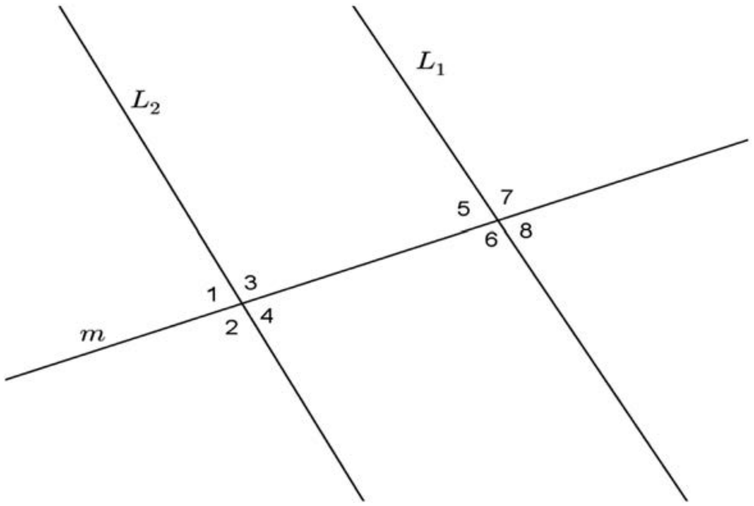
2. Identifica todos los pares de ángulos interiores alternos. ¿Hay pares de ángulos interiores alternos que tengan medidas iguales? ¿Cómo lo sabes?

   $\angle 2$ *y* $\angle 6$, $\angle 3$ *y* $\angle 7$

   Los ángulos correspondientes están en lados opuestos de la transversal en medio de las rectas L_1 y L_2.

   No hay información dada que diga que las rectas en el diagrama son paralelas. Por esa razón, no sabemos si los pares de ángulos interiores alternos tienen medidas iguales. Si supiéramos que las rectas son paralelas, podríamos usar una rotación para mostrar que los pares de ángulos se trazarían uno sobre el otro, probando que tienen la misma medida.

Usa el diagrama de abajo para completar los Problemas 3–4. En el diagrama, $L_1 \parallel L_2$.



Cuando se cortan rectas paralelas con una transversal, los pares de ángulos correspondientes, los ángulos interiores alternos y los ángulos externos alternos miden lo mismo.

3. Usa un argumento informal para describir por qué $\angle 1$ y $\angle 8$ miden lo mismo.

   La razón por la que $\angle 1$ y $\angle 8$ miden lo mismo cuando las rectas son paralelas es porque se puede rotar alrededor del punto medio del segmento entre las rectas paralelas. Entonces una rotación trazaría $\angle 1$ sobre $\angle 8$, mostrando que son congruentes y miden lo mismo.

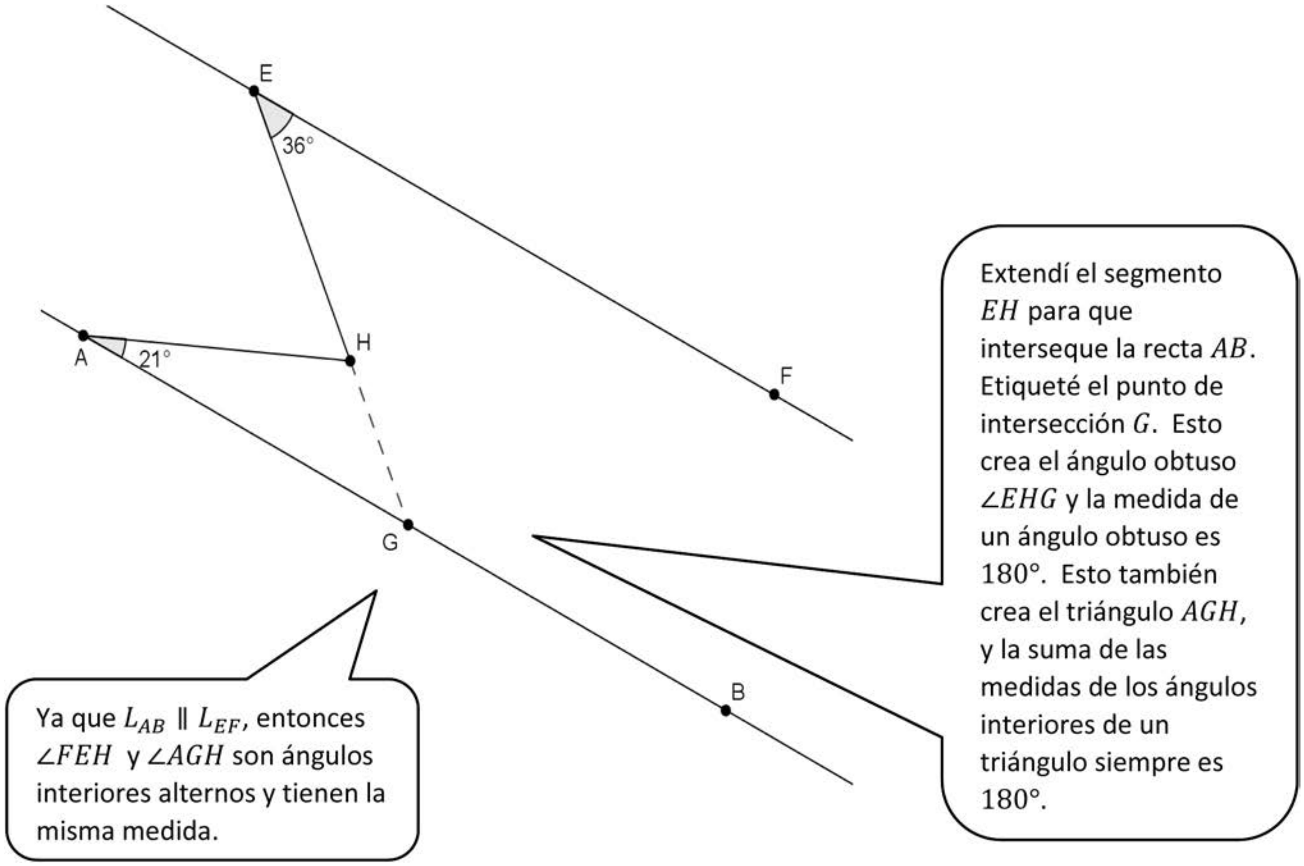
   Recuerdo que mi maestro/a marcó el punto medio entre las rectas L_1 y L_2 en la recta m y así demostró la rotación. Recuerdo de la Lección 5 que la rotación preserva los grados de los ángulos.

4. Usa un argumento informal para describir por qué $\angle 1$ y $\angle 5$ miden lo mismo.

   La razón por la que $\angle 1$ y $\angle 5$ miden lo mismo cuando las rectas son paralelas es porque se puede trasladar a lo largo de un vector de la misma longitud que el segmento entre las rectas paralelas; entonces $\angle 1$ se trazaría sobre $\angle 5$.

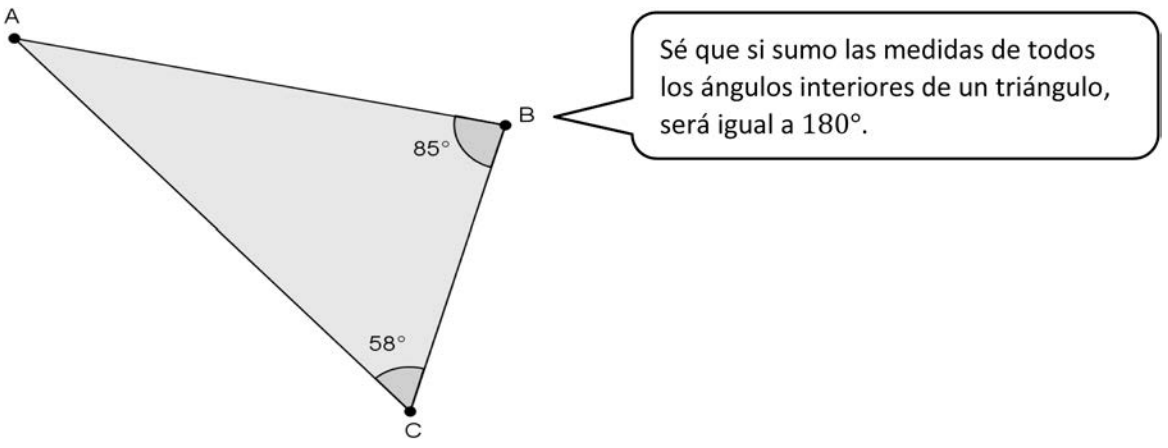
   Recuerdo de la Lección 2 que las traslaciones a lo largo de un vector preservan los grados de las medidas de los ángulos. Mi maestro/a demostró esto en clase trasladando a lo largo de un vector en la recta m exactamente la misma distancia entre L_1 y L_2.

1. En el diagrama de abajo, la recta AB es paralela a la recta EF; esto es, $L_{AB} \parallel L_{EF}$. La medida de $\angle BAH$ es $21°$ y la medida de $\angle FEH$ es $36°$. Encuentra la medida de $\angle AHE$. Explica por qué estás en lo correcto presentando un argumento informal que use la suma de ángulos de un triángulo. (Sugerencia: extiende el segmento EH para que interseque la recta AB.)



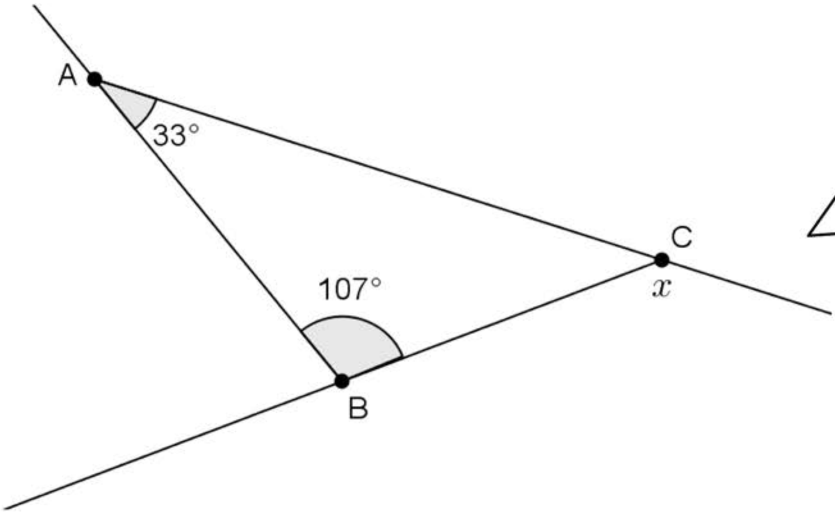
Ya que $\angle FEH$ y $\angle AGH$ son ángulos interiores alternos de rectas paralelas, los ángulos son congruentes y tienen la misma medida. Ya que la suma de los ángulos de un triángulo es $180°$, la medida de $\angle AHG$ es $180° - (36° + 21°)$, lo cual es igual a $123°$. El ángulo obtuso $\angle EHG$ está formado por $\angle AHG$ y $\angle AHE$. Ya que los ángulos obtusos miden $180°$ y la medida de $\angle AHG$ es $123°$, entonces la medida de $\angle AHE$ es $57°$.

2. ¿Cuál es la medida de $\angle CAB$?



La medida de $\angle CAB$ es $180° - (85° + 58°)$, lo cual es igual a $37°$.

1. Encuentra la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que tu respuesta es correcta.

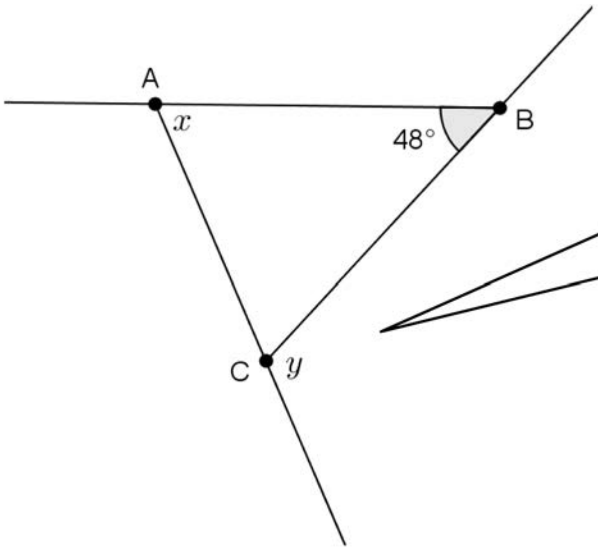


La suma de las medidas de los ángulos interiores remotos es igual a la medida del ángulo exterior. El ángulo x es un ángulo exterior, así que si sumo las medidas de $\angle CAB$ and $\angle ABC$, será igual a la medida del ángulo x.

Ya que $33 + 107 = 140$, la medida del ángulo x es $140°$. Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos interiores de los triángulos es igual a $180°$. También sabemos que los ángulos obtusos miden $180°$. La medida de $\angle ACB$ debe ser $40°$, lo que significa que la medida de $\angle x$ es $140°$.

Hay un ángulo obtuso compuesto de $\angle ACB$ y $\angle x$ que será igual a $180°$.

2. Escribe una ecuación que te permita encontrar la medida de $\angle y$. Presenta un argumento informal mostrando que tu respuesta es correcta.



Sé que la suma de las medidas de los ángulos interiores remotos, $48° + x$, es igual a la medida del ángulo exterior y.

La suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo es $180°$, y la medida de un ángulo obtuso es $180°$. Puedo escribir una ecuación usando estos dos datos.

Ya que $48° + x = y$, la medida de $\angle y$ es $48° + x$.

Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos interiores de los triángulos es igual a $180°$. También sabemos que los ángulos obtusos miden $180°$.

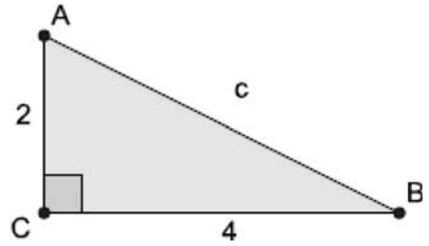
La medida de los ángulos interiores de un triángulo es $x + 48° + \angle ACB$.

La medida del ángulo obtuso es $y + \angle ACB$.

Entonces, $x + 48° + \angle ACB = 180°$ e $y + \angle ACB = 180°$. Ya que ambas ecuaciones son iguales a $180°$, entonces $x + 48° + \angle ACB = y + \angle ACB$. A restar $\angle ACB$ de cada lado de la ecuación se obtiene $x + 48° = y$.

Para cada uno de los siguientes problemas, determina la longitud de la hipotenusa de los triángulos rectos que se muestran. Nota: Las figuras no están dibujadas a escala.

1.

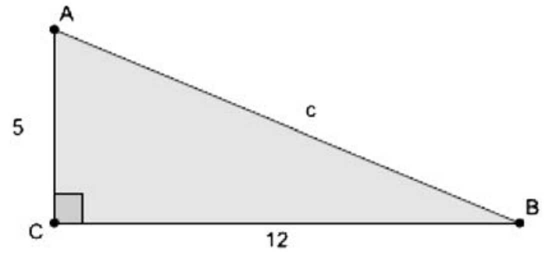


Sé que 2 y 4 son los catetos del triángulo. Sé esto porque la hipotenusa está al otro lado del ángulo de 90°. Ya que la hipotenusa es el lado c en mi fórmula, sustituyo el 2 y 4 por a y b.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a^2 + b^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{2^2 + 4^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{4 + 16} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{20} &= \boldsymbol{c^2} \end{aligned}$$

Como no sé qué número multiplicado por sí mismo da como resultado 20, por ahora puedo dejar mi respuesta como $20 = c^2$.

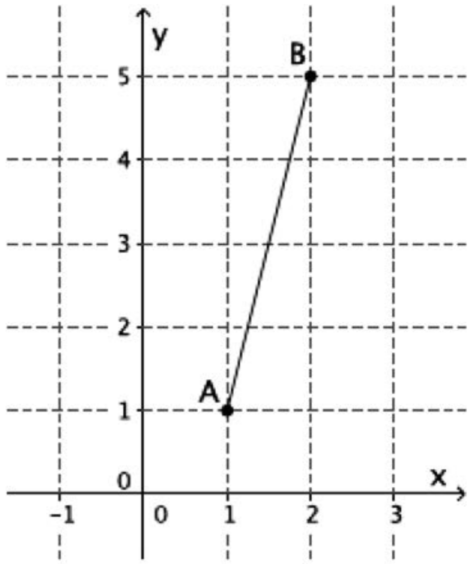
2.



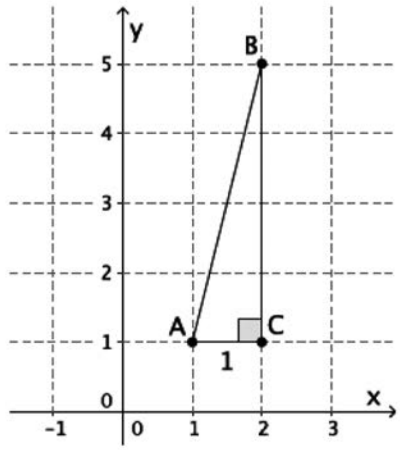
$$\begin{aligned} \boldsymbol{a^2 + b^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{12^2 + 5^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{144 + 25} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{169} &= \boldsymbol{c^2} \\ \boldsymbol{13} &= \boldsymbol{c} \end{aligned}$$

Como ya sé que $13 \times 13 = 169$, entonces sé que $c = 13$.

1. Encuentra la longitud del segmento AB que se muestra debajo, si es posible.



Sé que las líneas de la cuadrícula en el plano cartesiano se juntan en un ángulo recto. Puedo hacer mi triángulo recto usando una recta horizontal hasta el punto A y una recta vertical hasta el punto B.



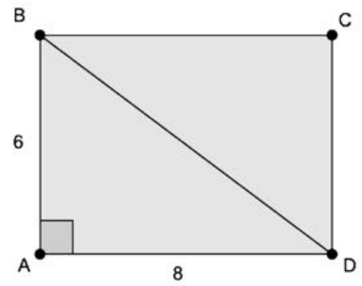
$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$
$$\boldsymbol{1^2 + 4^2 = c^2}$$
$$\boldsymbol{1 + 16 = c^2}$$
$$\boldsymbol{17 = c^2}$$

2. Un rectángulo tiene dimensiones de 6 cm por 8 cm. ¿Cuál es la longitud de la diagonal del rectángulo?

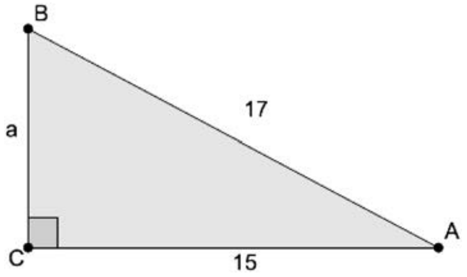
$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$
$$\boldsymbol{6^2 + 8^2 = c^2}$$
$$\boldsymbol{36 + 64 = c^2}$$
$$\boldsymbol{100 = c^2}$$
$$\boldsymbol{10 = c}$$

***La longitud de la diagonal es* $\mathbf{10\ cm}$.**

Debería dibujar el rectángulo para que pueda ver el triángulo recto.



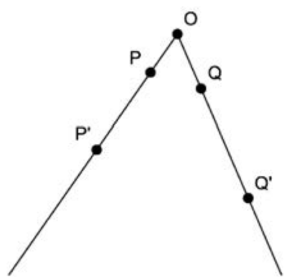
3. Determina la longitud del lado desconocido, si es posible.



Sé que la hipotenusa mide 17 y que la hipotenusa está representada por la c en mi fórmula. Esta vez necesito sustituir b y c, y después resolver la ecuación para encontrar la longitud del cateto que falta.

$$\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$
$$\boldsymbol{a^2 + 15^2 = 17^2}$$
$$\boldsymbol{a^2 + 225 = 289}$$
$$\boldsymbol{a^2 + 225 - 225 = 289 - 225}$$
$$\boldsymbol{a^2 = 64}$$
$$\boldsymbol{a = 8}$$

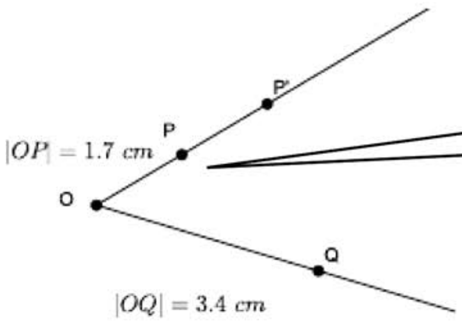
1. Sea que hay una dilatación desde el centro O. Donde $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatación(Q) = Q'$. Examina el dibujo a continuación. ¿Qué puedes determinar sobre el factor de escala de la dilatación?



Del último módulo, recuerdo que los puntos originales se identifican sin primas y las imágenes se identifican con primas.

***La dilatación debe tener un factor de escala mayor que* $\mathbf{1}$, $\boldsymbol{r > 1}$, *dado que los puntos dilatados están más lejos del centro que los puntos originales*.**

2. Sea que hay una dilatación desde el centro O con un factor de escala $r = 2$. Donde $Dilatación(P) = P'$ y $Dilatación(Q) = Q'$. $|OP| = 1.7$ cm y $|OQ| = 3.4$ cm, como se muestra. Usa el dibujo a continuación para responder las partes (a) y (b). El dibujo no está a escala.



Sé que las barras alrededor del segmento representan la longitud. Entonces, $|OP'|$ indica: "La longitud del segmento OP primo".

En la clase de hoy, hablamos sobre la definición de dilatación. Debería revisar el recuadro de Resumen de la lección para repasar la definición.

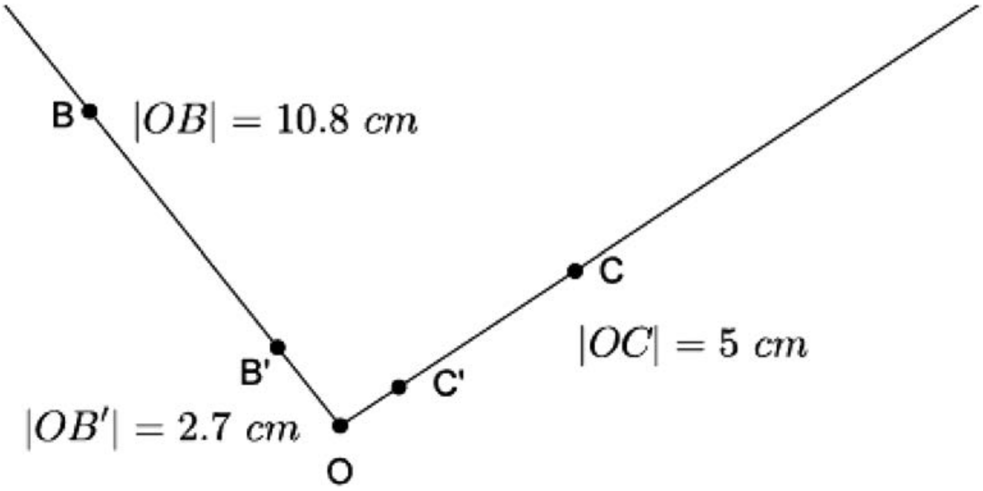
a. Utiliza la definición de dilatación para determinar $|OP'|$.

$|OP'| = r|OP|$; *por lo tanto*, $|OP'| = 2 \cdot (1.7) = 3.4$ *y* $|OP'| = 3.4$ cm.

b. Utiliza la definición de dilatación para determinar $|OQ'|$.

$|OQ'| = r\,|OQ|$; *por lo tanto*, $|OQ'| = 2 \cdot (3.4) = 6.8$ *y* $|OQ'| = 6.8$ cm.

3. Sea que hay una dilatación desde el centro O con un factor de escala r. Donde $Dilatación(B) = B'$, $Dilatación(C) = C'$, y $|OB| = 10.8$ cm, $|OC| = 5$ cm, y $|OB'| = 2.7$ cm, como se muestra. Utiliza el dibujo a continuación para responder las partes (a) a (c).



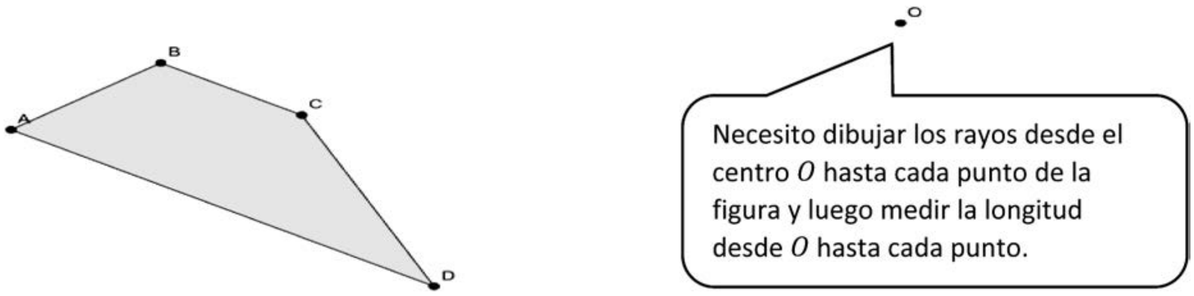
a. Utiliza la definición de dilatación con $|OB|$ y $|OB'|$, determina el factor de escala de la dilatación.
$|OB'| = r|OB|$ que significa que $2.7 = r \cdot (10.8)$, entonces

$$\frac{2.7}{10.8} = r$$
$$\frac{1}{4} = r$$

Dado que $|OB'| = r|OB|$, entonces, por la propiedad multiplicativa de la igualdad, $\frac{|OB'|}{|OB|} = r$.

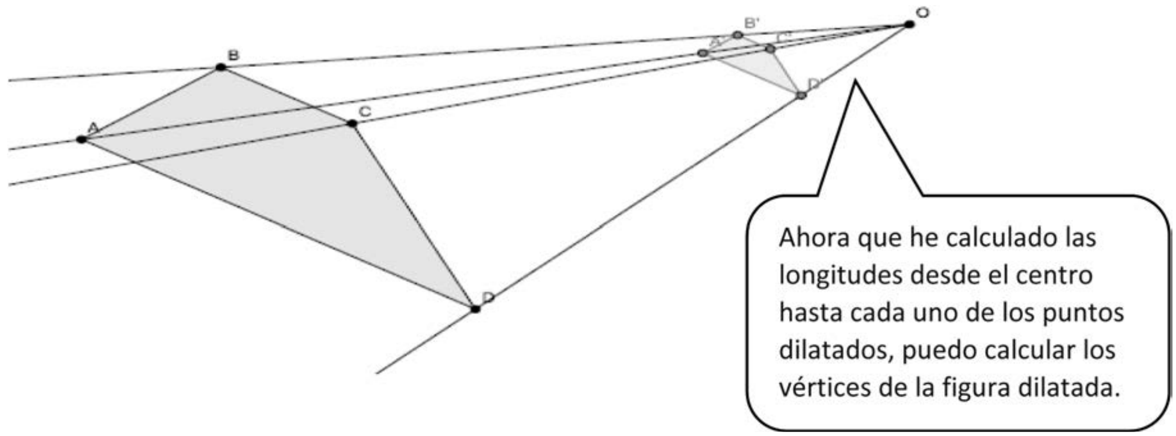
b. Utiliza la definición de dilatación para determinar $|OC'|$.
Dado que el factor de escala, r, es $\frac{1}{4}$, entonces
$|OC'| = \frac{1}{4}|OC|$; por lo tanto, $|OC'| = \frac{1}{4} \cdot 5 = 1.25$ y
$|OC'| = 1.25$ cm.

1. Dado el centro O y el cuadrilátero $ABCD$, utiliza una regla para dilatar la figura desde el centro O con un factor de escala de $r = \frac{1}{4}$. Identifica el cuadrilátero dilatado $A'B'C'D'$.

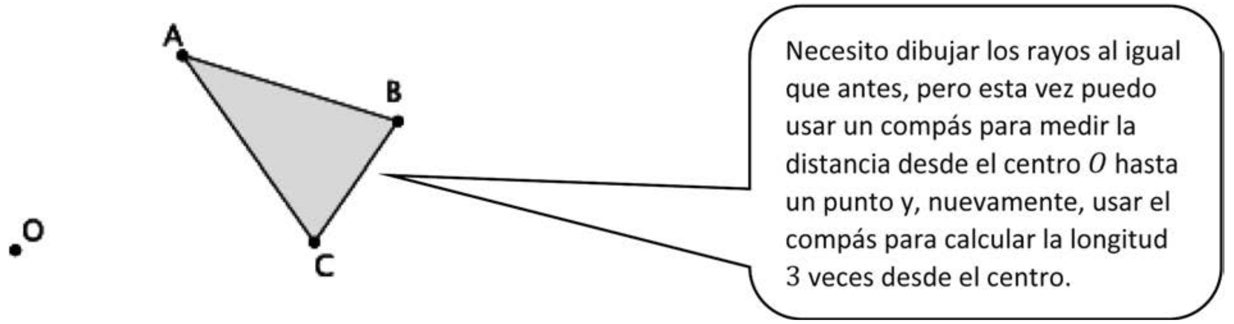


La figura en rojo a continuación muestra la imagen dilatada de $ABCD$. Todas las mediciones se expresan en centímetros.

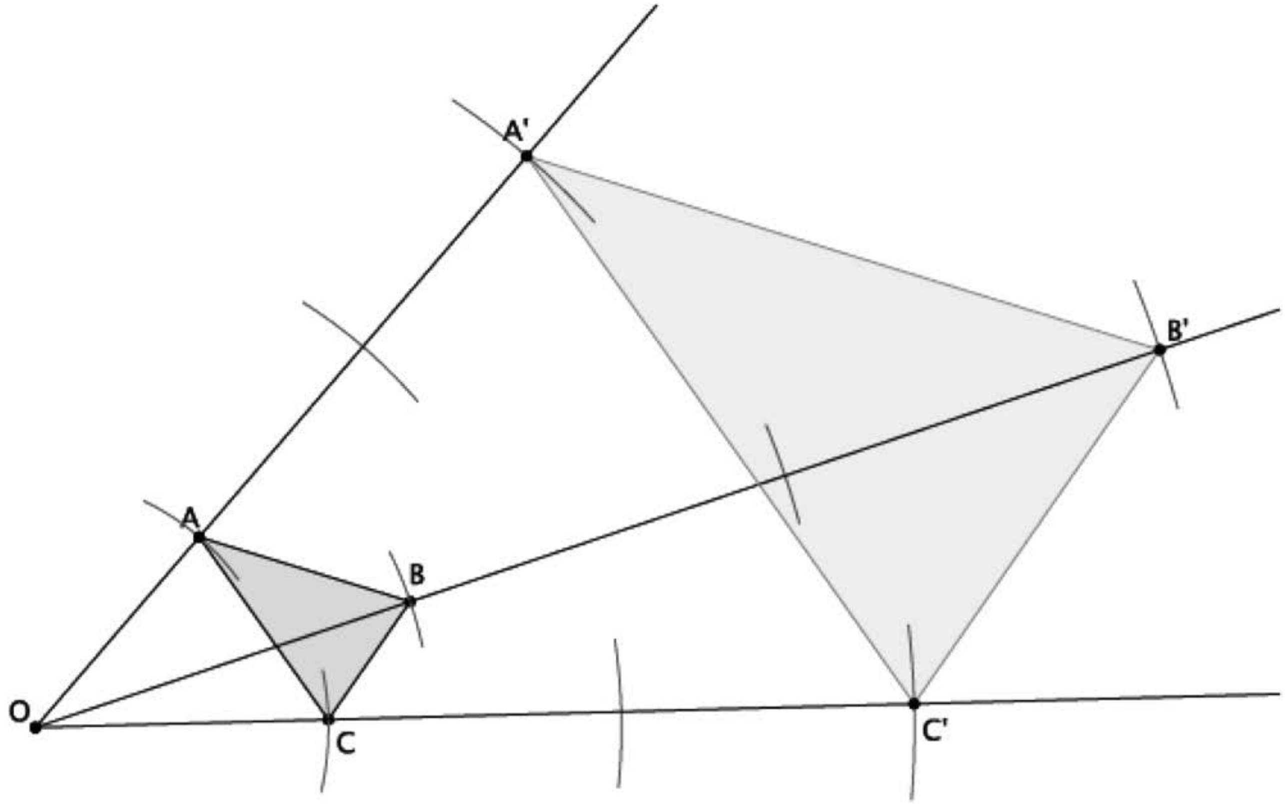
$\lvert OA'\rvert = r\lvert OA\rvert$	$\lvert OB'\rvert = r\lvert OB\rvert$	$\lvert OC'\rvert = r\lvert OC\rvert$	$\lvert OD'\rvert = r\lvert OD\rvert$
$\lvert OA'\rvert = \frac{1}{4}(11.2)$	$\lvert OB'\rvert = \frac{1}{4}(9.2)$	$\lvert OC'\rvert = \frac{1}{4}(7.6)$	$\lvert OD'\rvert = \frac{1}{4}(6.8)$
$\lvert OA'\rvert = 2.8$	$\lvert OB'\rvert = 2.3$	$\lvert OC'\rvert = 1.9$	$\lvert OD'\rvert = 1.7$



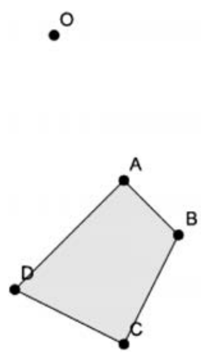
2. Usa el compás para dilatar la figura ABC desde el centro O, con el factor de escala $r = 3$.



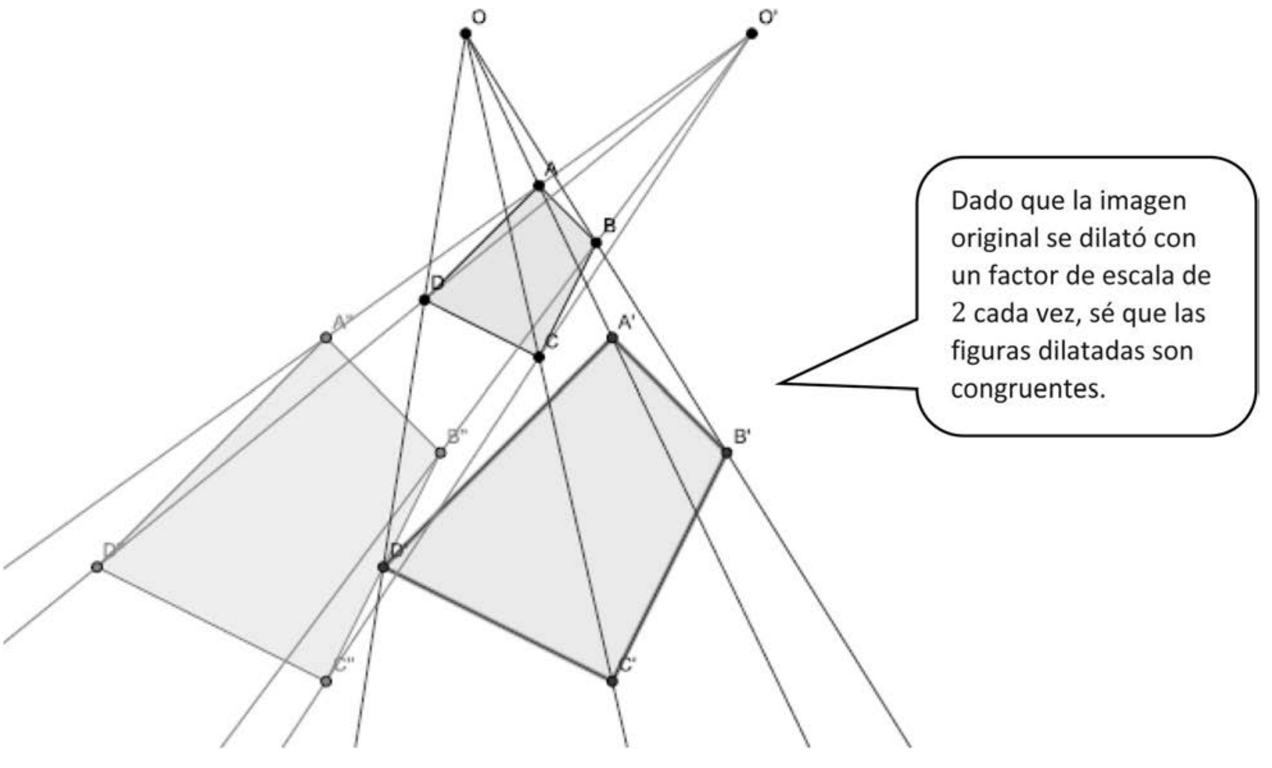
La figura en rojo a continuación muestra la imagen dilatada de ABC.



3. Usa el compás para dilatar la figura $ABCD$ desde el centro O, con el factor de escala $r = 2$.
   a. Dilata la misma figura, $ABCD$, desde un nuevo centro, O', con el factor de escala $r = 2$. Usa las primas dobles ($A''B''C''D''$) para distinguir esta imagen de la original.



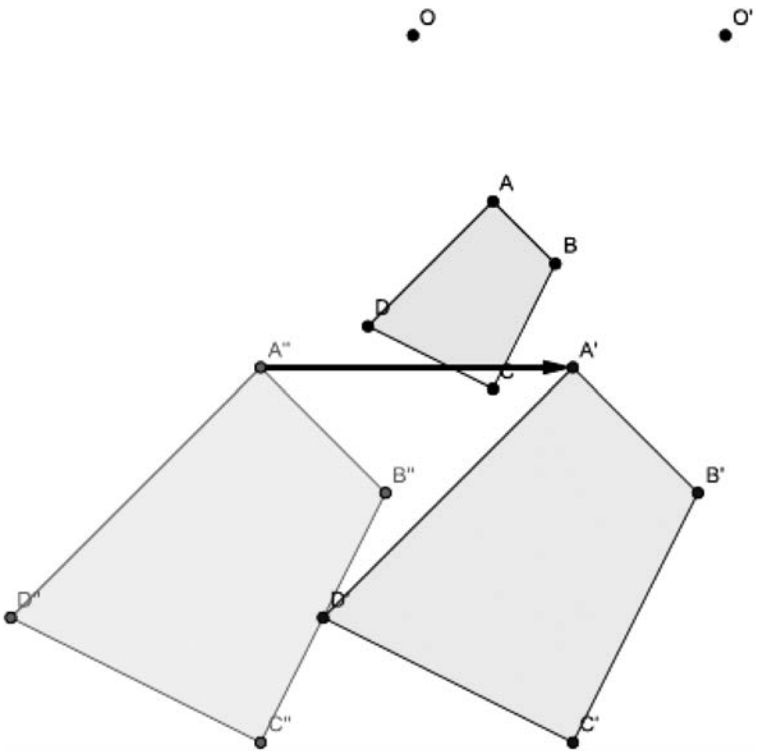
La figura en azul, $A'B'C'D'$, muestra la dilatación de $ABCD$ desde el centro O, con el factor de escala $r = 2$. La figura en rojo, $A''B''C''D''$, muestra la dilatación de $ABCD$ desde el centro O' con el factor de escala $r = 2$.



b. Con un movimiento rígido o una secuencia de movimientos rígidos, ¿ $A''B''C''D''$ *se trazaría en* $A'B'C'D'$?

Una traslación del vector $\overrightarrow{A''A'}$ ***(o de cualquier vector que conecte un punto de*** $A''B''C''D''$ ***y el punto correspondiente de*** $A'B'C'D'$***) podría trazar la figura*** $A''B''C''D''$ ***en la figura*** $A'B'C'D'$***.***

La imagen a continuación (sin los rayos por cuestiones de claridad) muestra el vector $\overrightarrow{A''A'}$***.***



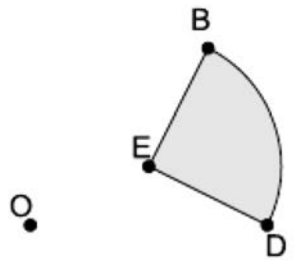
4. Un segmento de recta AB sufre una dilatación. De acuerdo con la lección de hoy, ¿cuál es la imagen del segmento?

El segmento se dilata como un segmento.

5. $\angle AOC$ mide $24°$. Después de la dilatación, ¿cuál es la medida de $\angle A'OC'$? ¿Cómo lo sabes?

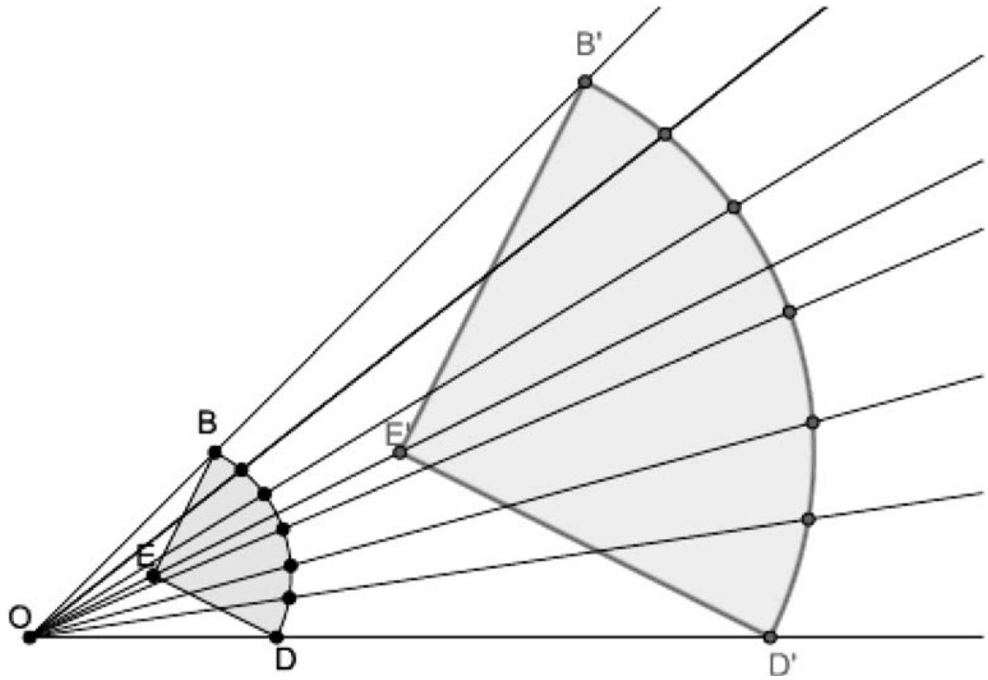
La medida de $\angle A'OC'$ ***es*** $24°$***. Las dilataciones preservan la medida del ángulo, de modo que,*** $\angle A'OC'$ ***conserva la misma medida que*** $\angle AOC$***.***

1. Dilata la figura desde el centro O por un factor de escala de $r = 3$. Asegúrate de usar suficientes puntos para realizar una buena imagen de la figura original.



Si solamente dilatara los puntos B, E y D, entonces, la figura dilatada se asemejará a un triángulo. Necesitaré dilatar más puntos a lo largo de la curva BD.

La imagen dilatada se muestra en color rojo a continuación. Se necesitan muchos puntos a lo largo de la parte curva del diagrama para producir una imagen similar a la original.



2. Un triángulo ABC se dilató desde el centro O por un factor de escala de $r = 8$. ¿Qué factor de escala haría que la figura dilatada se contrajera nuevamente al tamaño original?

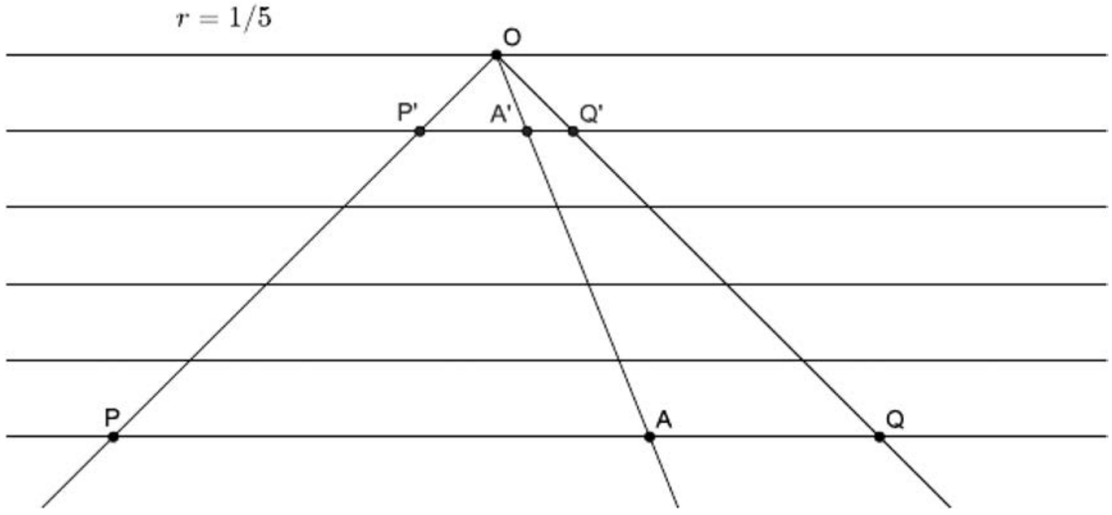
Un factor de escala de $\boldsymbol{r = \frac{1}{8}}$ regresaría nuevamente la figura dilatada a su tamaño original.

Para regresar una figura dilatada a su tamaño original, debo usar el recíproco del factor de escala original porque $r \cdot \frac{1}{r} = 1$.

3. Se ha dilatado una figura desde el centro O por un factor de escala de $r = \frac{2}{3}$. ¿Qué factor de escala haría que la figura dilatada contraerse para tener nuevamente su tamaño original?

¿Qué factor de escala de $\boldsymbol{r = \frac{3}{2}}$ haría que la figura dilatada regresara nuevamente al tamaño original?

1. En el diagrama a continuación, los puntos P, Q y A se han dilatado desde el centro O con un factor de escala de $r = \frac{1}{5}$ en una hoja de papel rayado.



a. ¿Cuál es la relación entre los segmentos PQ y $P'Q'$? ¿Cómo lo sabes?

$\boldsymbol{\overline{PQ}}$ ***y*** $\boldsymbol{\overline{P'Q'}}$ ***son paralelos porque siguen las líneas del papel rayado.***

b. ¿Cuál es la relación entre los segmentos PA y $P'A'$? ¿Cómo lo sabes?

$\boldsymbol{\overline{PA}}$ ***y*** $\boldsymbol{\overline{P'A'}}$ ***también son paralelos porque siguen las líneas del papel rayado.***

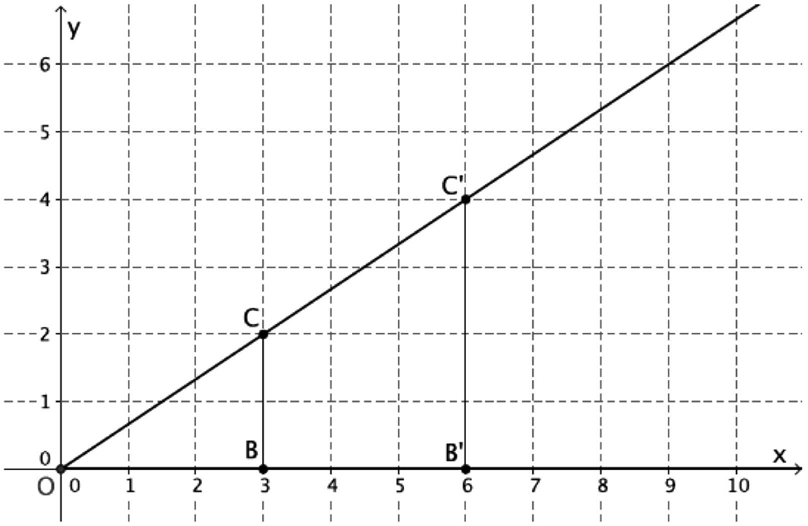
c. Identifica dos ángulos cuyas medidas sean iguales. ¿Cómo lo sabes?

$\boldsymbol{\angle OAP}$ y $\boldsymbol{\angle OA'P'}$ ***miden lo mismo porque son ángulos correspondientes creados por las rectas paralelas*** $\boldsymbol{AP}$ ***y*** $\boldsymbol{A'P'}$**.**

d. ¿Cuál es la relación entre las longitudes de los segmentos AQ and $A'Q'$? ¿Cómo lo sabes?

La longitud del segmento $\boldsymbol{A'Q'}$ ***será*** $\boldsymbol{\frac{1}{5}}$ ***de la longitud del segmento AQ. El teorema fundamental de la semejanza (FTS) establece que la longitud del segmento dilatado es igual al factor de escala multiplicado por la longitud del segmento original o*** $\boldsymbol{|A'Q'| = r\,|AQ|}$**.**

2. Reynaldo dibujó el siguiente diagrama en un papel para gráficas. Dilató los puntos B y C desde el centro O.



a. ¿Cuál es el factor de escala r? Muestra tu trabajo.

$$|\boldsymbol{OB'}| = \boldsymbol{r}|\boldsymbol{OB}|$$
$$\mathbf{6} = \boldsymbol{r}(\mathbf{3})$$
$$\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3}} = \boldsymbol{r}$$
$$\mathbf{2} = \boldsymbol{r}$$

b. Verifica el factor de escala con un conjunto diferente de segmentos.

$$|\boldsymbol{B'C'}| = \boldsymbol{r}|\boldsymbol{BC}|$$
$$\mathbf{4} = \boldsymbol{r}(\mathbf{2})$$
$$\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{2}} = \boldsymbol{r}$$
$$\mathbf{2} = \boldsymbol{r}$$

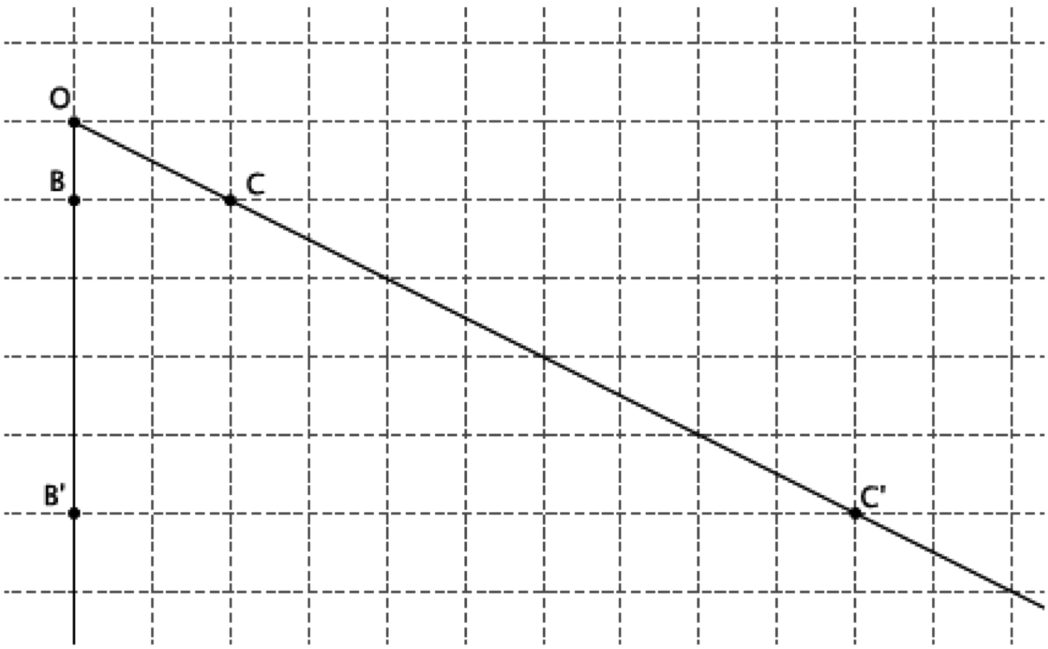
c. ¿Qué segmentos son paralelos? ¿Cómo lo sabes?

Los segmentos BC y $B'C'$ son paralelos. Se encuentran sobre las líneas del papel cuadriculado, los cuales sé que son paralelas.

d. ¿Qué ángulos tienen la misma medida? ¿Cómo lo sabes?

$|\angle OB'C'| = |\angle OBC|$, y $|\angle OC'B'| = |\angle OCB|$ porque son los ángulos correspondientes de rectas paralelas cortadas por una transversal.

3. Los puntos B y C se dilataron desde el centro O.



a. ¿Cuál es el factor de escala r? Muestra tu trabajo.

$$|\boldsymbol{OB'}| = \boldsymbol{r}|\boldsymbol{OB}|$$
$$\mathbf{5} = \boldsymbol{r}(\mathbf{1})$$
$$\mathbf{5} = \boldsymbol{r}$$

b. Si $|OC| \approx 2.2$, ¿qué es $|OC'|$?

$$|\boldsymbol{OC'}| = \boldsymbol{r}|\boldsymbol{OC}|$$
$$|\boldsymbol{OC'}| \circ \mathbf{5}(\mathbf{2.2})$$
$$|\boldsymbol{OC'}| \circ \mathbf{11}$$

c. ¿Cómo el perímetro de $\triangle\ OBC$ se compara con el perímetro de $\triangle\ OB'C'$?

Perímetro $\triangle\ \boldsymbol{OBC} \approx \mathbf{1} + \mathbf{2} + \mathbf{2.2}$

Perímetro $\triangle\ \boldsymbol{OBC} \approx \mathbf{5.2}$

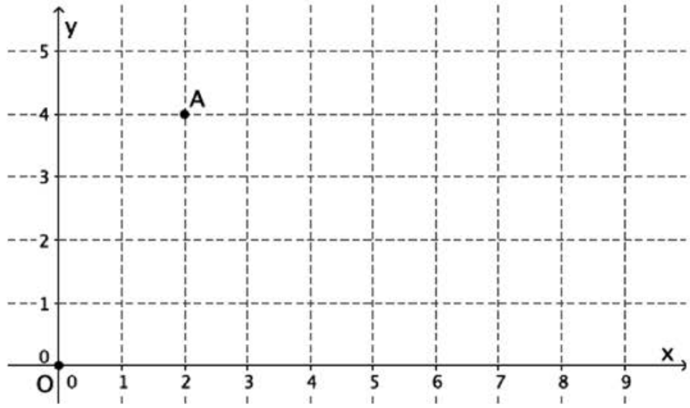
Perímetro $\triangle\ \boldsymbol{OB'C'} \approx \mathbf{5} + \mathbf{10} + \mathbf{11}$

Perímetro $\triangle\ \boldsymbol{OB'C'} \approx \mathbf{26}$

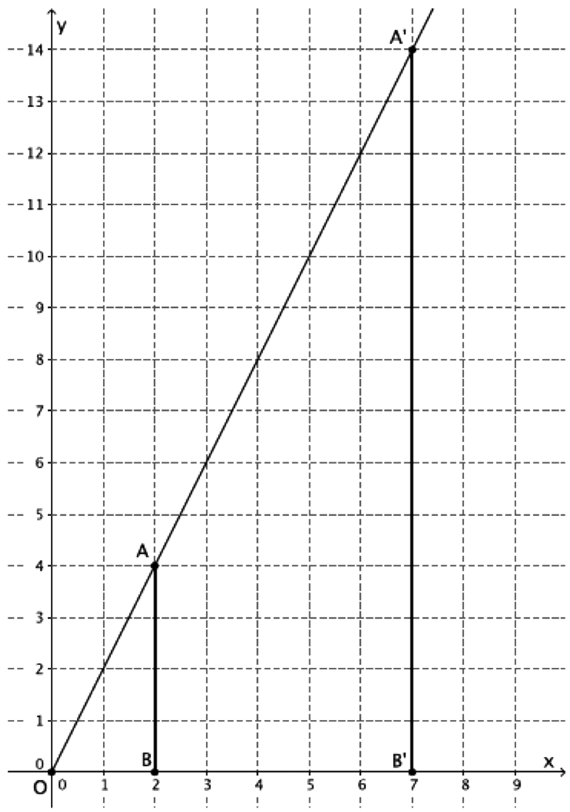
d. ¿El perímetro de $\triangle\ OB'C'$ fue igual al perímetro de $\triangle\ OBC$ multiplicado con un factor de escala de r? Explica.

Sí. El perímetro de $\triangle\ \boldsymbol{OB'C'}$ fue cinco veces el perímetro de $\triangle\ \boldsymbol{OBC}$, lo cual tiene sentido porque la dilatación aumentó la longitud de cada segmento con un factor de escala de 5. Eso significa que cada uno de los lados de $\triangle\ \boldsymbol{OB'C'}$ tuvo una longitud cinco veces mayor que cada lado de $\triangle\ \boldsymbol{OBC}$.

1. Dilata el punto A, ubicado en $(2,4)$ desde el centro O con un factor de escala de $r = \frac{7}{2}$. ¿Cuál es la ubicación precisa del punto A'?



Cuando hicimos esto en clase, aprendí que comenzamos trazando un punto B en el eje x, sobre la misma recta vertical que el punto A. Luego, usamos lo que aprendimos en la última lección. Debería repasar el trabajo realizado en clase.



$$|OB'| = r|OB|$$
$$|OB'| = \frac{7}{2}(2)$$
$$|OB'| = 7$$

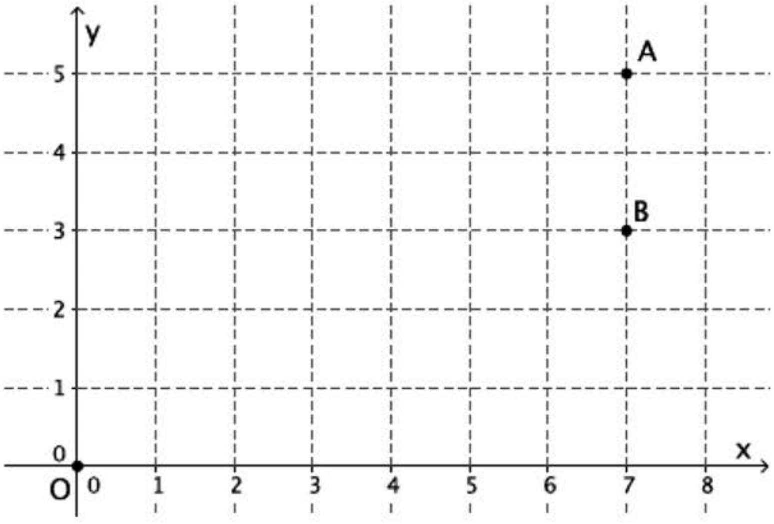
Ahora que sé cuál de las rectas verticales A' tendrá sentido descendente; es la misma donde se encuentra B'.

$$|A'B'| = r|AB|$$
$$|A'B'| = \frac{7}{2}(4)$$
$$|A'B'| = \frac{28}{2}$$
$$|A'B'| = 14$$

Sé que el segmento $A'B'$ es una dilatación del segmento AB con el mismo factor de escala $r = \frac{7}{2}$. Dado que $\overline{AB}$ está incluido en una recta vertical, puedo determinar fácilmente que su longitud es 4 unidades.

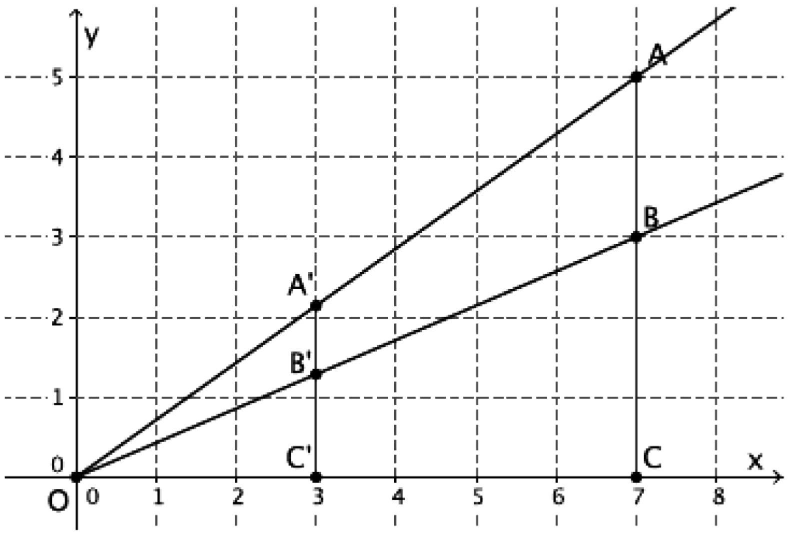
Por lo tanto, A' se ubica en $(7,14)$.

2. Dilata el punto A, ubicado en $(7, 5)$ desde el centro O, con un factor de escala de $r = \frac{3}{7}$. Luego, dilata el punto B, ubicado en $(7, 3)$ desde el centro O, con un factor de escala de $r = \frac{3}{7}$. ¿Cuáles son las coordenadas de A' y B'? Explica.

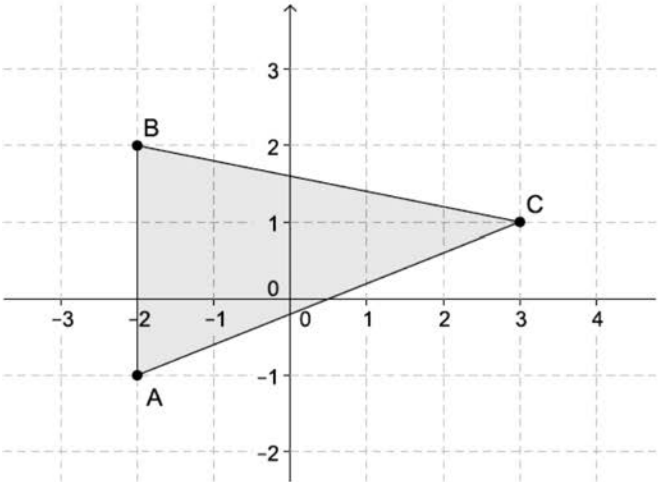


Eso es igual al último problema, pero ahora debo calcular las coordenadas de dos puntos. Necesitaré marcar un punto C en el eje x sobre la misma recta vertical que los puntos A y B.

La coordenada y del punto A' tiene la misma longitud que $\overline{A'C'}$. Dado que $|A'C'| = r\,|AC|$, entonces $|A'C'| = \frac{3}{7} \cdot 5 = \frac{15}{7}$. La ubicación del punto A' es $\left(3, \frac{15}{7}\right)$, o aproximadamente $(3, 2.1)$. La coordenada y del punto B' tiene la misma longitud que $\overline{B'C'}$. Dado que $|B'C'| = r|BC|$, entonces $|B'C'| = \frac{3}{7} \cdot 3 = \frac{9}{7}$. La ubicación del punto B' es $\left(3, \frac{9}{7}\right)$, o aproximadamente $(3, 1.3)$.



1. En el siguiente plano cartesiano se muestra el triángulo ABC. El triángulo se dilató desde el origen con un factor de escala $r = 2$. Identifica las coordenadas del triángulo dilatado $A'B'C'$.



El trabajo que realizamos en clase nos llevó a la conclusión de que, dado un punto $A(x, y)$, podemos calcular las coordenadas de A' mediante el factor de escala: $A'(rx, ry)$. Esto solo funciona para las dilataciones del origen.

$\boldsymbol{A(-2, -1) \rightarrow A'(2 \cdot (-2), 2 \cdot (-1)) = A'(-4, -2)}$
$\boldsymbol{B(-2, 2) \rightarrow B'(2 \cdot (-2), 2 \cdot 2) = B'(-4, 4)}$
$\boldsymbol{C(3, 1) \rightarrow C'(2 \cdot 3, 2 \cdot 1) = C'(6, 2)}$

Las coordenadas del triángulo dilatado serán $A'(-4, -2)$, $B'(-4, 4)$, $C'(6, 2)$.

2. La figura $ABCD$ tiene coordenadas $A(3, 1)$, $B(12, 9)$, $C(-9, 3)$, y $D(-12, -3)$. La figura se dilató del origen con un factor de escala $r = \frac{2}{3}$. Identifica las coordenadas de la figura dilatada $A'B'C'D'$.

$$\boldsymbol{A(3,1) \rightarrow A'\left(\frac{2}{3} \cdot 3, \frac{2}{3} \cdot 1\right) = A'\left(2, \frac{2}{3}\right)}$$

$$\boldsymbol{B(12, 9) \rightarrow B'\left(\frac{2}{3} \cdot 12, \frac{2}{3} \cdot 9\right) = B'(8, 6)}$$

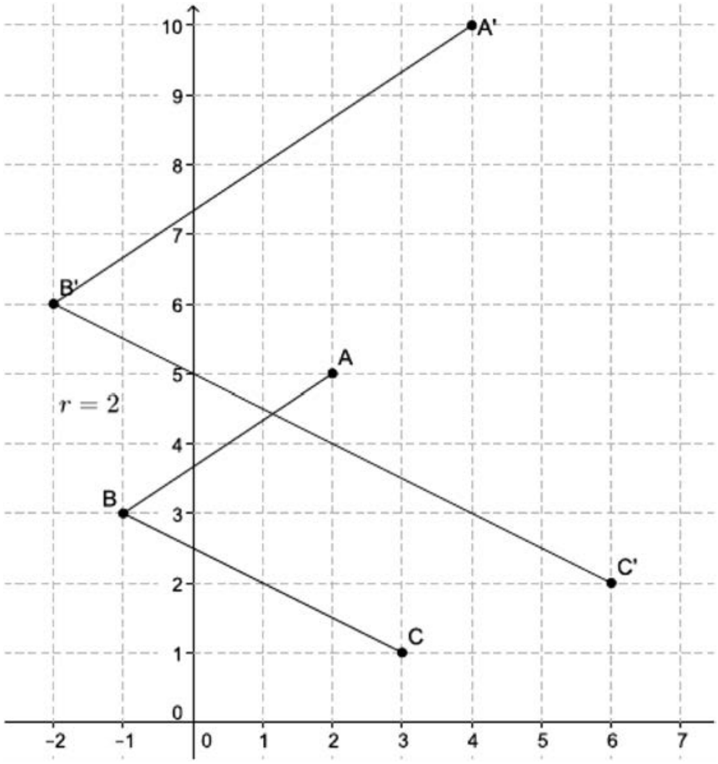
$$\boldsymbol{C(-9, 3) \rightarrow C'\left(\frac{2}{3} \cdot (-9), \frac{2}{3} \cdot 3\right) = C'(-6, 2)}$$

$$\boldsymbol{D(-12, -3) \rightarrow D'\left(\frac{2}{3} \cdot (-12), \frac{2}{3} \cdot (-3)\right) = D'(-8, -2)}$$

Las coordenadas de la figura dilatada son $A'\left(2, \frac{2}{3}\right)$, $B'(8, 6)$, $C'(-6, 2)$ y $D'(-8, -2)$.

1. ¿Cómo se traza una dilatación desde el centro O con un factor de escala r de un ángulo? Verifica tu afirmación en el plano cartesiano

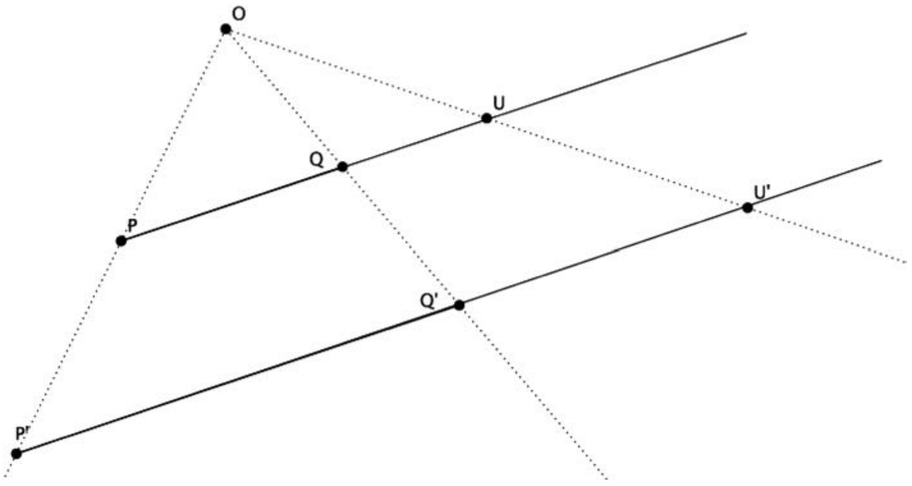
La dilatación de un ángulo se mapea con un ángulo.



Para verificarlo, puedo elegir tres puntos cualesquiera para crear el ángulo y cualquier factor de escala. Puedo usar lo que aprendí en la última lección para calcular las coordenadas de los puntos dilatados.

2. Demuestra el teorema: Una dilatación traza rayos con rayos.

Considera que hay una dilatación desde el centro O con un factor de escala r de modo que $P' = Dilatación(P)$ y $Q' = Dilatación(Q)$. Muestra que el rayo PQ traza el rayo $P'Q'$ (es decir, que las dilataciones trazan rayos con rayos). Sobre la base del diagrama, responde las preguntas que siguen y luego demuestra informalmente el teorema. (Pista: Esta demostración se parece mucho a la demostración de los segmentos. Esta vez, considera que U es un punto en la recta PQ que no está entre los puntos P y Q).



a. U es un punto en $\overrightarrow{PQ}$. Según la definición de la dilatación, ¿cuál es el nombre de $Dilatación(U)$?

Según la definición de la dilatación, sabemos que U' = $\boldsymbol{Dilatación(U)}$.

b. Según la definición de la dilatación, sabemos que $\frac{|OP'|}{|OP|} = r$. ¿Qué otras dos razones también son iguales a r?

Según la definición de la dilatación, sabemos que $\boldsymbol{\frac{|OQ'|}{|OQ|} = \frac{|OU'|}{|OU|} = r}$.

c. Según el teorema fundamental de la semejanza, ¿qué sabemos sobre la recta PQ y la recta $P'Q'$?

Según el teorema fundamental de la semejanza, sabemos que la recta $\mathbf{PQ}$ y la recta $\mathbf{P'Q'}$ son paralelas.

d. ¿Qué nos dice el teorema fundamental de la semejanza sobre la recta QU y la recta $Q'U'$?

Por el teorema fundamental de la semejanza, sabemos que la recta $\mathbf{QU}$ y la recta $\mathbf{Q'U'}$ son paralelas.

e. ¿Cuál es la conclusión que podemos sacar sobre la recta que contiene $\overrightarrow{PQ}$ y la recta $Q'U'$??

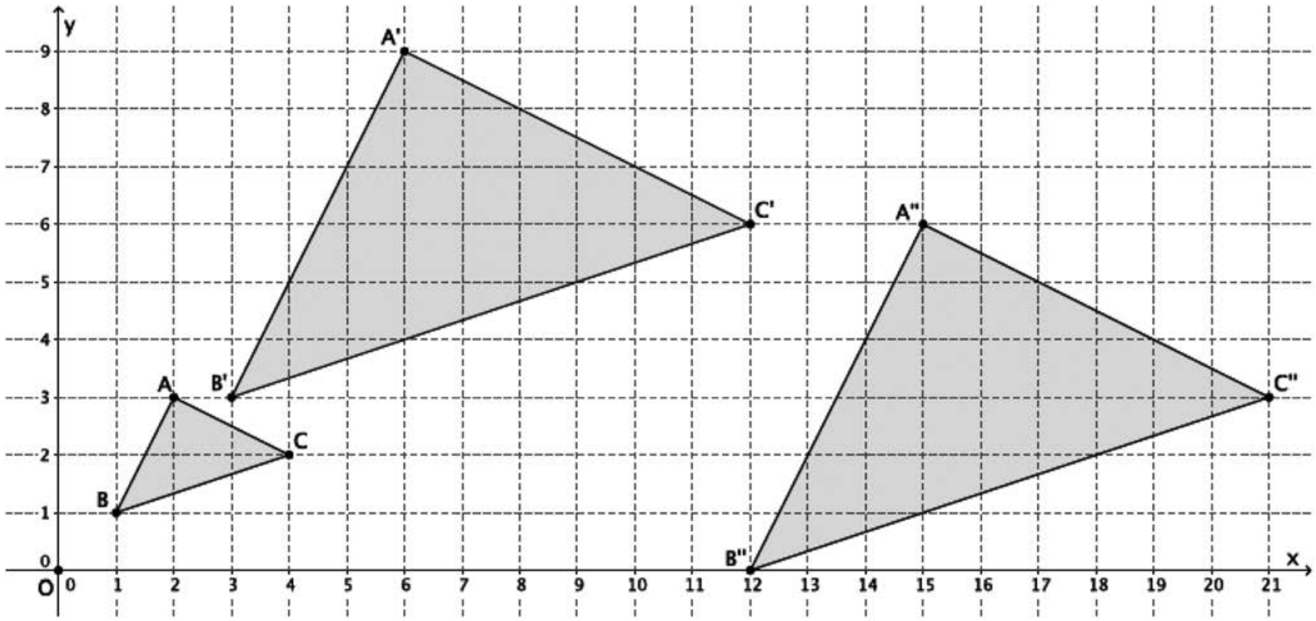
La recta que contiene $\boldsymbol{\overrightarrow{PQ}}$ es paralela a $\boldsymbol{\overleftrightarrow{Q'U'}}$ porque $\boldsymbol{\overleftrightarrow{Q'U'}}$ está incluida en la recta $\mathbf{P'Q'}$.

EUREKA MATH

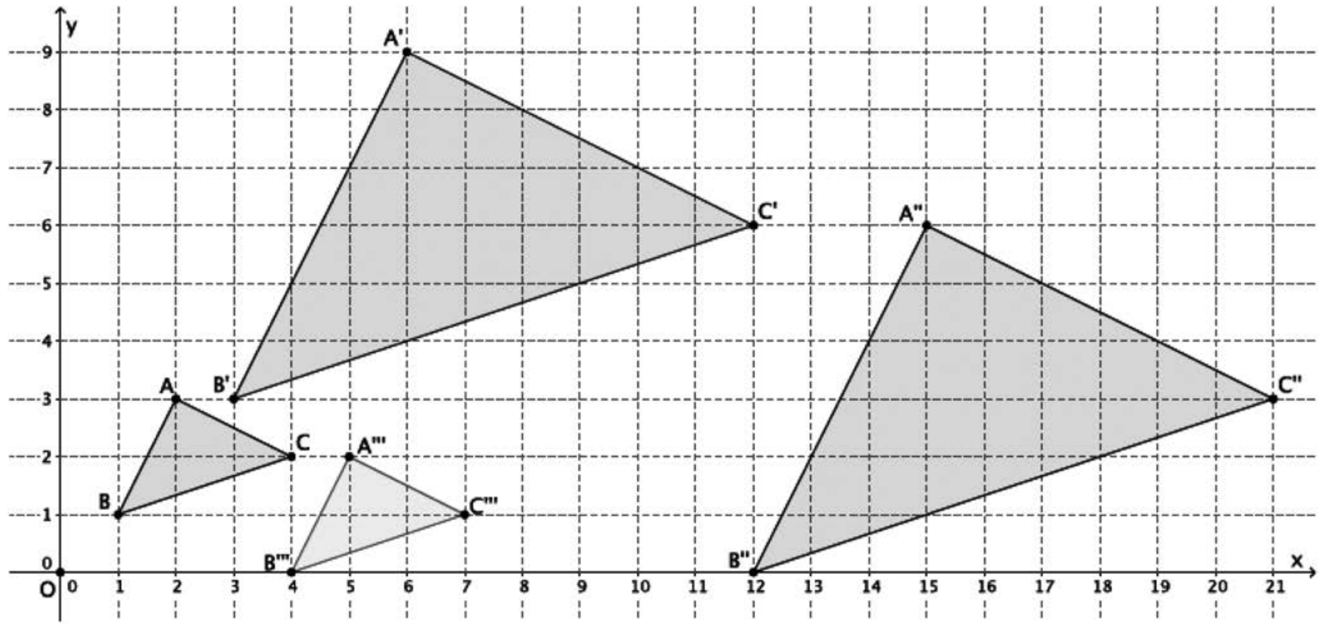
f. Demuestra, de modo informal, que $\overrightarrow{P'Q'}$ es una dilatación de $\overrightarrow{PQ}$.

Según la información de las partes (a) a (e), sabemos que U es un punto en $\overrightarrow{PQ}$. También sabemos que la recta que contiene a $\overleftrightarrow{PQ}$ es paralela a la recta $Q'U'$. Sin embargo, ya sabemos que $\overleftrightarrow{PQ}$ es paralela a $\overleftrightarrow{P'Q'}$. Dado que solo puede haber una recta que pase a través de Q' que es paralela a $\overrightarrow{P'Q'}$, entonces, la recta que contiene a $\overrightarrow{P'Q'}$ y la recta $Q'U'$ deben coincidir. Eso coloca la dilatación del punto U, U' en $\overrightarrow{P'Q'}$, lo que demuestra que las dilataciones trazan rayos con rayos.

1. En la imagen a continuación tenemos un triángulo ABC que fue dilatado desde el centro O con un factor de escala $r = 3$. Está designado por $A'B'C'$. También tenemos un triángulo $A''B''C''$, que es congruente con el triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle A'B'C' \cong \triangle A''B''C''$). Describe la secuencia de una dilatación, seguida por una congruencia (de uno o más movimientos rígidos), que podría representar el triángulo $A''B''C''$ sobre el triángulo ABC.

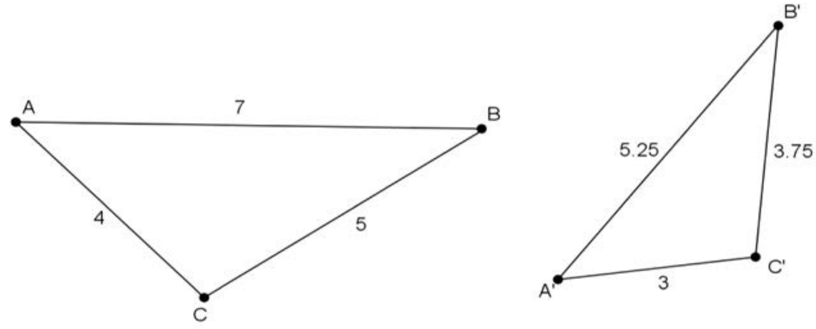


Primero, debemos dilatar el triángulo $A''B''C''$ desde el centro O con un factor de escala $r = \frac{1}{3}$ para contraerlo al tamaño del triángulo ABC. Designaré este triángulo como $A'''B'''C'''$. Una vez que tenga el triángulo del tamaño correcto, puedo trasladar el triángulo dilatado, $A'''B'''C'''$, una unidad hacia arriba y tres unidades a la izquierda.



Primero, debemos dilatar el triángulo $A''B''C''$ desde el centro O con un factor de escala $r = \frac{1}{3}$ para contraerlo al tamaño del triángulo ABC. Después, debemos trasladar el triángulo dilatado, designado por $A'''B'''C'''$, una unidad hacia arriba y tres unidades a la izquierda. Esta secuencia de dilatación seguida por la traslación representaría al triángulo $A''B''C''$ sobre el triángulo ABC.

2. El triángulo ABC es semejante al triángulo $A'B'C'$ (es decir, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$). Describe la secuencia para demostrar la semejanza que podría representar al triángulo $A'B'C'$ sobre el triángulo ABC.



Puedo verificar las proporciones de los lados correspondientes para ver si cuentan con la misma proporción y si tienen el mismo factor de escala.

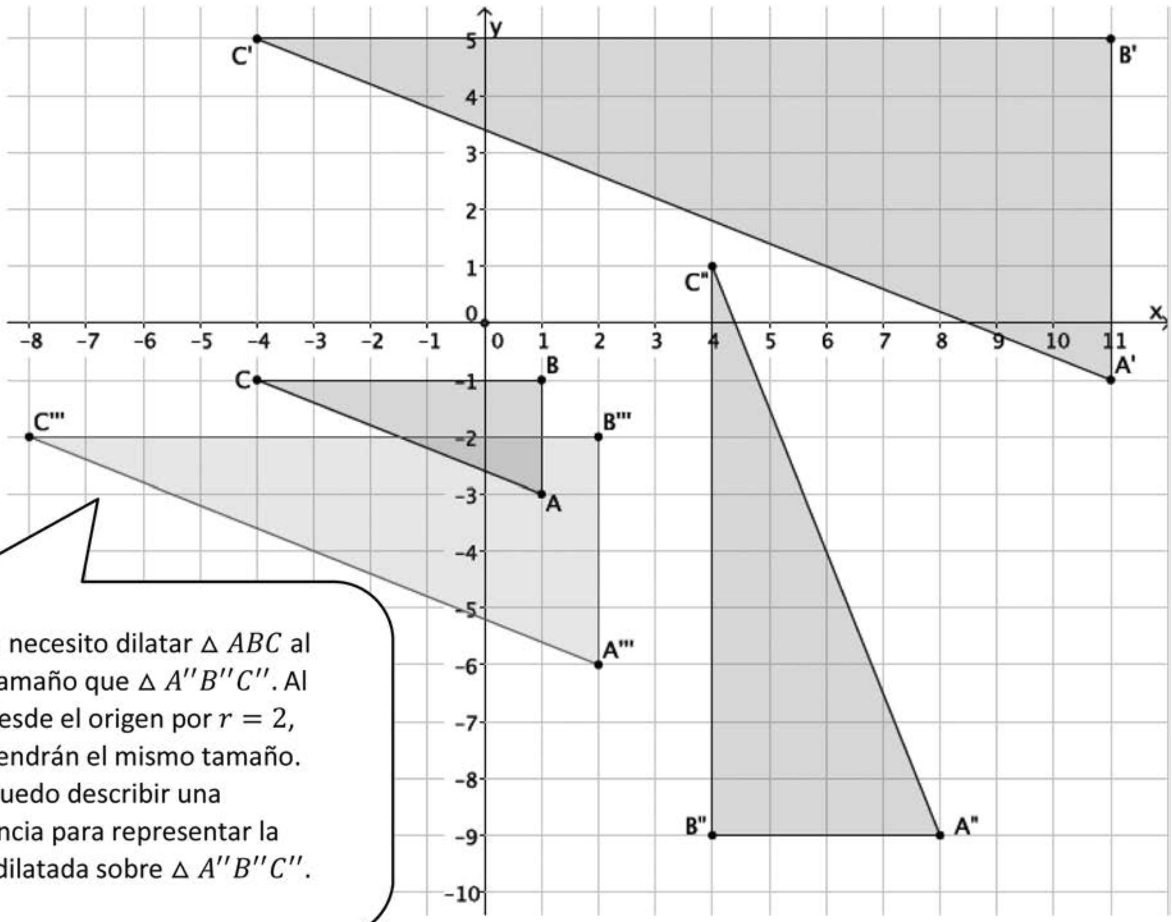
El factor de escala que podría aumentar $A'B'C'$ al tamaño del triángulo ABC es $r = \frac{4}{3}$.

Dado que el triángulo $A'B'C'$ es del mismo tamaño que el triángulo ABC, puedo describir una congruencia para mapear el triángulo $A'B'C'$ sobre el triángulo ABC.

Descripción de muestra:

La secuencia que probaría la semejanza de los triángulos es una dilatación desde el centro con un factor de escala de $r = \frac{4}{3}$, seguida por una traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{A'A}$, y finalmente, una rotación sobre el punto A.

1. En el diagrama a continuación, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ y $\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$. ¿Es $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$? En ese caso, describe la dilatación seguida por la congruencia que demuestra la semejanza.

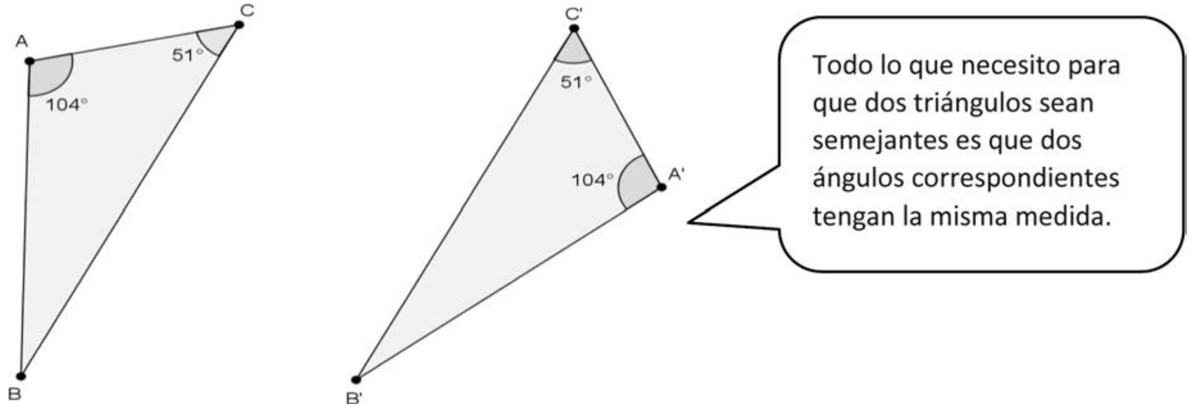


Primero, necesito dilatar $\triangle ABC$ al mismo tamaño que $\triangle A''B''C''$. Al dilatar desde el origen por $r = 2$, ambos tendrán el mismo tamaño. Luego, puedo describir una congruencia para representar la imagen dilatada sobre $\triangle A''B''C''$.

Sí, $\triangle ABC \sim \triangle A''B''C''$ porque la semejanza es transitiva. Considerando que $r|AB| = |A''B''|$, $|AB| = 2$ y $|A''B''| = 4$, entonces $r \cdot 2 = 4$. Por lo tanto, $r = 2$. Entonces, la dilatación del origen por el factor de escala $r = 2$ genera $\triangle ABC$ del mismo tamaño que $\triangle A''B''C''$. Traslada la imagen dilatada de $\triangle ABC$, $\triangle A'''B'''C'''$, 12 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba para representar C''' a C''. A continuación, rota la imagen dilatada sobre el punto C'', 90 grados en sentido de las agujas del reloj. Por último, refleja la imagen rotada sobre la recta $C''B''$. La secuencia de la dilatación y el mapa de congruencia $\triangle ABC$ sobre $\triangle A''B''C''$ demuestran la semejanza.

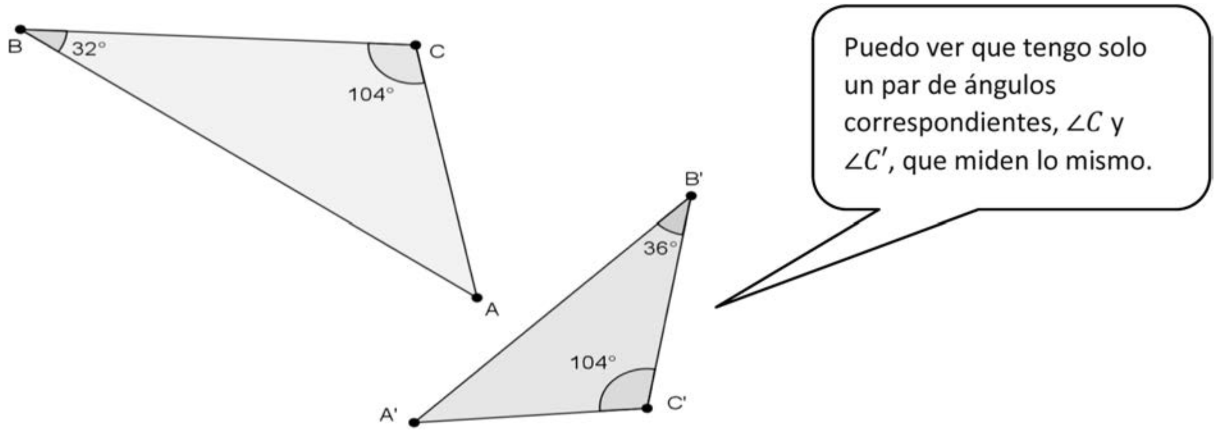
Recuerdo que cuando tengo que trasladar una imagen, es mejor hacerlo de manera que los puntos correspondientes, como C y C'', coincidan.

1. ¿Son semejantes los triángulos que se muestran? Presenta un argumento informal sobre por qué son o no son semejantes.



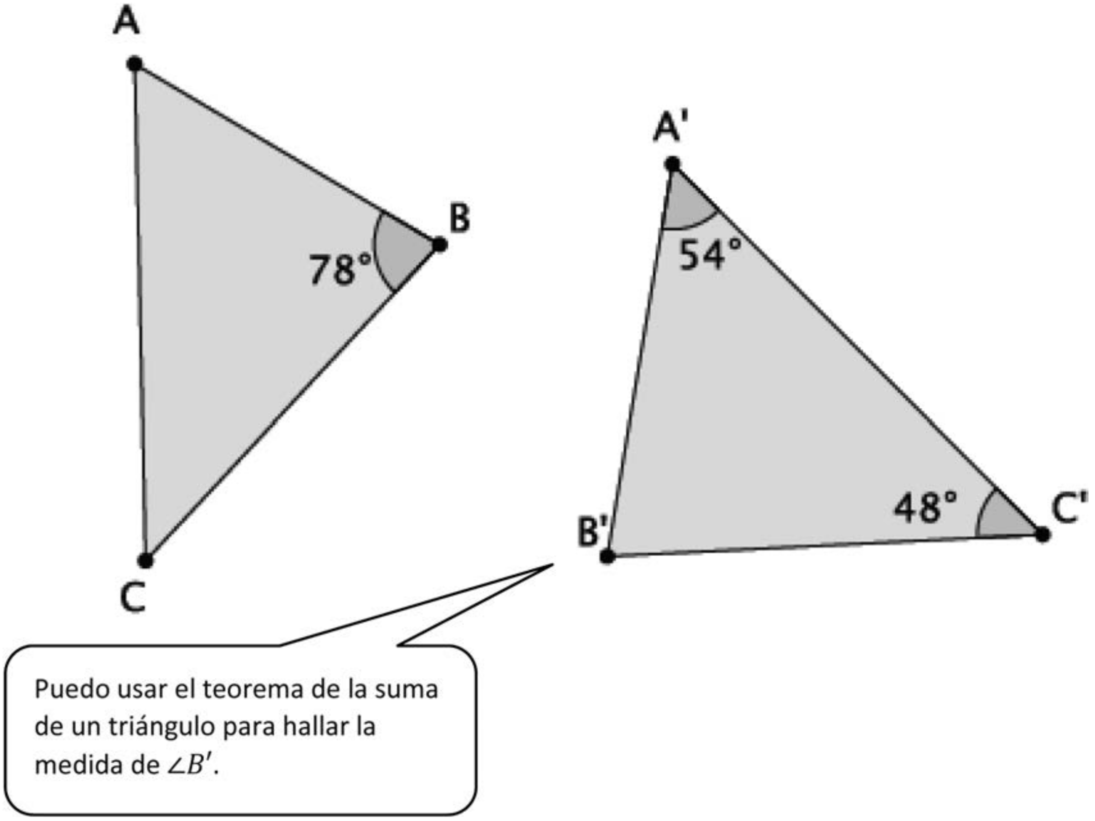
Sí, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$***. Son semejantes porque ambos tienen dos pares de ángulos correspondientes de igual medida, específicamente,*** $|\angle A| = |\angle A'| = 104°$ ***y*** $|\angle C| = |\angle C'| = 51°$***.***

2. ¿Son semejantes los triángulos que se muestran? Presenta un argumento informal sobre por qué son o no son semejantes.



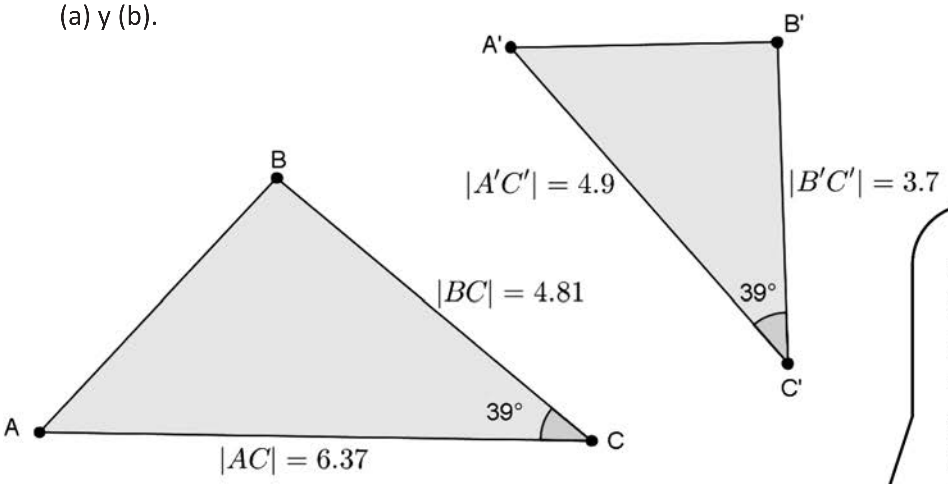
No, $\triangle ABC$ ***no es semejante a*** $\triangle A'B'C'$***. Considerando la información dada,*** $|\angle B| \neq |\angle B'|$***, y*** $|\angle A| \neq |\angle A'|$***.***

3. ¿Son semejantes los triángulos que se muestran? Presenta un argumento informal sobre por qué son o no son semejantes.



No sabemos si $\triangle ABC$ es semejante a $\triangle A'B'C'$. Podemos usar el teorema de la suma de un triángulo para hallar que $|\angle B'| = 78°$, pero no tenemos ninguna información sobre $|\angle A|$ o $|\angle C|$. Para ser considerados semejantes, dos triángulos deben tener dos pares de ángulos correspondientes con la misma medida. En este problema, solo sabemos las medidas de un par de ángulos correspondientes.

1. En el diagrama a continuación, tienes $\triangle ABC$ y $\triangle A'B'C'$. Utiliza esta información para responder las partes (a) y (b).



No tengo suficiente información para usar el criterio AA. Necesito confirmar las proporciones de los lados correspondientes para ver si son iguales.

a. Considerando la información dada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$? Explica.

Sí, $\boldsymbol{\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'}$***. Dado que solo se ofrece información sobre uno de los pares de ángulos correspondientes, es necesario comprobar los lados correspondientes para verificar si sus proporciones son iguales.***

$$\frac{4.81}{6.37} = \frac{3.7}{4.9}$$
$$0.755\ldots = 0.755\ldots$$

Como los valores de estas proporciones son iguales, aproximadamente $\mathbf{0.755}$***, los triángulos son semejantes.***

b. Supón que la longitud del lado $\overline{AB}$ es 4.03. ¿Cuál es la longitud del lado $\overline{A'B'}$?

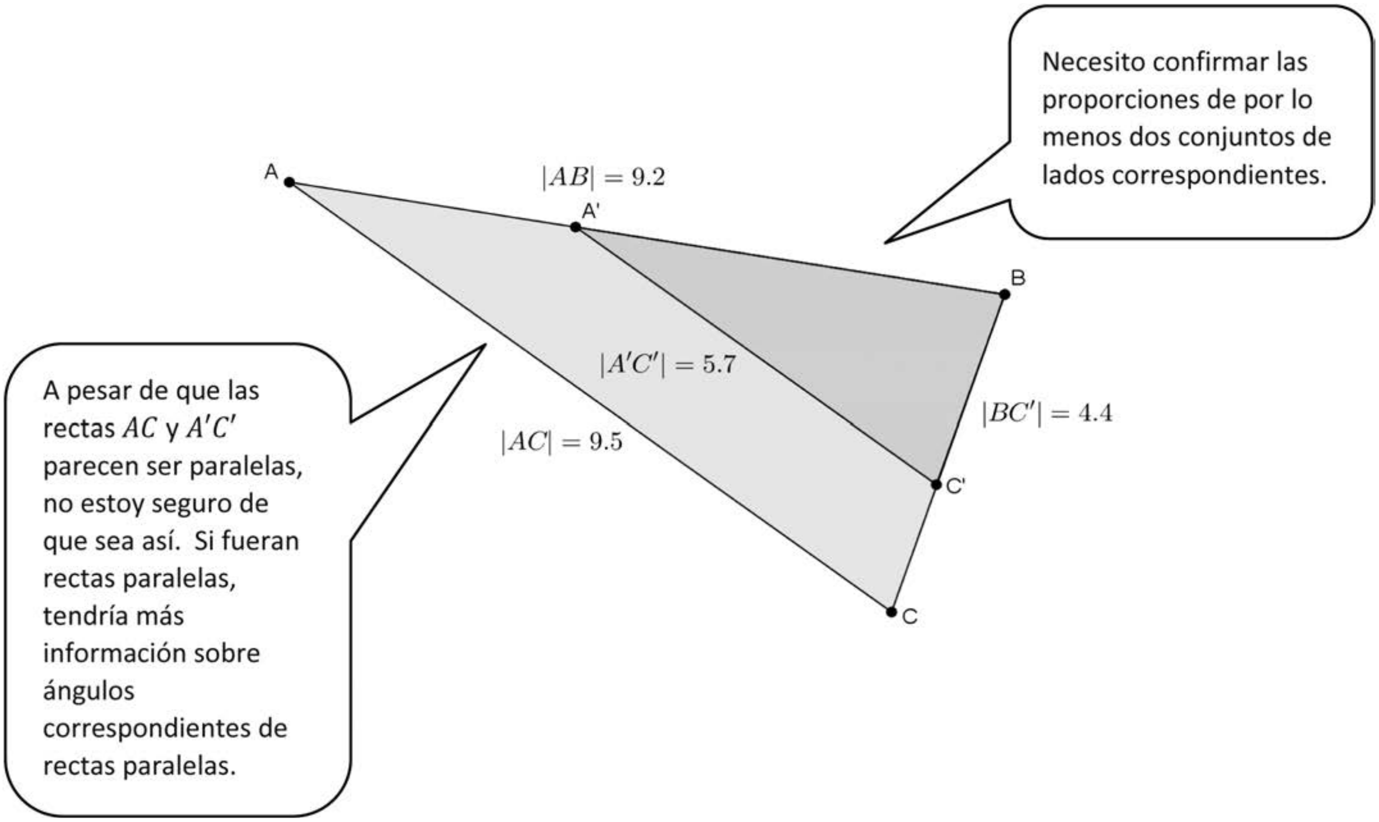
Sea $\boldsymbol{x}$ ***represente la longitud del lado*** $\boldsymbol{\overline{A'B'}}$***.***

$$\frac{x}{4.03} = \frac{3.7}{4.81}$$

Después de establecer la proporción, necesito hallar el valor de x que forma las fracciones equivalentes.

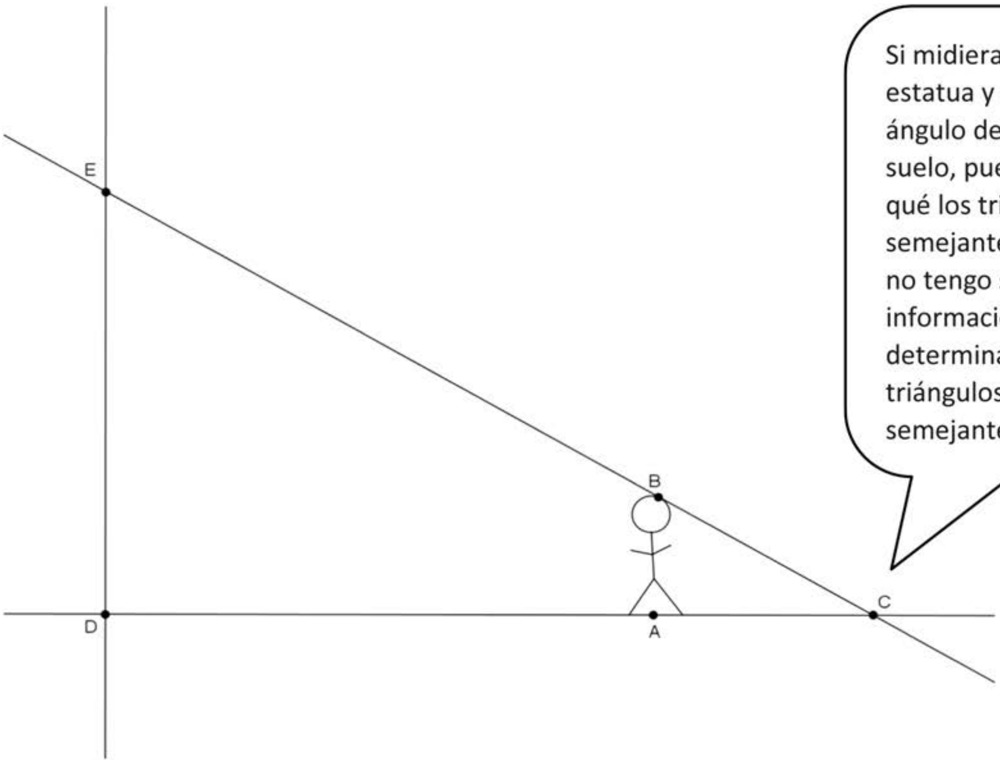
Queremos saber el valor de x que hace que las fracciones sean equivalentes.
Por lo tanto, $\mathbf{4.81}\boldsymbol{x} = \mathbf{14.911}$ ***y*** $\boldsymbol{x} = \mathbf{3.1}$***. La longitud del lado*** $\boldsymbol{\overline{A'B'}}$ ***es*** $\mathbf{3.1}$***.***

2. En el diagrama a continuación, tienes $\triangle ABC$ y $\triangle A'BC'$. Considerando la información dada, ¿es $\triangle ABC \sim \triangle A'BC'$? Explica.



Como ambos triángulos tienen un vértice común, entonces $|\angle B| = |\angle B|$. Esto significa que la medida de $\angle B$ en $\triangle ABC$ es igual a la medida de $\angle B$ en $\triangle A'BC'$. Sin embargo, no se brinda suficiente información para determinar si los triángulos son semejantes. Necesitaríamos información sobre un par de ángulos correspondientes o más información sobre la longitud de los lados de cada uno de los triángulos.

1. Hay una estatua de la mascota de tu escuela en la puerta del edificio. Quieres hallar la altura de la estatua, pero es demasiado alta para tomar la medida directamente. El siguiente diagrama representa la situación.



Si midiera la altura de la estatua y mi altura en un ángulo de $90°$ con el suelo, puedo explicar por qué los triángulos son semejantes. Si no lo son, no tengo suficiente información para determinar si los triángulos son semejantes.

Describe los triángulos en la situación y explica cómo sabes si los mismos son o no semejantes.

Hay dos triángulos en el diagrama, uno formado por la estatua y la sombra que produce, $\triangle EDC$, y otro, formado por la persona y su sombra, $\triangle BAC$. Los triángulos son semejantes si se mide la altura de la estatua a un ángulo de $90°$ con el suelo y si la persona en pie forma un ángulo de $90°$ con el suelo. Sabemos que $\angle ACB$ es un ángulo común a ambos triángulos. Si $|\angle EDC| = |\angle BAC| = 90°$, entonces $\triangle EDC \angle \triangle BAC$ debido al criterio AA.

2. Supón $\triangle EDC \sim \triangle BAC$. Si la estatua produce una sombra de 18 pies de longitud y tú mides 5 pies de altura y produces una sombra de 7 pies, calcula la altura de la estatua.

Sea que x representa la altura de la estatua; entonces,

$$\frac{x}{5} = \frac{18}{7}.$$

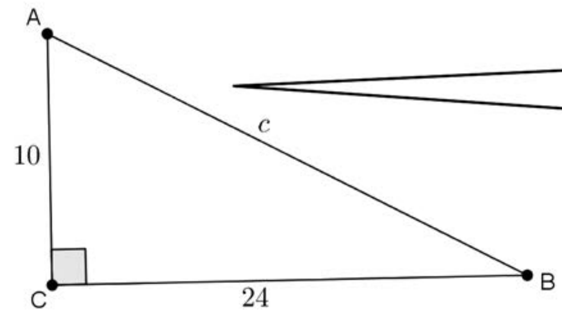
Como sé que los triángulos son semejantes, puedo establecer una proporción entre los lados correspondientes

Queremos saber el valor de x que hace que las fracciones sean equivalentes.

Por lo tanto, $7x = 90$ y $x = \frac{90}{7}$. La estatua mide aproximadamente 13 pies de altura.

Usa el teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida del triángulo rectángulo.

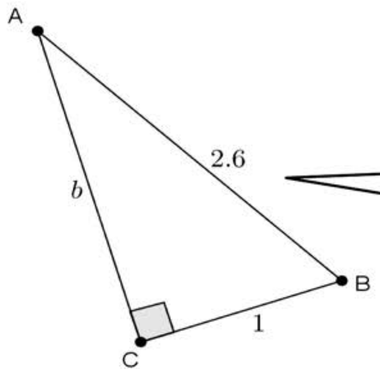
1. Determina la longitud del lado c en el triángulo a continuación.



Sé que el lado faltante es la hipotenusa porque es el lado más largo del triángulo y está opuesto al ángulo recto.

$$\begin{aligned} \mathbf{10^2 + 24^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \mathbf{100 + 576} &= \boldsymbol{c^2} \\ \mathbf{676} &= \boldsymbol{c^2} \\ \mathbf{26} &= \boldsymbol{c} \end{aligned}$$

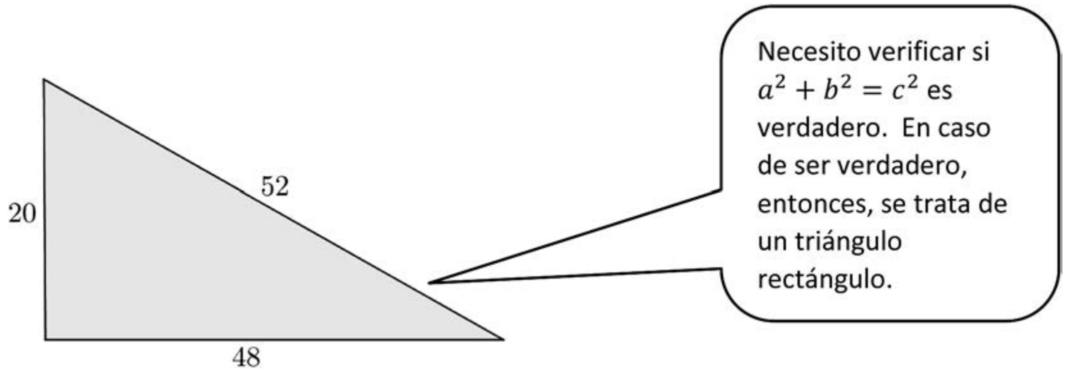
2. Determina la longitud del lado b en el triángulo a continuación.



La longitud de los lados son un décimo de la longitud de los lados en el problema uno. Puedo multiplicar la longitud de los lados por diez para transformarlos en números enteros. De esta manera, será más fácil resolver el problema.

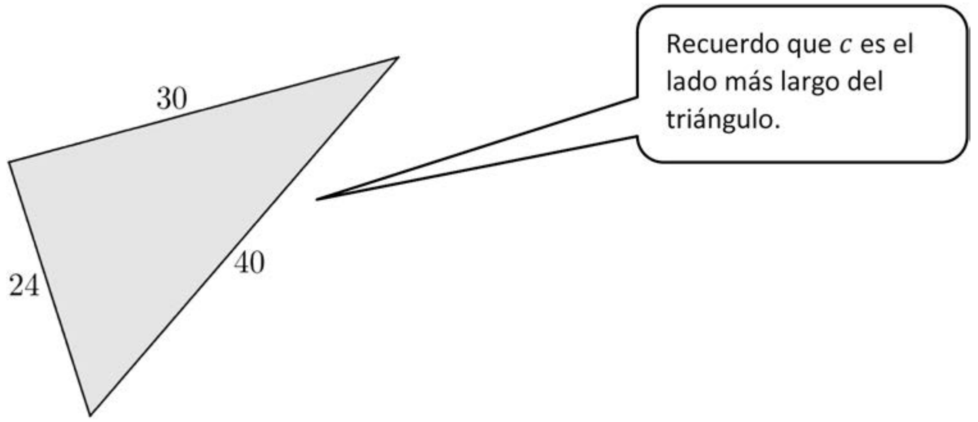
$$\begin{aligned} \mathbf{1^2} + \boldsymbol{b^2} &= \mathbf{2.6^2} \\ \mathbf{1} + \boldsymbol{b^2} &= \mathbf{6.76} \\ \mathbf{1 - 1} + \boldsymbol{b^2} &= \mathbf{6.76 - 1} \\ \boldsymbol{b^2} &= \mathbf{5.76} \\ \boldsymbol{b} &= \mathbf{2.4} \end{aligned}$$

1. Los números en el diagrama a continuación indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿Es este un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y responde con un enunciado completo.



Necesitamos confirmar si $20^2 + 48^2 = 52^2$ es un enunciado verdadero. El lado izquierdo de la ecuación es igual a $2,704$. El lado derecho de la ecuación es igual a $2,704$. Eso significa que $20^2 + 48^2 = 52^2$ es verdadero y el triángulo que se muestra es un triángulo rectángulo.

2. Los números del siguiente diagrama indican las unidades de longitud de cada lado del triángulo. ¿Es este un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y responde con un enunciado completo.



Necesitamos confirmar si $24^2 + 30^2 = 40^2$ es un enunciado verdadero. El lado izquierdo de la ecuación es igual a $1,476$. El lado derecho de la ecuación es igual a $1,600$. Eso significa que $24^2 + 30^2 = 40^2$ no es verdadero y el triángulo que se muestra no es un triángulo rectángulo.

Escribe cada uno de los siguientes enunciados utilizando lenguaje simbólico.

1. George es cuatro años más grande que su hermana Sylvia.
   La otra hermana de George es cinco años menor que Sylvia.
   La suma de todas las edades es 68 años.

   Sea x la edad de Sylvia. Entonces,
   $\boldsymbol{(x+4)+(x-5)+x=68.}$

   Dado que conozco un dato acerca de Sylvia y sus hermanos, definiré mi variable como la edad de Sylvia.

2. La suma de tres enteros consecutivos es 843.

   Sea x el primer entero. Entonces,
   $\boldsymbol{x+(x+1)+(x+2)=843.}$

   Recuerdo que consecutivo significa uno a continuación del otro. Si mi primer número fuera 5, entonces un enunciado numérico sería $5+(5+1)+(5+2)$. Necesito escribir algo semejante utilizando literales.

3. Un número es dos más que otro número.
   La suma de sus cuadrados es 33.

   Sea x el número menor. Entonces,
   $\boldsymbol{x^2+(x+2)^2=33.}$

4. Cuando sumas 42 a $\frac{1}{3}$ de un número, obtienes el número en sí.

   Sea x el número. Entonces,
   $\boldsymbol{\frac{1}{3}x+42 = x.}$

   No sé cuál es el número que equivale a la fracción de 45. Recuerdo que quitar a 23 significa que tengo que restar el número de 23.

5. Cuando una fracción de 45 se resta de 23, lo que queda supera por un medio de once más doce.

   Sea x la fracción de 45. Entonces,
   $\boldsymbol{23-x=\frac{1}{2}\circ 11+12.}$

6. La suma de tres enteros impares consecutivos es 165. Considera que x se encuentra en el medio de tres enteros impares. Transcribe el enunciado que corresponda.

   $\boldsymbol{(x-2)+x+(x+2)=165}$

   Si el número del medio es impar, entonces tengo que restarle dos para obtener el entero impar anterior a él y sumar dos para obtener el entero impar posterior.

Escribe cada uno de los siguientes enunciados como una expresión matemática. Determina si la expresión es lineal o no lineal. Si es no lineal, explica por qué.

1. Un número sumado a cinco al cubo

   Sea x un número; entonces, $5^3 + x$ es una expresión lineal.

   Es lineal porque es una suma de constantes y x a la 1.ª potencia.

2. El cociente de siete y un número, sumado a veinticinco

   Sea x un número; entonces, $\frac{7}{x} + 25$ es una expresión no lineal.

   El término $\frac{7}{x}$ es el mismo que $7 \cdot \frac{1}{x}$ y $\frac{1}{x} = x^{-1}$, es por eso que no es lineal.

   Recuerdo que $\frac{1}{x} = x^{-1}$, que aprendí al comienzo del año.

3. La suma que representa el número de perros calientes vendidos, si se vendieran 148 perros calientes el jueves, la mitad de los perros calientes restantes se vendiera el viernes y 203 perros calientes se vendieran el sábado

   Sea x es el número de perros calientes restantes; entonces, $148 + \frac{1}{2}x + 203$ es una expresión lineal.

4. El producto de 46 y un número, sumado al número recíproco del número elevado al cuadrado

   Sea x un número; entonces, $46x + \frac{1}{x^2}$ es una expresión no lineal.

   El término $\frac{1}{x^2}$ es el mismo que x^{-2}, es por eso que no es lineal.

   Puedo escribir la expresión como $\frac{1}{x^2} + 46x$ al aplicar la propiedad conmutativa de la suma.

5. El producto de 12 y un número, y luego el producto multiplicado por sí mismo siete veces

   Sea x un número; entonces, $(12x)^7$ es una expresión no lineal. La expresión se puede escribir como $12^7 \cdot x^7$. El exponente de 7 con la base de x es la razón por la que no es lineal.

6. La suma de siete y un número, multiplicada por el número

   Necesito utilizar paréntesis alrededor de la suma de siete y un número.

   Sea x un número; entonces, $(7 + x)x$ es una expresión no lineal porque $(7 + x)x = 7x + x^2$, luego de utilizar la propiedad distributiva.
   Es no lineal porque la potencia de x en el término x^2 es mayor que 1.

1. Dado que $5x - 3 = 17$ y $7x + 3 = 17$, ¿$5x - 3 = 7x + 3$? Explica.

   Sí, $5x - 3 = 7x + 3$ porque una ecuación lineal es un enunciado de igualdad. Se nos dice que $5x - 3$ es igual a 17, pero $7x + 3$ también es igual a 17. Dado que cada expresión lineal es igual al mismo número, las expresiones son iguales, $5x - 3 = 7x + 3$.

   Dado que el lado izquierdo de ambas expresiones es igual al mismo número, puedo afirmar que ambas expresiones son iguales.

2. ¿5 es una solución para la ecuación $3x - 1 = 5x + 7$? Explica.

   Necesito comprobar si el lado derecho es igual al lado izquierdo cuando reemplazo x por el número 5. Si el lado izquierdo no es igual al derecho, entonces sé que 5 no es la solución.

   Si reemplazamos x por el número 5, el lado izquierdo de la ecuación es

$$\begin{aligned} \mathbf{3 \cdot (5) - 1} &= \mathbf{15 - 1} \\ &= \mathbf{14}, \end{aligned}$$

   y el lado derecho de la ecuación es

$$\begin{aligned} \mathbf{5 \cdot (5) + 7} &= \mathbf{25 + 7} \\ &= \mathbf{32.} \end{aligned}$$

   Dado que $14 \neq 32$, 5 no es una solución para la ecuación $3x - 1 = 5x + 7$.

3. Utiliza la ecuación lineal $11(x - 2) = 11x - 22$ para responder las partes (a) a (c).

   Sé que una ecuación lineal busca averiguar qué número x correspondería para la ecuación.

   a. ¿$x = 3$ corresponde a la ecuación anterior? Explica.

      Si reemplazamos x por el número 3, el lado izquierdo de la ecuación es

$$\begin{aligned} \mathbf{11(x - 2)} &= \mathbf{11(3 - 2)} \\ &= \mathbf{11(1)} \\ &= \mathbf{11}, \end{aligned}$$

      y el lado derecho de la ecuación es

$$\begin{aligned} \mathbf{11x - 22} &= \mathbf{11 \circ 3 - 22} \\ &= \mathbf{33 - 22} \\ &= \mathbf{11.} \end{aligned}$$

      Dado que $11 = 11$, $x = 3$ es una solución para la ecuación $11(x - 2) = 11x - 22$.

b. ¿ $x = -\frac{1}{2}$ es una solución para la ecuación anterior? Explica.

Si reemplazamos x por el número $-\frac{1}{2}$***, el lado izquierdo de la ecuación es***

$$\begin{aligned} \mathbf{11(x-2)} &= \mathbf{11\left(-\frac{1}{2}-2\right)} \\ &= \mathbf{11\left(-\frac{1}{2}-\frac{4}{2}\right)} \\ &= \mathbf{11\left(-\frac{5}{2}\right)} \\ &= \mathbf{-\frac{55}{2}}, \end{aligned}$$

Puedo reescribir 2 como una fracción equivalente con el mismo denominador que $\frac{1}{2}$.

y el lado derecho de la ecuación es

$$\begin{aligned} \mathbf{11x-22} &= \mathbf{11 \cdot -\frac{1}{2}-22} \\ &= \mathbf{-\frac{11}{2}-22} \\ &= \mathbf{-\frac{11}{2}-\frac{44}{2}} \\ &= \mathbf{-\frac{55}{2}}. \end{aligned}$$

Dado que el lado derecho es igual al izquierdo, $-\frac{1}{2}$ es una solución.

Dado que $-\frac{55}{2} = -\frac{55}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$ ***es una solución para la ecuación*** $\mathbf{11(x-2) = 11x-22}$.

c. ¿Qué hecho interesante acerca de la ecuación $11(x-2) = 11x - 22$ se destaca por medio de las respuestas a las partes (a) y (b)? ¿Por qué crees que es verdadero?

Recuerdo que mi maestra dijo que *se destaca* significa "¿qué observo?".

Observo que la ecuación $\mathbf{11(x-2) = 11x-22}$ ***es una identidad, según la ley distributiva.***

Creo que puedo elegir cualquier número para x y la ecuación seguirá siendo verdadera.

Para cada problema, muestra tu trabajo y verifica que tu solución sea correcta.

1. Resuelve la ecuación lineal $5x - 7 + 2x = -21$. Enuncia la propiedad que justifica tu primer paso y por qué elegiste hacerlo.

   Utilicé la propiedad conmutativa y la distributiva en el lado izquierdo del signo de igualdad, para simplificar la expresión a menos términos.

$$\begin{aligned} \mathbf{5x - 7 + 2x} &= \mathbf{-21} \\ \mathbf{5x + 2x - 7} &= \mathbf{-21} \\ \mathbf{(5+2)x - 7} &= \mathbf{-21} \\ \mathbf{7x - 7} &= \mathbf{-21} \\ \mathbf{7x - 7 + 7} &= \mathbf{-21 + 7} \\ \mathbf{7x} &= \mathbf{-14} \\ \mathbf{\frac{1}{7}(7)x} &= \mathbf{\frac{1}{7}(-14)} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{-2} \end{aligned}$$

La propiedad conmutativa me permite reordenar y agrupar los términos dentro de las expresiones. La propiedad distributiva me permite simplificar las expresiones al combinar los términos semejantes.

   Comprueba: El lado izquierdo es igual a $\mathbf{5(-2) - 7 + 2(-2) = -10 - 7 - 4 = -21}$, que es igual lado derecho. Por lo tanto, $\mathbf{x = -2}$ es una solución para la ecuación $\mathbf{5x - 7 + 2x = -21}$.

2. Resuelve la ecuación lineal $\frac{1}{7}x - 11 = \frac{1}{4}x - 14$. Enuncia la propiedad que justifica tu primer paso y por qué elegiste hacerlo.

Elegí utilizar la propiedad de adición de la igualdad para obtener todas las constantes en un lado del signo de igualdad, y la propiedad de resta de la igualdad para obtener todos los términos con una x en el otro lado del signo de igualdad.

$$\frac{1}{7}x - 11 = \frac{1}{4}x - 14$$
$$\frac{1}{7}x - 11 + 11 = \frac{1}{4}x - 14 + 11$$
$$\frac{1}{7}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}x - 3$$
$$\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{4}\right)x = -3$$
$$\left(\frac{4}{28} - \frac{7}{28}\right)x = -3$$
$$-\frac{3}{28}x = -3$$
$$-\frac{28}{3}\left(-\frac{3}{28}\right)x = -\frac{28}{3}(-3)$$
$$x = 28$$

Recuerdo que el orden no importa, siempre que utilice las propiedades de igualdad de forma correcta. Puedo utilizar la propiedad de resta de la igualdad para obtener todos los términos con x en un lado del signo de igualdad, y luego, utilizar la propiedad de adición de la igualdad para obtener todas las constantes del otro lado.

Comprueba: El lado izquierdo de la ecuación es $\frac{1}{7}(28) - 11 = 4 - 11 = -7$. ***El lado derecho de la ecuación es*** $\frac{1}{4}(28) - 14 = 7 - 14 = -7$. ***Dado que ambos lados igualan*** -7, $x = 28$ ***es una solución a la ecuación*** $\frac{1}{7}x - 11 = \frac{1}{4}x - 14$.

Necesito verificar mi respuesta en la ecuación original porque puedo haber cometido un error al trasformar la ecuación.

3. Corey resolvió la ecuación lineal $5x + 7 - 18x = 14 + 3x - 87$. A continuación, se muestra su trabajo. Cuando verificó su respuesta, el lado izquierdo de la ecuación no igualaba al lado derecho. Halla y explica el error de Corey y luego, resuelve la ecuación de forma correcta.

$$5x + 7 - 18x = 14 + 3x - 87$$
$$-13x + 7 = 3x - 73$$
$$-13x + 7 + 3x = 3x - 73 - 3x$$
$$-10x + 7 = -73$$
$$-10x + 7 - 7 = -73 - 7$$
$$-10x = -80$$
$$\frac{-10}{-10}x = \frac{-80}{-10}$$
$$x = 8$$

Una estrategia que utilicé en clase fue resolver la ecuación lineal y verificar la respuesta sin mirar la solución de Corey. Compararé mi solución con la de Corey para ver si hallo alguna diferencia.

Corey cometió un error en el tercer renglón. Sumó $3x$ en el lado izquierdo del signo de igualdad y restó $3x$ en el lado derecho del signo de igualdad. Para utilizar la propiedad de forma correcta, debería haber restado $3x$ en ambos lados del signo de igualdad, dejando la ecuación como se muestra a continuación:

$$\boldsymbol{-13x + 7 - 3x = 3x - 73 - 3x}$$
$$\boldsymbol{-16x + 7 = -73}$$
$$\boldsymbol{-16x + 7 - 7 = -73 - 7}$$
$$\boldsymbol{-16x = -80}$$
$$\boldsymbol{\frac{-16}{-16}x = \frac{-80}{-16}}$$
$$\boldsymbol{x = 5}$$

Para cada uno de los problemas a continuación, escribe una ecuación y resuélvela.

La suma de las medidas de los ángulos complementarios es de 90°.

1. Un ángulo mide once unidades más que cuatro veces un número. Su complementario mide dos unidades más que tres veces el número. ¿Cuál es la medida de cada ángulo, en grados?

Sea x el número. Entonces, la medida de un ángulo es $4x + 11$. La medida del otro ángulo es $3x + 2$. Dado que los ángulos son complementarios, la suma de sus medidas será $90°$.

$$\begin{aligned} 4x + 11 + 3x + 2 &= 90 \\ 7x + 13 &= 90 \\ 7x + 13 - 13 &= 90 - 13 \\ 7x &= 77 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Todavía no he terminado. Necesito asegurarme de hallar la medida de cada ángulo.

Reemplazar x por 11 en $4x + 11$, da $4(11) + 11 = 44 + 11 = 55$.
Reemplazar x por 11 en $3x + 2$, da $3(11) + 2 = 33 + 2 = 35$.
Por lo tanto, las medidas de los ángulos son $55°$ y $35°$.

2. Los ángulos de un triángulo están descritos a continuación: $\angle A$ es el ángulo más pequeño. La medida de $\angle B$ es una unidad mayor que la medida de $\angle A$. La medida de $\angle C$ es 3 unidades más grande que dos veces la medida de $\angle A$. Calcula las medidas de los tres ángulos, en grados.

Sea x la medida de $\angle A$. Entonces, la medida de $\angle B$ es $x + 1°$ y la de $\angle C$ es $2x + 3°$. La suma de las medidas de los ángulos debe ser $180°$.

$$\begin{aligned} x + x + 1° + 2x + 3° &= 180° \\ 4x + 4° &= 180° \\ 4x + 4° - 4° &= 180° - 4° \\ 4x &= 176° \\ x &= 44° \end{aligned}$$

La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°.

Las medidas de los ángulos son las siguientes: $\angle A = 44°$, $\angle B = 45°$ y $\angle C = 2(44°) + 3° = 88° + 3° = 91°$.

3. A continuación, se describe un par de ángulos correspondientes. La medida de un ángulo es quince unidades menor que cuatro veces un número, y la medida del otro ángulo es veinte unidades mayor que cuatro veces un número. ¿Los ángulos son congruentes? ¿Por qué sí o por qué no?

Necesito utilizar el hecho de que los ángulos correspondientes de las rectas paralelas son congruentes para poder escribir una ecuación.

Sea x el número. Entonces, la medida de un ángulo es $4x - 15$ y la medida del otro ángulo es $4x + 20$. Supón que son congruentes, lo que significa que miden lo mismo.

$$\mathbf{4x - 15 = 4x + 20}$$

$$\mathbf{4x - 4x - 15 = 4x - 4x + 20}$$

$$\mathbf{-15 \circ 20}$$

Dado que $-15 \neq 20$, los ángulos no son congruentes.

4. A continuación, se describen tres ángulos: $\angle A$ es un tercio del tamaño de $\angle B$. La medida de $\angle C$ es siete unidades mayor que tres veces la medida de $\angle B$. La suma de las medidas de $\angle A$ y $\angle C$ es $147°$. ¿Los tres ángulos pueden formar un triángulo? ¿Por qué o por qué no?

Dado que no sé si las medidas de los tres ángulos forman un triángulo, necesito utilizar la suma de los dos triángulos para escribir mi ecuación.

Sea x que representa la medida de $\angle B$. Entonces, la medida de $\angle A$ es $\frac{x}{3}$ y la medida de $\angle C$ es $3x + 7°$.

La suma de las medidas de $\angle A$ y $\angle C$ es $147°$.

$$\frac{x}{3} + 3x + 7° = 147°$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{9}{3}x + 7° = 147°$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{9}{3}\right)x + 7° = 147°$$

$$\frac{10}{3}x + 7° - 7° = 147° - 7°$$

$$\frac{10}{3}x = 140°$$

$$10x = 420°$$

$$x = 42°$$

Necesito verificar la suma de los tres ángulos para ver si forman un triángulo.

La medida de $\angle A$ es $\left(\frac{42}{3}\right)^{\circ} = 14°$, la medida de $\angle B$ es $42°$ y la medida de $\angle C$ es $3(42°) + 7° = 133°$. La suma de los tres ángulos es $14° + 42° + 133° = 189°$. Dado que la suma de las medidas de los ángulos interiores de un triángulo debe ser de $180°$, estos ángulos no forman un triángulo. Esta suma es demasiado grande.

Transforma la ecuación, si es necesario, y luego resuélvela para hallar el valor de x de manera que la ecuación sea verdadera.

1. $3x - (x+2) + 11x = \frac{1}{2}(4x - 8)$

El signo negativo delante de los paréntesis significa que hay que invertir el signo de cada término dentro de los paréntesis.

Necesito utilizar la propiedad distributiva con cada término dentro de los paréntesis. Esto me permitirá ver todos los términos y reunir los términos semejantes.

$$\begin{aligned}
\mathbf{3x - (x+2) + 11x} &= \mathbf{\frac{1}{2}(4x - 8)} \\
\mathbf{3x - x - 2 + 11x} &= \mathbf{2x - 4} \\
\mathbf{13x - 2} &= \mathbf{2x - 4} \\
\mathbf{13x - 2x - 2} &= \mathbf{2x - 2x - 4} \\
\mathbf{11x - 2} &= \mathbf{-4} \\
\mathbf{11x - 2 + 2} &= \mathbf{-4 + 2} \\
\mathbf{11x} &= \mathbf{-2} \\
\mathbf{\frac{11}{11}x} &= \mathbf{-\frac{2}{11}} \\
\mathbf{x} &= \mathbf{-\frac{2}{11}}
\end{aligned}$$

Necesito verificar mi respuesta.

Comprueba: El lado izquierdo es $\mathbf{3\left(-\frac{2}{11}\right) - \left(-\frac{2}{11} + 2\right) + 11\left(-\frac{2}{11}\right) = -\frac{6}{11} - \frac{20}{11} - 2 = -\frac{48}{11}}$.

El lado derecho es $\mathbf{\frac{1}{2}\left(4\left(-\frac{2}{11}\right) - 8\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{8}{11} - \frac{88}{11}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{96}{11}\right) = -\frac{48}{11}}$.

Considerando que $\mathbf{-\frac{48}{11} = -\frac{48}{11}}$, $\mathbf{x = -\frac{2}{11}}$ ***es la solución.***

2. $5(2+x) - 4 = 81$

Necesito utilizar la propiedad distributiva con cada término dentro de los paréntesis, pero no con -4.

$$\begin{aligned}
\mathbf{5(2+x) - 4} &= \mathbf{81} \\
\mathbf{10 + 5x - 4} &= \mathbf{81} \\
\mathbf{5x + 6} &= \mathbf{81} \\
\mathbf{5x + 6 - 6} &= \mathbf{81 - 6} \\
\mathbf{5x} &= \mathbf{75} \\
\mathbf{x} &= \mathbf{15}
\end{aligned}$$

Puedo verificar esta respuesta mentalmente.

3. $6x + \frac{1}{3}(9x + 5) = 10x + \frac{13}{3} - (x + 1)$

$$\mathbf{6x + \frac{1}{3}(9x + 5) = 10x + \frac{13}{3} - (x + 1)}$$

$$\mathbf{6x + 3x + \frac{5}{3} = 10x + \frac{13}{3} - x - 1}$$

$$\mathbf{9x + \frac{5}{3} = 9x + \frac{10}{3}}$$

$$\mathbf{9x - 9x + \frac{5}{3} = 9x - 9x + \frac{10}{3}}$$

$$\mathbf{\frac{5}{3} \circ \frac{10}{3}}$$

Este enunciado no es verdadero; por lo tanto, esta ecuación no tiene solución.

Esta ecuación no tiene solución.

1. Da una breve explicación sobre qué tipo de solución(es) esperas para la ecuación lineal $12x + 7 = -3(9 - 5x)$. Transforma la ecuación en una forma más simple, si fuera necesario.

Los coeficientes de x son diferentes y las constantes también.

$$\mathbf{12x + 7 = -3(9 - 5x)}$$
$$\mathbf{12x + 7 = -27 + 15x}$$

Luego de utilizar la propiedad distributiva en el lado derecho, los coeficientes de x $(12 \neq 15)$ y las constantes son diferentes $(7 \neq -27)$ en cada lado. Esto significa que la ecuación tendrá una única solución.

Esta ecuación tendrá una única solución.

2. Da una breve explicación de qué tipo de solución(es) esperas para la ecuación lineal $18\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right) = 6x + 9$. Transforma la ecuación en una forma más simple, si es necesario.

$$\mathbf{18\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}x\right) = 6x + 9}$$
$$\mathbf{9 + 6x = 6x + 9}$$

Luego de utilizar la propiedad distributiva en el lado izquierdo, los coeficientes de x $(6 = 6)$ y las constantes son iguales $(9 = 9)$ en cada lado. Esto significa que la ecuación tendrá un número infinito de soluciones.

Esto es una identidad, según la propiedad distributiva. Por lo tanto, esta ecuación tendrá un número infinito de soluciones.

3. Da una breve explicación sobre qué tipo de solución(es) esperas para la ecuación lineal $5(2x + 4) = 2(5x - 10)$. Transforma la ecuación en una forma más simple, si es necesario.

$$\mathbf{5(2x + 4) = 2(5x - 10)}$$
$$\mathbf{10x + 20 = 10x - 20}$$

Luego de utilizar la propiedad distributiva en ambos lados de la ecuación, los coeficientes de x $(10 = 10)$ y las constantes son diferentes $(20 \neq -20)$ en cada lado. Esto significa que la ecuación no tendrá solución.

Los coeficientes de x son iguales, pero las constantes son diferentes. Por lo tanto, esta ecuación no tiene solución.

Resuelve las ecuaciones con expresiones racionales a continuación, si es posible. Si la ecuación no puede ser resuelta, explica por qué.

1. $\frac{x+5}{-2} = \frac{3-x}{7}$

$$\frac{x+5}{-2} = \frac{3-x}{7}$$
$$-2(3-x) = (x+5)7$$
$$-6+2x = 7x+35$$
$$-6+2x-2x = 7x-2x+35$$
$$-6 = 5x+35$$
$$-6-35 = 5x+35-35$$
$$-41 = 5x$$
$$-\frac{41}{5} = x$$

Puedo multiplicar cada numerador por el denominador de la otra fracción. Escribo entre paréntesis las expresiones con más de un término para acordarme de usar la propiedad distributiva.

2. $\frac{12}{x-3} = \frac{4}{x+2}$

$$\frac{12}{x-3} = \frac{4}{x+2}$$
$$12(x+2) = (x-3)4$$
$$12x+24 = 4x-12$$
$$12x-4x+24 = 4x-4x-12$$
$$8x+24 = -12$$
$$8x+24-24 = -12-24$$
$$8x = -36$$
$$\frac{8}{8}x = -\frac{36}{8}$$
$$x = -\frac{9}{2}$$

Utilicé la propiedad distributiva y observo que tengo una ecuación lineal que puedo resolver utilizando las propiedades de igualdad que aprendí anteriormente en el módulo de la Lección 4.

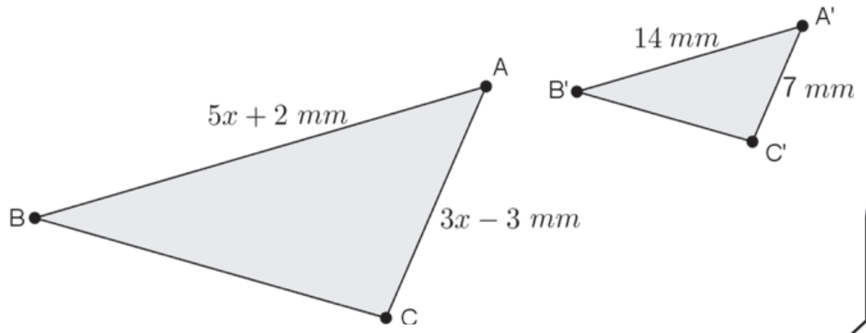
Puedo reescribir la fracción $-\frac{36}{8}$ como $-\frac{9}{2}$ porque son equivalentes.

3. $\dfrac{\frac{1}{3}x - 2}{8} = \dfrac{4x}{9}$

$$\frac{\frac{1}{3}x - 2}{8} = \frac{4x}{9}$$
$$\left(\frac{1}{3}x - 2\right)9 = 8(4x)$$
$$3x - 18 = 32x$$
$$3x - 3x - 18 = 32x - 3x$$
$$-18 = 29x$$
$$-\frac{18}{29} = x$$

Puedo escribir la ecuación como $8(4x) = 9\left(\frac{1}{3}x - 2\right)$ porque cuando distribuya, obtendré $32x = 3x - 18$. Cuando utilice las propiedades de igualdad, la respuesta será la misma, $x = -\frac{18}{29}$.

4. En el diagrama a continuación, $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$. Determina la longitud de $\overline{AB}$ y de $\overline{AC}$.



Como sé que los triángulos son semejantes, puedo escribir una proporción utilizando los lados correspondientes.

$$\frac{5x + 2}{14} = \frac{3x - 3}{7}$$
$$7(5x + 2) = 14(3x - 3)$$
$$35x + 14 = 42x - 42$$
$$35x - 35x + 14 = 42x - 35x - 42$$
$$14 = 7x - 42$$
$$14 + 42 = 7x - 42 + 42$$
$$56 = 7x$$
$$8 = x$$

Necesito utilizar mi respuesta para determinar la longitud de los lados del triángulo.

La longitud de $\overline{AB}$ es de $(5(8) + 2)$ mm $= 42$ mm, y la longitud de $\overline{AC}$ es de $(3(8) - 3)$ mm $= 21$ mm.

1. Envías a cinco amigos un blog que encontraste en Internet. Les gustó tanto que cada uno se lo reenvió a dos amigos, que luego se lo reenviaron a dos amigos cada uno, y así sucesivamente. El número de personas que vieron el blog se muestra a continuación. Considera que S_1 representa el número de personas que vieron el blog luego del primer paso, que S_2 representa el número de personas que vieron el blog luego del segundo paso, y así sucesivamente.

$$S_1 = 5$$
$$S_2 = 5 + 5 \cdot 2$$
$$S_3 = 5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2$$
$$S_4 = 5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3$$

Comenzaré con S_2, dado que $S_1 = 5$, y trataré de transformar S_2 en una ecuación que contenga S_2.

a. Halla el patrón en las ecuaciones.

Al sumar $5 \cdot 2^2$, puedo utilizar la propiedad distributiva para obtener una ecuación lineal en S_2.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S_2} &= \mathbf{5 + 5 \cdot 2} \\ \boldsymbol{S_2} - \mathbf{5} &= \mathbf{5 \cdot 2} \\ \boldsymbol{S_2} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^2} &= \mathbf{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2} \\ \boldsymbol{S_2} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^2} &= \mathbf{2(5 + 5 \cdot 2)} \\ \boldsymbol{S_2} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^2} &= \mathbf{2}\boldsymbol{S_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S_3} &= \mathbf{5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2} \\ \boldsymbol{S_3} - \mathbf{5} &= \mathbf{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2} \\ \boldsymbol{S_3} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^3} &= \mathbf{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3} \\ \boldsymbol{S_3} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^3} &= \mathbf{2(5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2)} \\ \boldsymbol{S_3} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^3} &= \mathbf{2}\boldsymbol{S_3} \end{aligned}$$

Al sumar $5 \cdot 2$ elevado a la potencia del número de paso, puedo utilizar la propiedad distributiva para obtener una ecuación lineal en términos de dicho número de paso.

No quiero multiplicar ninguno de los términos para poder ver mejor el patrón.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{S_4} &= \mathbf{5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3} \\ \boldsymbol{S_4} - \mathbf{5} &= \mathbf{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3} \\ \boldsymbol{S_4} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^4} &= \mathbf{5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^4} \\ \boldsymbol{S_4} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^4} &= \mathbf{2(5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2^3)} \\ \boldsymbol{S_4} - \mathbf{5 + 5 \cdot 2^4} &= \mathbf{2}\boldsymbol{S_4} \end{aligned}$$

b. Supón que la tendencia continúa, ¿cuántas personas habrán visto el blog luego de 8 pasos?

Quiero utilizar las propiedades de igualdad para obtener S_8 a un lado del signo de igualdad, las constantes al otro lado, y utilizar la propiedad distributiva.

$$\boldsymbol{S_8 - 5 + 5 \circ 2^8 = 2S_8}$$
$$\boldsymbol{S_8 - 2S_8 = 5 - 5 \circ 2^8}$$
$$\boldsymbol{S_8(1-2) = 5 - 5 \circ 2^8}$$
$$\boldsymbol{S_8(1-2) = 5(1-2^8)}$$
$$\boldsymbol{S_8 = \frac{5(1-2^8)}{(1-2)}}$$

En el último paso, multipliqué.

$$\boldsymbol{S_8 = 1,\ 275}$$

Luego de 8 pasos, $1,275$ personas habrán visto el blog.

c. ¿Cuántas personas habrán visto el blog luego de n pasos?

$$\boldsymbol{S_n = \frac{5(1-2^n)}{(1-2)}}$$

Observo un patrón a partir del trabajo que realicé.

2. La longitud de un rectángulo es de 4 unidades más que 2 veces el ancho. Si el perímetro del rectángulo es de 20.6 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?

Considera que x representa el ancho del rectángulo.
Entonces, la longitud del rectángulo es de $4+2x$.

Dado que conozco el perímetro, escribiré la ecuación en términos del perímetro. Para calcular el perímetro de un rectángulo, debo sumarle dos veces el ancho a dos veces la longitud, $P = 2w + 2l$.

$$\boldsymbol{2(4+2x) + 2x = 20.6}$$
$$\boldsymbol{8+4x+2x = 20.6}$$
$$\boldsymbol{8+6x = 20.6}$$
$$\boldsymbol{6x = 12.6}$$
$$\boldsymbol{x = \frac{12.6}{6}}$$
$$\boldsymbol{x = 2.1}$$

El problema pedía calcular el área del rectángulo. Para calcular el área del rectángulo, debo multiplicar la longitud y el ancho.

El ancho del rectángulo es de 2.1 cm y la longitud es de $(4+2(2.1))$ cm $= 8.2$ cm, entonces el área es de $17.22\ \text{cm}^2$.

3. Cada mes, Gilbert paga $\$42$ a la compañía telefónica solo para utilizar el teléfono. Cada mensaje de texto que envía le cuesta $\$0.15$ adicionales. En junio, su cuenta telefónica fue de $\$162.75$. En julio, su cuenta telefónica fue de $\$155.85$. ¿Cuántos mensajes de texto envió cada mes?

Considera que x es el número de mensajes de texto que envió en junio.

$$\mathbf{42 + 0.15x = 162.75}$$
$$\mathbf{0.15x = 120.75}$$
$$\mathbf{x = \frac{120.75}{0.15}}$$
$$\mathbf{x = 805}$$

Envió $\mathbf{805}$ mensajes de texto en junio.

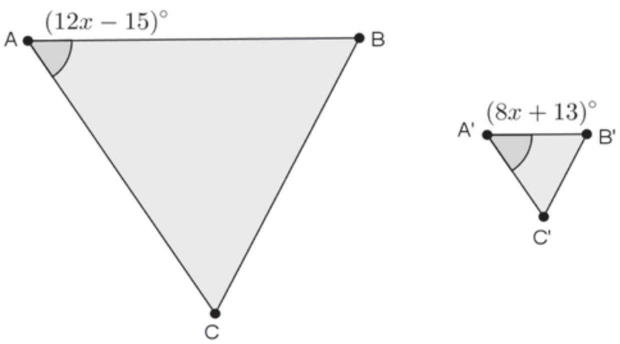
Sea y el número de mensajes de texto que envió en julio.

$$\mathbf{42 + 0.15y = 155.85}$$
$$\mathbf{0.15y = 113.85}$$
$$\mathbf{y = \frac{113.85}{0.15}}$$
$$\mathbf{y = 759}$$

Utilizo una letra diferente para definir mi variable porque el número de mensajes de texto que envió en julio es distinto al número que envió en junio, ya que el costo fue distinto en cada mes.

Envió $\mathbf{759}$ mensajes de texto en julio.

4. En el diagrama a continuación, $\Delta\, ABC \sim \Delta\, A'\, B'\, C'$. Determina la medida de $\angle A$.



Dado que los triángulos son semejantes, los ángulos miden lo mismo.

$$\mathbf{12x - 15 = 8x + 13}$$
$$\mathbf{12x - 8x - 15 = 8x - 8x + 13}$$
$$\mathbf{4x - 15 = 13}$$
$$\mathbf{4x - 15 + 15 = 13 + 15}$$
$$\mathbf{4x = 28}$$
$$\mathbf{x = 7}$$

La medida de $\angle A$ es $\mathbf{(12(7) - 15)° = 69°}$.

1. Jurgen escribe a máquina un documento para su clase de Humanidades a una velocidad constante. Mecanografía 12 páginas en 66 minutos.

   a. ¿Qué fracción representa su velocidad constante, C?

   $$\boldsymbol{C = \frac{12}{66} = \frac{2}{11}}$$

   Para escribir la fracción que representa su velocidad constante, tengo que comparar el número de páginas que escribió a máquina con el tiempo que pasó mecanografiándolas.

   b. Escribe la fracción que representa su velocidad constante, C, si mecanografía y páginas en 24 minutos.

   $$\boldsymbol{C = \frac{y}{24}}$$

   c. Escribe una proporción utilizando las fracciones de las partes (a) y (b) para determinar cuántas páginas mecanografía luego de 24 minutos. Redondea tu respuesta a la centésima.

   $$\boldsymbol{\frac{2}{11} = \frac{y}{24}}$$
   $$\boldsymbol{2(24) = 11(y)}$$
   $$\boldsymbol{48 = 11(y)}$$
   $$\boldsymbol{\frac{1}{11}(48) = \frac{1}{11}(11)y}$$
   $$\boldsymbol{4.36 \approx y}$$

   Jurgen mecanografía alrededor de 4.36 páginas en 24 minutos.

   d. Escribe una ecuación con dos variables para representar cuántas páginas puede mecanografiar Jurgen en cualquier intervalo de tiempo.

   Considera que y representa el número de páginas mecanografiadas. Considera que x representa el número de minutos que mecanografió.

   Cuando escribo una ecuación con dos variables, tengo que acordarme de definir mis variables.

   $$\boldsymbol{\frac{2}{11} = \frac{y}{x}}$$
   $$\boldsymbol{2(x) = 11(y)}$$
   $$\boldsymbol{\frac{1}{11}(2)x = \frac{1}{11}(11)y}$$
   $$\boldsymbol{\frac{2}{11}x = y}$$

2. Parker corre a una velocidad constante de 6.25 millas por hora.

   a. Si corre y millas y demora x horas, escribe la ecuación con dos variables para representar el número de millas que Parker puede correr en x horas.

   Sea y que representa el número de millas que corrió. Sea x que representa el número de horas que corrió.

$$\frac{6.25}{1} = \frac{y}{x}$$
$$6.25x = y$$

   b. Parker ha estado entrenando para una maratón corriendo 11 millas desde su casa hasta la escuela, luego 2 millas desde la escuela hasta el parque y, por último, 14 millas desde el parque hasta su casa. Supón que corre a una velocidad constante todo el tiempo, ¿cuánto demorará en volver a su casa luego de recorrer su ruta? Redondea tu respuesta a la centésima.

   Total de millas: $\mathbf{11 + 2 + 14 = 27}$. ***Sea x el número de horas corridas.***

$$6.25x = 27$$
$$\frac{1}{6.25}(6.25)x = \frac{1}{6.25}(27)$$
$$x = 4.32$$

   Parker demorará $\mathbf{4.32}$ ***horas en correr*** $\mathbf{27}$ ***millas.***

3. Jared camina una distancia de 6 millas, en 90 minutos, para ir desde las prácticas de béisbol hasta la casa de su tía. Supón que camina a una velocidad constante, C, ¿qué tan lejos camina en 20 minutos? Redondea tu respuesta a la centésima.

   Considera que y representa el número de millas que caminó.

   Considerando que $\frac{6}{90} = C$ ***y*** $\frac{y}{20} = C$***, entonces***

$$\frac{6}{90} = \frac{y}{20}$$
$$6(20) = 90y$$
$$120 = 90y$$
$$\frac{1}{90}(120) = \frac{1}{90}(90)y$$
$$\frac{120}{90} = y$$
$$1.33 \approx y$$

   Jared camina alrededor de $\mathbf{1.33}$ ***millas en*** $\mathbf{20}$ ***minutos.***

4. Sammy recorre en bicicleta 3 millas por noche para hacer ejercicio. Demora exactamente 1.75 horas en terminar su recorrido.

   a. Supón que anda a una velocidad constante, escribe una ecuación que represente cuántas millas, y, Sammy puede recorrer en x horas.

$$\frac{3}{1.75} = \frac{y}{x}$$
$$3x = 1.75y$$
$$\frac{1}{1.75}(3)x = \frac{1}{1.75}(1.75)y$$
$$\frac{3}{1.75}x = y$$

No es necesario definir las variables para este problema porque ya lo hicieron en el problema.

   b. Utiliza tu ecuación de la parte (a) para completar la siguiente tabla. Utiliza una calculadora y redondea todos los valores a la centésima.

x (horas)	Ecuación lineal en y: $\frac{3}{1.75}x = y$	y (millas)
0.25	$\frac{3}{1.75}(0.25) = y$	0.43
0.5	$\frac{3}{1.75}(0.5) = y$	0.86
0.75	$\frac{3}{1.75}(0.75) = y$	1.29
1	$\frac{3}{1.75}(1) = y$	1.71
3	$\frac{3}{1.75}(3) = y$	5.14

1. Un ómnibus viaja a una velocidad constante de 40 millas por hora.

   ¿Cuál es la distancia, d, en millas, que el ómnibus recorre en t horas?

   Sea C la velocidad constante del ómnibus. Entonces, $\frac{40}{1} = C$, y $\frac{d}{t} = C$; por lo tanto, $\frac{40}{1} = \frac{d}{t}$.

   $$\frac{40}{1} = \frac{d}{t}$$
   $$d = 40t$$

   Si puedo escribir dos fracciones, cada una igual a la tasa constante, C, entonces puedo utilizar la relación proporcional para resolver d.

2. Un adolescente llamado Harry llega a comer 8 perritos calientes en 1.25 horas. Supón que el joven come a una tasa constante.

   a. ¿Cuántos perritos calientes, y, puede comer Harry en t horas?

   Sea C la tasa constante en que Harry come perritos calientes. Entonces, $\frac{8}{1.25} = C$, y $\frac{y}{t} = C$; por lo tanto, $\frac{8}{1.25} = \frac{y}{t}$.

   $$\frac{8}{1.25} = \frac{y}{t}$$
   $$1.25y = 8t$$
   $$\frac{1.25}{1.25}y = \frac{8}{1.25}t$$
   $$y = 6.4t$$

   b. Supón que puede comer durante cada hora de cada día, durante una semana. ¿Cuántos perritos calientes comerá Harry?

   24 horas por día durante 7 días es un total de 168 horas.

   $$y = 6.4\,t$$
   $$y = 6.4\,(168)$$
   $$y = 1{,}075.2$$

   Una vez que calculo cuántas horas tiene una semana, puedo usar mi ecuación de la parte (a) para determinar la respuesta.

   Harry comería aproximadamente $1{,}075$ perritos calientes en una semana.

3. Tu compañía de telefonía celular cobra una tasa constante. La compañía cobra $1.00 por 4 minutos de uso.

a. Escribe una ecuación para representar el número de dólares, d, que se cobrarán con el paso del cualquier intervalo de tiempo, t.

Sea C la tasa constante cobrada por minuto. Entonces, $\frac{1.00}{4} = C$, y $\frac{d}{t} = C$; por lo tanto, $\frac{1.00}{4} = \frac{d}{t}$.

$$\frac{1}{4} = \frac{d}{t}$$
$$4d = 1t$$
$$\frac{1}{4}(4)d = \frac{1}{4}(1)\,t$$
$$d = 0.25t$$

b. Completa la siguiente tabla.

t (tiempo en minutos)	Ecuación lineal: $d = 0.25t$	d (costo en dólares)
0	$d = 0.25(0)$	0
5	$d = 0.25(5)$	1.25
10	$d = 0.25(10)$	2.50
15	$d = 0.25(15)$	3.75
20	$d = 0.25(20)$	5.00

c. Haz una gráfica de los datos como puntos en el plano cartesiano.

d. Usaste tu teléfono durante 18 minutos. ¿Cuál será el monto a pagar de tu recibo, aproximadamente? Explica.

El recibo tendrá un monto entre $\$3.75$ y $\$5$. Ubiqué 18 sobre el eje x porque ese es el número de minutos que utilicé. Ese valor de x se encuentra entre los costos conocidos para 15 minutos y 20 minutos. Entonces, probablemente, mi cuenta estará más cerca de $\$5$ porque 18 está más cerca de 20 que de 15.

1. Considera la ecuación lineal $x - \frac{2}{5}y = 4$.

   a. ¿Decidirás fijar los valores de x o y? Explica.

   Si fijo los valores de y, los cálculos serán más fáciles. Puedo resolver x en un solo paso.

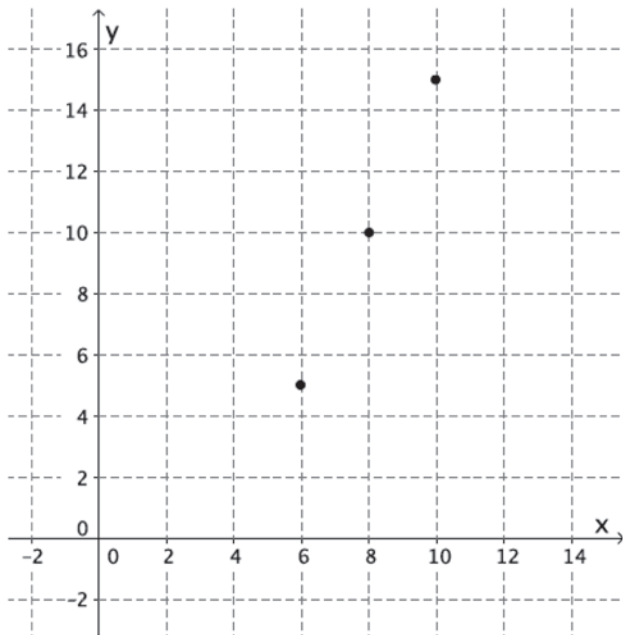
   b. ¿Hay números específicos que podrían facilitar los cálculos? Explica.

   Los valores de y que son múltiplos de 5 facilitarán los cálculos. Al multiplicar $\frac{2}{5}$ por un múltiplo de 5, obtendré un número entero.

   c. Calcula tres soluciones para la ecuación lineal $x - \frac{2}{5}y = 4$, luego marca los puntos en un plano cartesiano.

Utilizaré los números 5, 10, y 15 para y en mi tabla. Una vez que sustituya en la ecuación, obtendré los valores de x. Luego, cada par de x e y será un punto en mi gráfica.

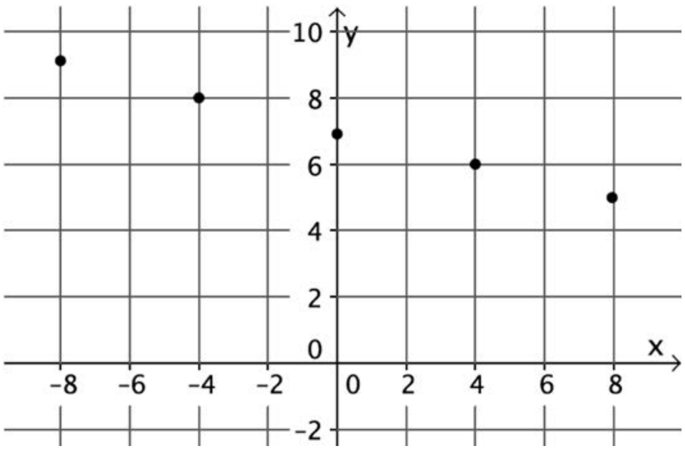
x	Ecuación lineal: $x - \frac{2}{5}y = 4$	y
6	$x - \frac{2}{5}(5) = 4$ $x - 2 = 4$ $x = 6$	**5**
8	$x - \frac{2}{5}(10) = 4$ $x - 4 = 4$ $x = 8$	**10**
10	$x - \frac{2}{5}(15) = 4$ $x - 6 = 4$ $x = 10$	**15**



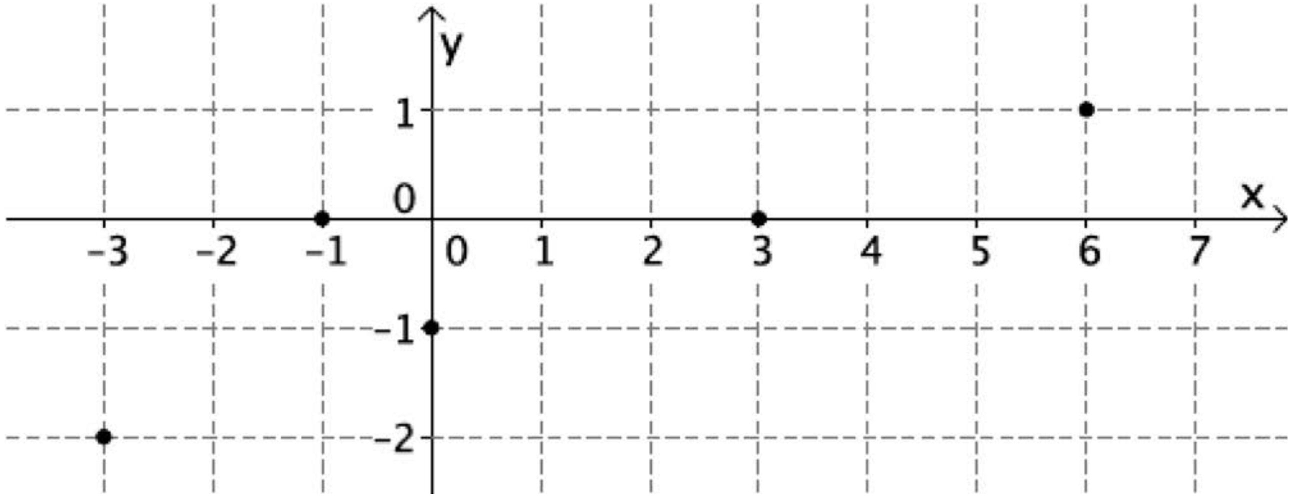
1. Calcula por lo menos cinco soluciones para la ecuación lineal $\frac{1}{4}x + y = 7$ y marca los puntos en un plano cartesiano. ¿Qué forma está tomando la gráfica de la ecuación lineal?

Debería elegir valores para x que sean múltiplos de 4. También debería seleccionar tanto valores positivos como negativos para x.

x	$\frac{1}{4}x + y = 7$	y
-8	$\frac{1}{4}(-8) + y = 7$ $-2 + y = 7$ $-2 + 2 + y = 7 + 2$ $y = 9$	9
-4	$\frac{1}{4}(-4) + y = 7$ $-1 + y = 7$ $-1 + 1 + y = 7 + 1$ $y = 8$	8
0	$\frac{1}{4}(0) + y = 7$ $0 + y = 7$ $y = 7$	7
4	$\frac{1}{4}(4) + y = 7$ $1 + y = 7$ $1 - 1 + y = 7 - 1$ $y = 6$	6
8	$\frac{1}{4}(8) + y = 7$ $2 + y = 7$ $2 - 2 + y = 7 - 2$ $y = 5$	5

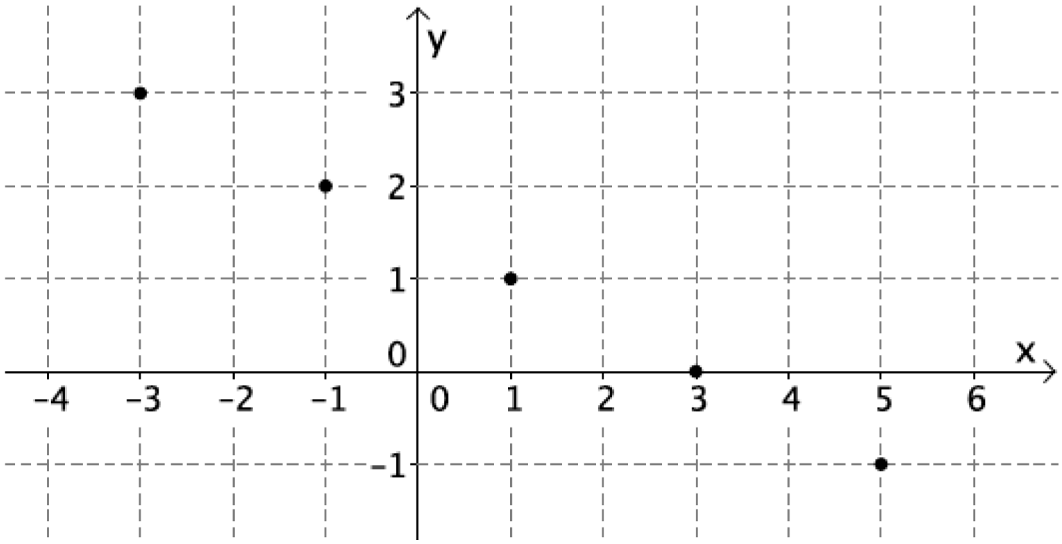


2. ¿Los puntos siguientes pueden estar en la gráfica de la ecuación $x - 3y = 3$? Explica.



La siguiente gráfica contiene el punto $(-1, 0)$. Si $(-1, 0)$ se encuentra en la gráfica de la ecuación lineal, entonces, será una solución para la ecuación. No está; por lo tanto, el punto no puede estar en la gráfica de la ecuación, lo que significa que la gráfica presentada no puede ser la gráfica de la ecuación $x - 3y = 3$.

3. ¿Los puntos siguientes pueden estar en la gráfica de la ecuación $2x + 4y = 6$? Explica.

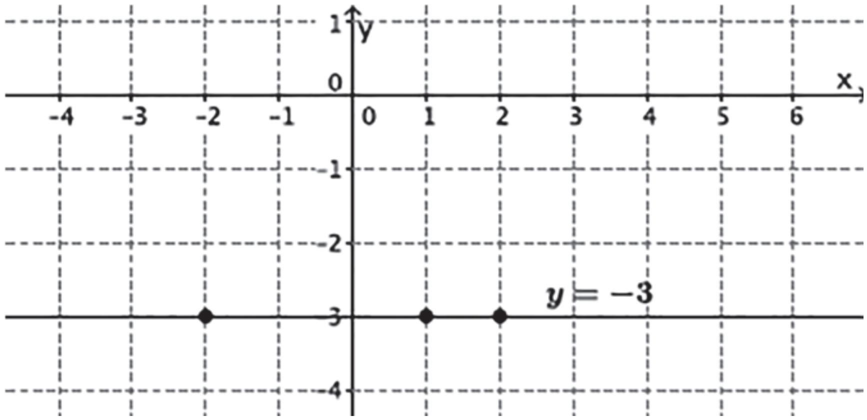


Sí, esta gráfica corresponde a la ecuación $2x + 4y = 6$ porque cada punto de la gráfica representa una solución de la ecuación lineal $2x + 4y = 6$.

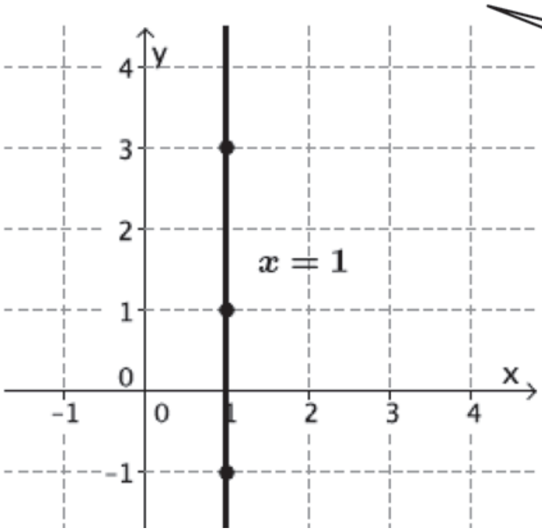
1. Haz la gráfica de una ecuación lineal de dos variables $ax + by = c$, donde $a = 0$, $b = -2$ y $c = 6$.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{ax + by} &= \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{0x + (-2)y} &= \boldsymbol{6} \\ \boldsymbol{-2y} &= \boldsymbol{6} \\ \boldsymbol{y} &= \boldsymbol{-3} \end{aligned}$$

No estoy seguro sobre cómo hacer esta gráfica, de manera que buscaré algunas soluciones utilizando una tabla como la de la última lección.



2. Haz una gráfica de la ecuación lineal $x = 1$.

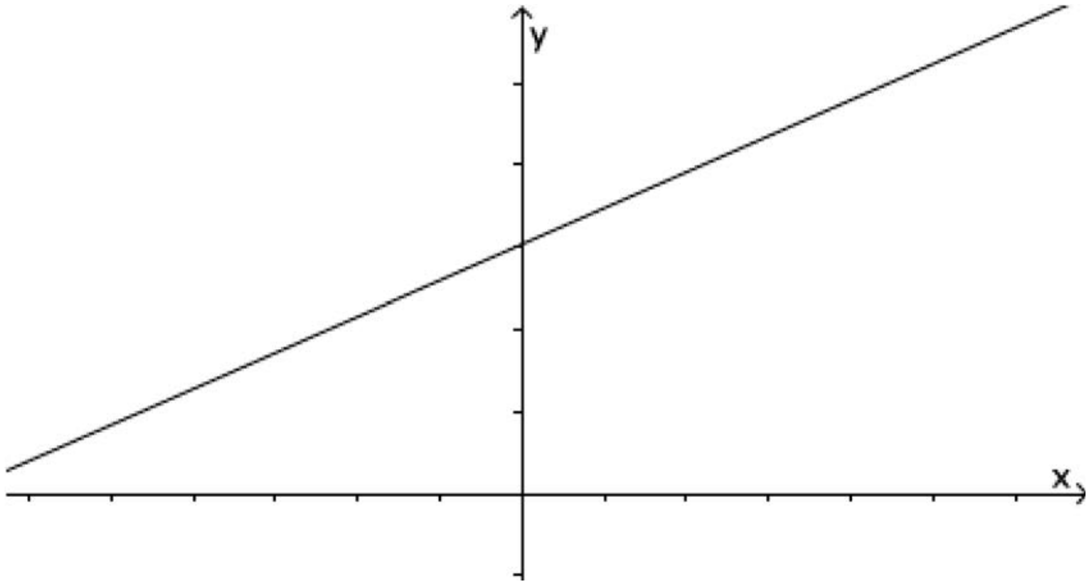


Sé que será una recta horizontal o vertical. Como la ecuación es $x = 1$, significa que no importa qué valor elija para y, el valor de x siempre será uno.

3. Explica por qué la gráfica de una ecuación lineal en la forma de $x = c$ es la recta vertical, paralela al eje y que atraviesa el punto $(c, 0)$.

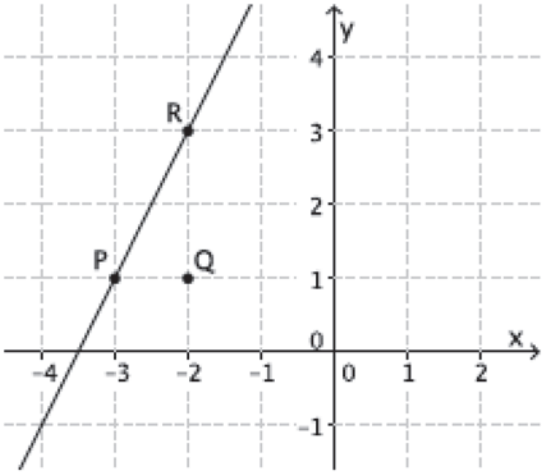
La gráfica de $x = c$ atraviesa el punto $(c, 0)$; esto significa que la gráfica de $x = c$ no puede ser paralela al eje x porque la gráfica la interseca. Por ese motivo, la gráfica de $x = c$ debe ser una recta vertical paralela al eje y.

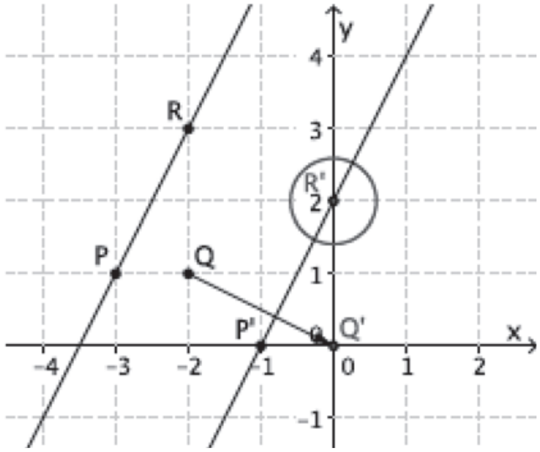
1. ¿La gráfica de la recta que se presenta a continuación tiene una pendiente positiva o negativa? Explica.



***La gráfica de esta recta tiene una pendiente positiva. Tiene una inclinación de izquierda a derecha, que indica una pendiente positiva*.**

2. ¿Cuál es la pendiente de esta recta no vertical? Utiliza tu transparencia, si fuera necesario.



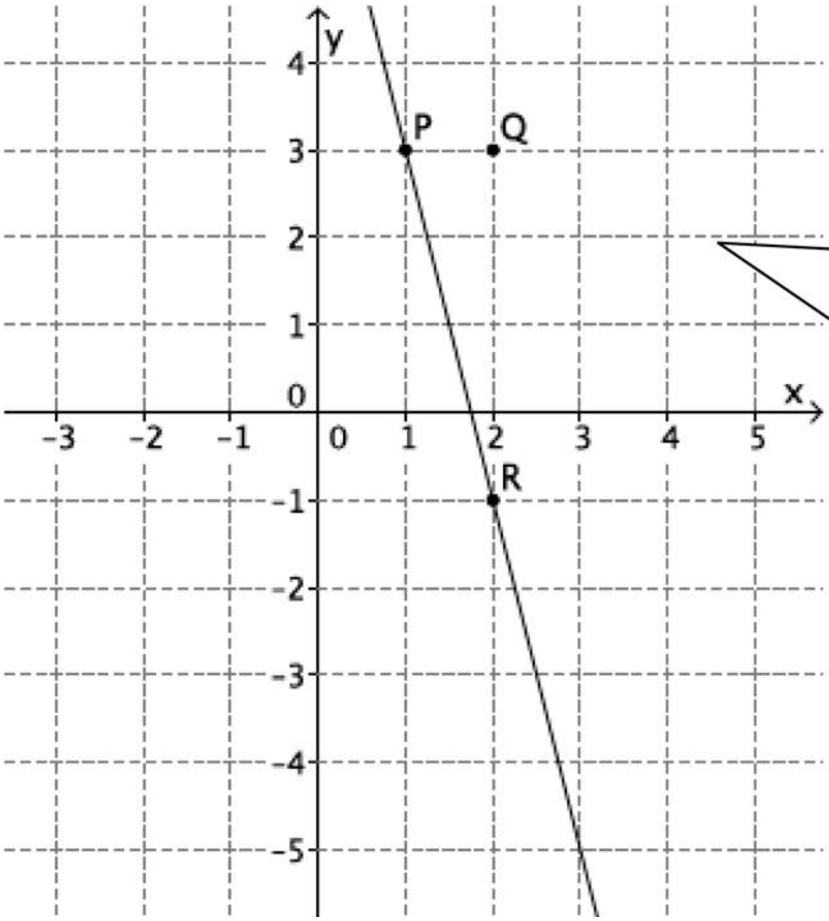


La pendiente de esta recta es 2, entonces $m = 2$.

Como la distancia entre los puntos P y Q es 1 unidad, puedo trazar todo sobre una transparencia y representar al punto Q sobre el origen. La ubicación del punto trasladado R me indica la pendiente de la recta.

EUREKA MATH

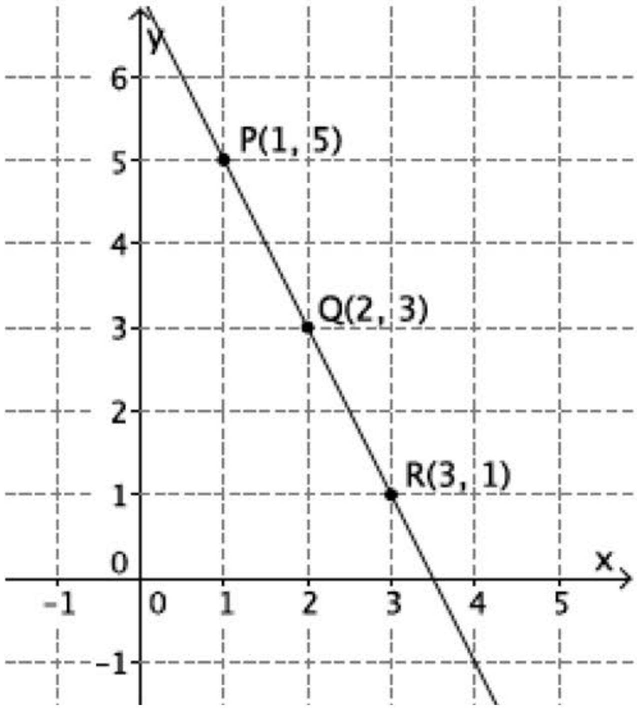
3. ¿Cuál es la pendiente de esta recta no vertical? Utiliza tu transparencia, si fuera necesario.



Puedo saber por medio de la recta si la pendiente será negativa. Al igual que en el último problema, utilizaré mi transparencia y la traslación para calcular el número que representa la pendiente.

La pendiente de esta recta es -4, entonces $m = -4$.

1. Calcula la pendiente de la recta con dos pares de puntos diferentes.



Necesito elegir tres puntos sobre la recta. Los puntos $P(p_1, p_2)$ y $Q(q_1, q_2)$ se usan en la primera ecuación de mi pendiente. Necesito recordar que no importa cómo se escriba la pendiente, la diferencia en los segundos valores (valores y) se encuentra en el numerador de la pendiente, y la diferencia en los primeros valores (valores x) se encuentra en el denominador de la pendiente. La ecuación $m = \frac{q_2 - p_2}{p_1 - q_1}$ sería incorrecta, ya que los valores del punto Q no están adelante en cada diferencia.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{m} &= \frac{\boldsymbol{p_2 - q_2}}{\boldsymbol{p_1 - q_1}} \\ &= \frac{\mathbf{5 - 3}}{\mathbf{1 - 2}} \\ &= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{-1}} \\ &= \mathbf{-2} \end{aligned}$$

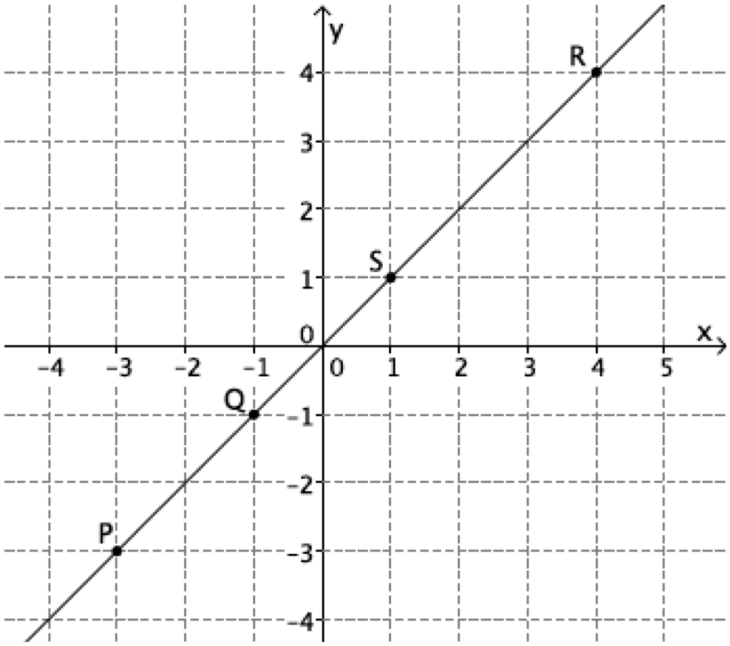
$$\begin{aligned} \boldsymbol{m} &= \frac{\boldsymbol{r_2 - q_2}}{\boldsymbol{r_1 - q_1}} \\ &= \frac{\mathbf{1 - 3}}{\mathbf{3 - 2}} \\ &= \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{1}} \\ &= \mathbf{-2} \end{aligned}$$

2. Calcula la pendiente de la recta con dos pares de puntos diferentes.

   a. Selecciona dos puntos cualesquiera sobre la recta para calcular la pendiente.

   Considera que los dos puntos son $P(-3, -3)$ y $Q(-1, -1)$.

   $$\begin{aligned} m &= \frac{p_2 - q_2}{p_1 - q_1} \\ &= \frac{-3 - (-1)}{-3 - (-1)} \\ &= \frac{-2}{-2} \\ &= 1 \end{aligned}$$



   b. Selecciona dos puntos diferentes sobre la recta para calcular la pendiente.

   Sean $S(1, 1)$ y $R(4, 4)$ los dos puntos.

   $$\begin{aligned} m &= \frac{s_2 - r_2}{s_1 - r_1} \\ &= \frac{1 - 4}{1 - 4} \\ &= \frac{-3}{-3} \\ &= 1 \end{aligned}$$

   c. ¿Qué observas sobre tus respuestas en las partes (a) y (b)? Explica.

   Las pendientes son iguales en las partes (a) y (b). Esto es verdadero por lo que sabemos sobre triángulos semejantes. El triángulo de la pendiente que se traza entre los dos puntos seleccionados en la parte (a) es semejante al triángulo de la pendiente que se traza entre los dos puntos en la parte (b) con el criterio AA. Entonces, debido a que los lados correspondientes de triángulos semejantes tienen la misma proporción, las pendientes son iguales.

3. Tu maestro indica que una recta atraviesa los puntos $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ y $(-2, -3)$.

a. Calcula la pendiente de esta recta.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{m} &= \frac{\boldsymbol{p_2 - r_2}}{\boldsymbol{p_1 - r_1}} \\ &= \frac{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}} - (-\mathbf{3})}{\mathbf{1} - (-\mathbf{2})} \\ &= \frac{\mathbf{3}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}}{\mathbf{3}} \\ &= \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}} \end{aligned}$$

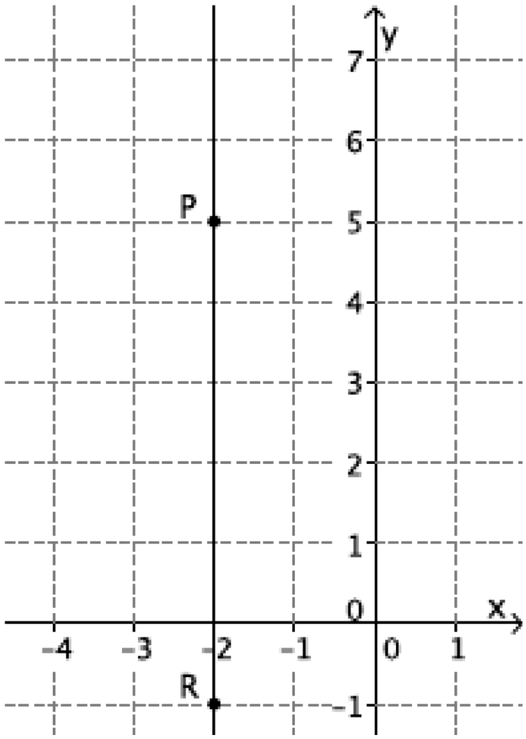
b. ¿Crees que la pendiente será igual si se altera el orden de los puntos? Calcula la pendiente para verificar y explica tu resultado.

La pendiente debería ser igual porque estamos uniendo los mismos dos puntos. Dado que la pendiente de una recta se puede calcular usando dos puntos cualesquiera sobre la misma recta, tiene sentido afirmar que no importa cuál es el punto que identificamos como $\boldsymbol{P}$ y cuál es $\boldsymbol{R}$.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{m} &= \frac{\boldsymbol{r_2 - p_2}}{\boldsymbol{r_1 - p_1}} \\ &= \frac{-\mathbf{3} - \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}}{-\mathbf{2} - \mathbf{1}} \\ &= \frac{-\mathbf{3}\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}}{-\mathbf{3}} \\ &= \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}} \end{aligned}$$

4. Cada una de las rectas en la lección era no vertical. Considera la pendiente de una recta vertical, $x = -2$. Selecciona dos puntos sobre la recta para calcular la pendiente. Con base en tu respuesta, ¿por qué piensas que el tema de la pendiente se concentra únicamente en rectas no verticales?

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{r_2 - p_2}}{\boldsymbol{r_1 - p_1}}$$
$$= \frac{\boldsymbol{-1 - 5}}{\boldsymbol{-2 - (-2)}}$$
$$= \frac{\boldsymbol{-6}}{\boldsymbol{0}}$$



El cálculo de la pendiente con la fórmula permite llegar a una fracción con denominador cero, que es indefinida. El tema de la pendiente no trata sobre las rectas verticales porque la pendiente de una recta vertical es indefinida.

1. Resuelve la ecuación siguiente para y: $-3x + 9y = 18$. Luego, responde las preguntas siguientes.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{-3x + 9y} &\boldsymbol{= 18} \\ \boldsymbol{-3x + 3x + 9y} &\boldsymbol{= 18 + 3x} \\ \boldsymbol{9y} &\boldsymbol{= 18 + 3x} \\ \boldsymbol{\frac{9}{9}y} &\boldsymbol{= \frac{18}{9} + \frac{3}{9}x} \\ \boldsymbol{y} &\boldsymbol{= 2 + \frac{1}{3}x} \\ \boldsymbol{y} &\boldsymbol{= \frac{1}{3}x + 2} \end{aligned}$$

a. A partir de la ecuación transformada, ¿cuál es la pendiente de la ecuación lineal $-3x + 9y = 18$?

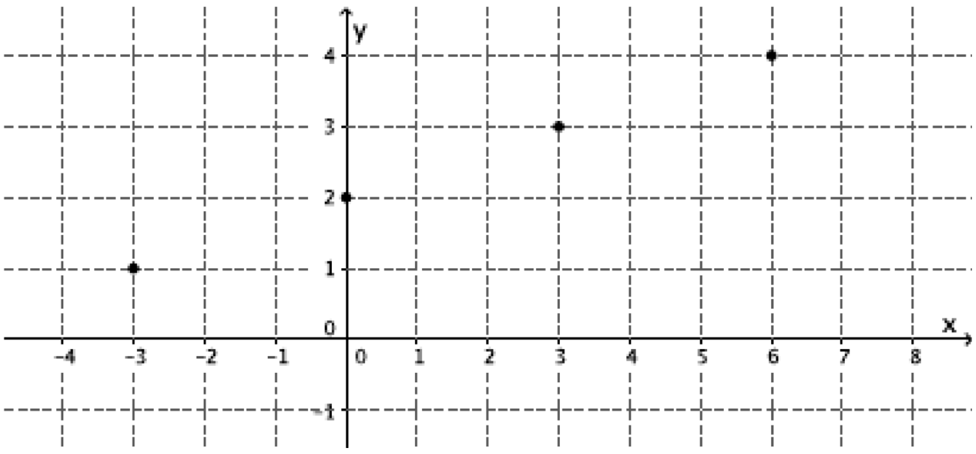
La pendiente es $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$**.**

b. Completa la tabla para hallar soluciones para la ecuación lineal.

x	**Ecuación transformada:** $y=\frac{1}{3}x+2$	y
-3	$y=\frac{1}{3}(-3)+2$ $=-1+2$ $=1$	1
0	$y=\frac{1}{3}(0)+2$ $=2$	2
3	$y=\frac{1}{3}(3)+2$ $=1+2$ $=3$	3
6	$y=\frac{1}{3}(6)+2$ $=2+2$ $=4$	4

Como la pendiente es una fracción, $\frac{1}{3}$, necesito elegir los valores x que son múltiplos de 3.

c. Haz una gráfica de los puntos en el plano cartesiano

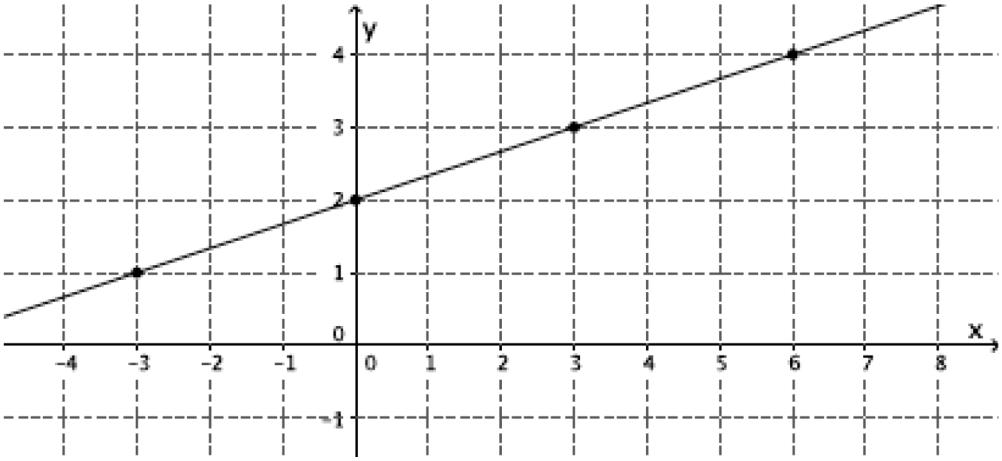


d. Calcula la pendiente entre dos puntos cualesquiera.

Usando los puntos $(-3, 1)$ **y** $(3, 3)$**,**

$$\boldsymbol{m = \frac{1-3}{-3-3} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}}$$

e. La pendiente que hallaste en la parte (d) debería ser igual a la pendiente que identificaste en la parte (a). En ese caso, conecta los puntos para hacer que la recta que es la gráfica de la ecuación de la forma $y = mx + b$ tenga una pendiente m.



f. Observa la ubicación (par ordenado) que describe dónde la recta interseca con el eje y.

$(0, 2)$ ***es la ubicación donde la recta interseca el eje y.***

Haz una gráfica de cada ecuación en un par de ejes x e y separados. Los estudiantes necesitan papel cuadriculado para resolver el Grupo de problemas.

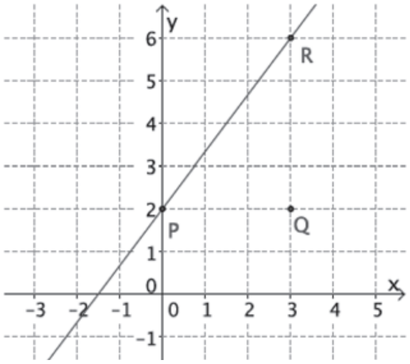
1. Crea una gráfica de la ecuación $y = \frac{4}{3}x + 2$.

   Sé que la ecuación se encuentra en la forma pendiente-intersección $y = mx + b$, el número m representa la pendiente de la gráfica y el punto $(0, b)$ es la ubicación donde la gráfica de la recta interseca el eje y.

   a. Identifica la pendiente y el punto de corte con el eje y.

   La pendiente es $\boldsymbol{m = \frac{4}{3}}$ ***y el punto de corte de con el eje y es*** $\mathbf{(0, 2)}$.

   b. Crea una gráfica del punto conocido y luego, usa la pendiente para encontrar el segundo punto antes de trazar la recta.



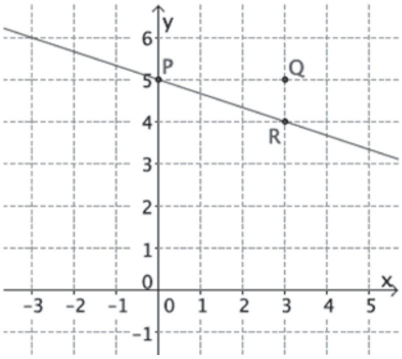
   Sé que $m = \frac{|QR|}{|PQ|}$. Dado $|PQ| = 3$, necesito desplazarme 3 unidades desde la derecha del punto P, al punto de corte con el eje y para hallar el punto Q. Dado $|QR| = 4$ y la pendiente es positiva, necesito subir 4 unidades desde el punto Q para hallar el punto R.

2. Crea una gráfica de la ecuación $y = -\frac{1}{3}x + 5$.

   a. Identifica la pendiente y el punto de corte con el eje y.

   La pendiente es $\boldsymbol{m = -\frac{1}{3}}$ ***y el punto de corte con el eje y es*** $\mathbf{(0, 5)}$.

b. Crea una gráfica del punto conocido y luego usa la pendiente para encontrar el segundo punto antes de trazar la recta.



Necesito avanzar tres unidades a la derecha del punto P y marcar al punto Q. Dado que la pendiente es negativa, necesito descender 1 unidad desde el punto Q para encontrar el punto R.

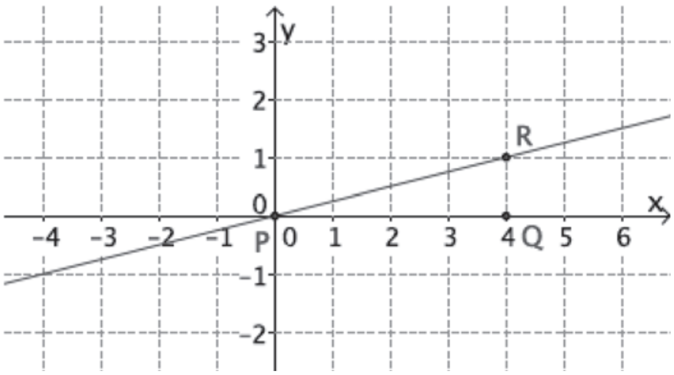
3. Crea una gráfica de la ecuación $y = \frac{1}{4}x$.

Reescribir la ecuación en la forma pendiente-intersección, $y = \frac{1}{4}x + 0$, me ayuda a ver que el punto de corte con el eje y es $(0, 0)$.

a. Identifica la pendiente y el punto de corte con el eje y.

La pendiente es $\boldsymbol{m = \frac{1}{4}}$ ***y el punto de corte con el eje y es*** $\mathbf{(0, 0)}$.

b. Crea una gráfica del punto conocido y luego, usa la pendiente para encontrar el segundo punto antes de trazar la recta.



4. Crea una gráfica de la ecuación $2x + 2y = 2$.

a. Identifica la pendiente y el punto de corte con el eje y.

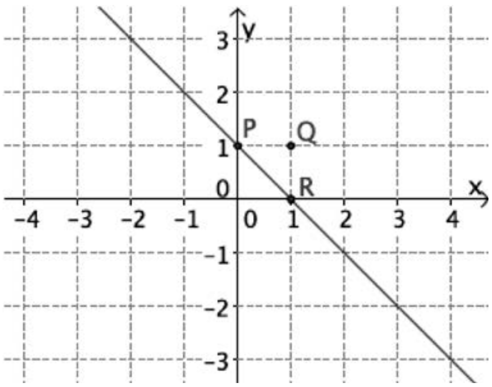
Necesito reescribir la ecuación en la forma de pendiente-intersección para identificar la pendiente y el punto de corte con el eje y de manera más fácil.

$$\begin{aligned} \mathbf{2x + 2y} &= \mathbf{2} \\ \mathbf{2x - 2x + 2y} &= \mathbf{-2x + 2} \\ \mathbf{2y} &= \mathbf{-2x + 2} \\ \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}}\mathbf{y} &= -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}}\mathbf{x} + \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{-x + 1} \end{aligned}$$

La pendiente -1 es equivalente a la fracción $-\frac{1}{1}$.

La pendiente es $m = -1$ y el punto de corte con el eje y es $(0, 1)$.

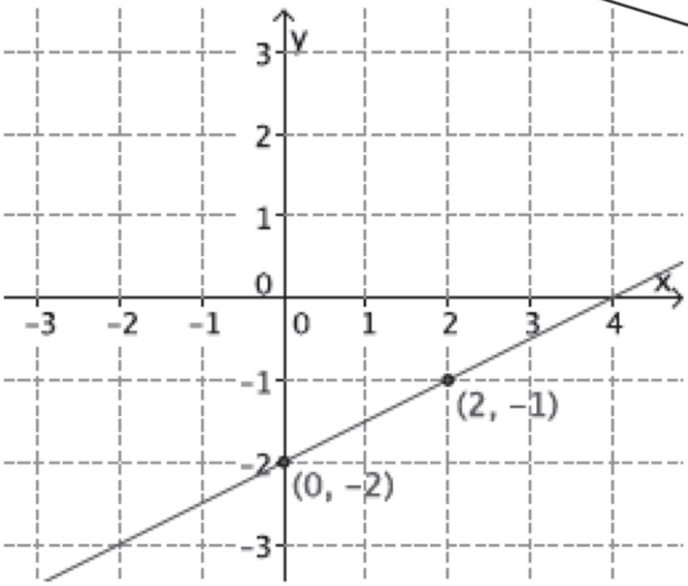
b. Crea una gráfica del punto conocido y luego, usa la pendiente para encontrar el segundo punto antes de trazar la recta.



Los estudiantes necesitan papel cuadriculado para resolver el Grupo de problemas.

1. Crea una gráfica de la ecuación: $y = \frac{1}{2}x - 2$.

Esta es una ecuación lineal en la forma pendiente-intersección. Utilizaré la pendiente $m = \frac{1}{2}$, el punto de corte con el eje y $(0, -2)$ para realizar la gráfica de la ecuación lineal.



2. Crea una gráfica de la ecuación: $4x + 8y = 16$.

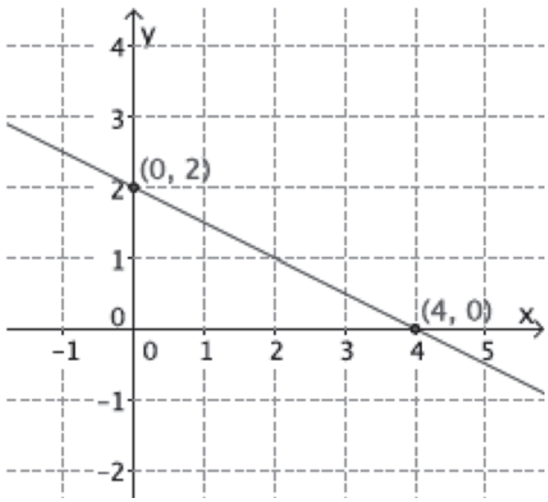
Esta es una ecuación lineal en su forma estándar. Hallaré el punto de corte con el eje y reemplazando x con 0. Hallaré el punto de corte con el eje x reemplazando y con 0.

$$\mathbf{4(0) + 8y = 16}$$
$$\mathbf{8y = 16}$$
$$\mathbf{y = 2}$$

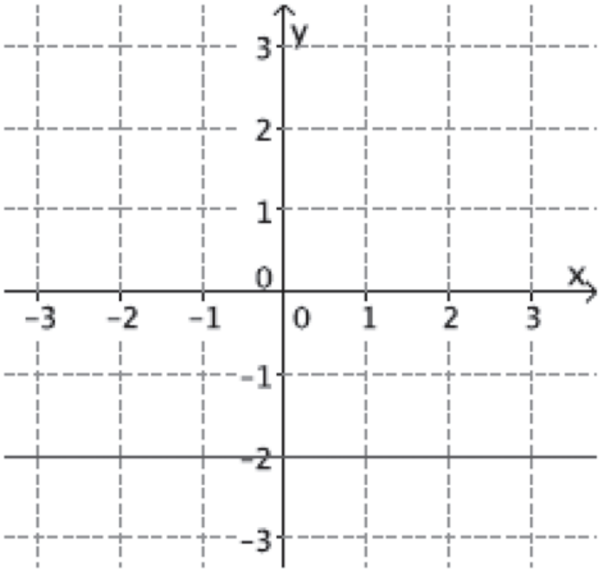
El punto de corte con el eje y es $(\mathbf{0, 2})$.

$$\mathbf{4x + 8(0) = 16}$$
$$\mathbf{4x = 16}$$
$$\mathbf{x = 4}$$

El punto de corte con el eje x es $(\mathbf{4, 0})$.



3. Crea una gráfica de la ecuación: $y = -2$. ¿Cuál es la pendiente de la gráfica de esta recta?



Recuerda que las ecuaciones con la forma $y = b$ son rectas horizontales que atraviesan el punto $(0, b)$ donde b es una constante.

La pendiente de esta recta es cero.

Puedo calcular la pendiente con dos puntos cualesquiera en la gráfica de la recta.

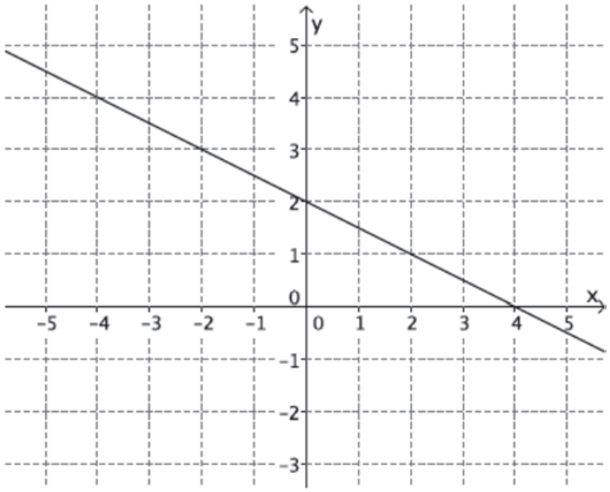
4. ¿La gráfica de $x^2 - 6y = 11$ es una recta? Explica.

La gráfica de la ecuación dada no es una recta.
La ecuación $6x^2 - 6y = 11$ no es una ecuación lineal porque la expresión del lado de izquierdo del signo de igualdad no es una expresión lineal. Si esta fuera una ecuación lineal, podría estar seguro de que su gráfica sería una recta, pero como no lo es, no estoy seguro de cómo será la gráfica de esta ecuación.

Las expresiones lineales son constantes como -1 o 5. Las expresiones lineales pueden ser un producto de constantes y una x como $5x$ o $-2x$, o un producto de constantes y un y como $9y$ o $-11y$.

1. Escribe la ecuación que representa la recta a continuación.

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 2}$$



Identifiqué el punto P como el punto de corte con el eje y, que es $(0, 2)$. Puedo utilizar cualquier punto en la gráfica para el punto R, entonces, utilizaré $(-4, 4)$. El punto Q será $(-4, 2)$. Esto me ayudará a calcular la pendiente de $-\frac{2}{4}$, que equivale a $-\frac{1}{2}$. Reemplazaré la información en la forma pendiente-intersección de la ecuación.

a. Utiliza las propiedades de igualdad para modificar la ecuación de la forma pendiente-intersección, $y = mx + b$, a la forma estándar, $ax + by = c$, donde a, b y c son números enteros y a no es negativo.

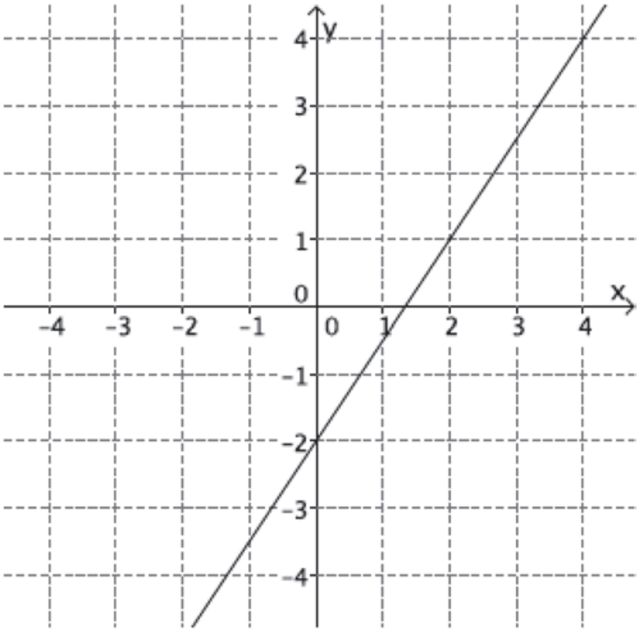
$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + 2}$$
$$\boldsymbol{\left(y = -\frac{1}{2}x + 2\right)2}$$
$$\boldsymbol{2y = -x + 4}$$
$$\boldsymbol{x + 2y = -x + x + 4}$$
$$\boldsymbol{x + 2y = 4}$$

¿Por qué número puedo multiplicar la ecuación de manera que $-\frac{1}{2}$ se transforme en un entero?

2. Escribe la ecuación que representa la recta a continuación.

$\boldsymbol{y = \frac{3}{2}x - 2}$

Necesito calcular la pendiente y determinar el punto de corte con el eje y, de la misma forma que hice en el problema 1.



a. Utiliza las propiedades de igualdad para modificar la ecuación de la forma pendiente-intersección, $y = mx + b$, a la forma estándar, $ax + by = c$, donde a, b y c son números enteros y a no es negativo.

$$\boldsymbol{y = \frac{3}{2}x - 2}$$

$$\boldsymbol{\left(y = \frac{3}{2}x - 2\right)2}$$

$$\boldsymbol{2y = 3x - 4}$$

$$\boldsymbol{-3x + 2y = 3x - 3x - 4}$$

$$\boldsymbol{-3x + 2y = -4}$$

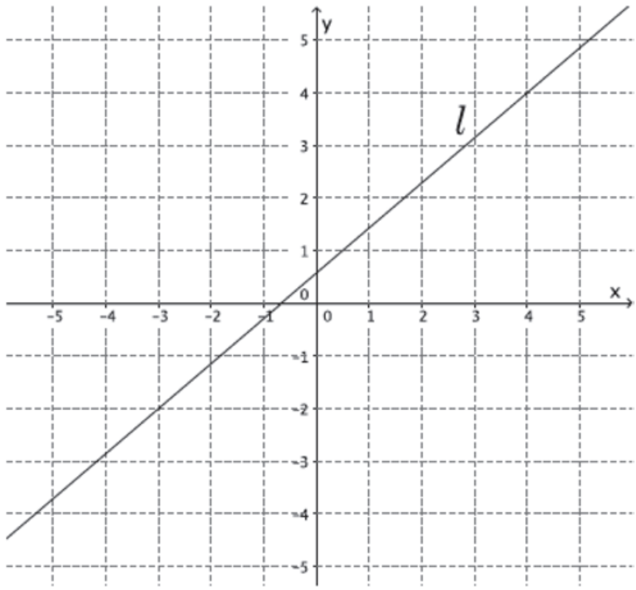
$$\boldsymbol{-1(-3x + 2y = -4)}$$

$$\boldsymbol{3x - 2y = 4}$$

Necesito multiplicar cada término, tanto del lado derecho como del izquierdo de la ecuación, por -1 para que a no sea negativo.

1. Escribe la ecuación para la recta l que se presenta en la figura.

Necesito identificar dos puntos para hallar la pendiente. Utilizaré $(-3,-2)$ y $(4,4)$ porque tienen coordenadas enteras.



Usando los puntos** $(-3, -2)$ **y** $(4, 4)$, **la pendiente de la recta es

$$m = \frac{4-(-2)}{4-(-3)}$$
$$= \frac{6}{7}$$

El punto de corte con la recta y es

$$4 = \frac{6}{7}(4) + b$$
$$4 = \frac{24}{7} + b$$
$$4 - \frac{24}{7} = \frac{24}{7} - \frac{24}{7} + b$$
$$\frac{4}{7} = b$$

Observo que la recta no interseca el eje y en coordenadas enteras, entonces necesito calcular el punto de corte con el eje y, $(0, b)$. Puedo usar cualquiera de los dos puntos para reemplazar en mi ecuación $y = mx + b$.

La ecuación de la recta es $y = \frac{6}{7}x + \frac{4}{7}$.

2. Escribe la ecuación de la recta que atraviesa el punto $(11, -8)$ con la pendiente $m = 5$.

$$\boldsymbol{-8 = 5(11) + b}$$
$$\boldsymbol{-8 = 55 + b}$$
$$\boldsymbol{-63 = b}$$

La ecuación de la recta es $\boldsymbol{y = 5x - 63}$.

> Sé cuál es la pendiente. Únicamente necesito calcular el punto de corte con el eje y.

3. Determina la ecuación de la recta que atraviesa los puntos $(-7, 3)$ y $(5, -6)$.

La pendiente de la recta es

$$\boldsymbol{m = \frac{-6 - 3}{5 - (-7)} = \frac{-9}{12} = -\frac{3}{4}}$$

> Este problema es semejante al problema 1, pero sin la gráfica.

El punto de corte con la recta y es

$$\boldsymbol{-6 = -\frac{3}{4}(5) + b}$$
$$\boldsymbol{-6 = -\frac{15}{4} + b}$$
$$\boldsymbol{-\frac{9}{4} = b}$$

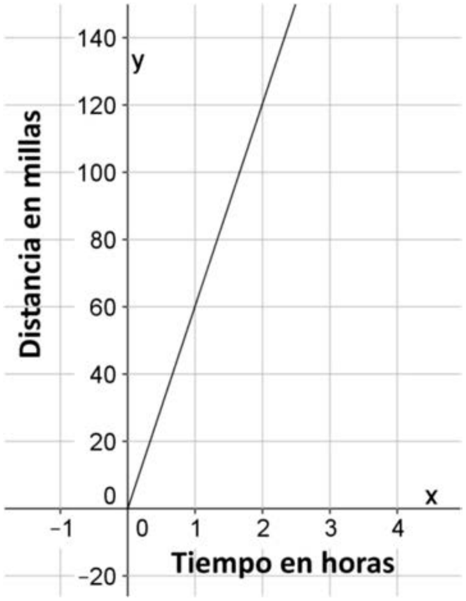
La ecuación de la recta es $\boldsymbol{y = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4}}$.

1. El tren A recorre una distancia de 450 millas en 7 horas.

   a. Suponiendo que el tren se desplaza a una velocidad constante, escribe la ecuación lineal que representa esta situación.

   Considera que y representa el número total de horas que el Tren A se desplaza en x horas. Podemos escribir $\boldsymbol{\frac{y}{x} = \frac{450}{7}}$ ***y*** $\boldsymbol{y = \frac{450}{7}x}$.

   b. La figura representa la velocidad constante de viaje del Tren B. ¿Cuál de los trenes es más rápido? Explica.



   Para saber cuál de los trenes es más rápido, necesito comparar las pendientes o tasas de cambio.

   El Tren A es más rápido que el Tren B. La pendiente o velocidad del Tren A es $\boldsymbol{\frac{450}{7}}$***, y la pendiente de la recta para el Tren B es*** $\boldsymbol{\frac{60}{1}}$***. Al comparar las pendientes, observas que*** $\boldsymbol{\frac{450}{7} > 60}$.

2. Norton y Sylvia leen el mismo libro. Norton puede leer 33 páginas en 8 minutos.

   a. Suponiendo que él lee a una velocidad constante, escribe la ecuación lineal que representa esta situación.

   Considera que y representa el número total de páginas que Norton puede leer en x minutos. Podemos escribir $\boldsymbol{\frac{y}{x} = \frac{33}{8}}$ ***y*** $\boldsymbol{y = \frac{33}{8}x}$.

   b. La siguiente tabla de valores representa el número de páginas que Sylvia leyó durante algunos intervalos de tiempo seleccionados. Supón que Sylvia está leyendo a una velocidad constante. ¿Quién lee más rápido? Explica.

(x) minutos	Páginas leídas (y)
3	11
5	$\frac{55}{3}$
6	22
8	$\frac{88}{3}$

Dado que Sylvia lee a una velocidad constante, puedo usar cualesquiera de los dos puntos para calcular la pendiente o tasa de cambio.

Norton lee más rápido. Usando la tabla de valores, puedo calcular la pendiente que representa la tasa constante de lectura: $\boldsymbol{\frac{11}{3}}$***. La pendiente o velocidad de Norton es*** $\boldsymbol{\frac{33}{8}}$***. Al comparar las pendientes, observas que*** $\boldsymbol{\frac{33}{8} > \frac{11}{3}}$.

1. ¿Las ecuaciones $3x - 5y = 8$ y $6x - 10y = 16$ definen la misma recta? Explica.

Sí, estas ecuaciones definen la misma recta.
Al comparar las constantes de cada ecuación, obtienes

$$\frac{a'}{a} = \frac{6}{3} = 2,\ \frac{b'}{b} = \frac{-10}{-5} = 2,\ \text{y}\ \frac{c'}{c} = \frac{16}{8} = 2.$$

Al multiplicar la primera ecuación por 2, obtengo la segunda ecuación.

$$(3x - 5y = 8)2$$
$$6x - 10y = 16$$

Por lo tanto, estas ecuaciones definen la misma recta.

Definen la misma recta cuando $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$ es verdadero.
En $3x - 5y = 8$,
$a = 3, b = -5$, y $c = 8$. En $6x - 10y = 16$, $a' = 6$, $b' = -10$, y $c' = 16$.

2. ¿Las ecuaciones $y = -\frac{7}{5}x - 4$ y $14x + 10y = -40$ definen la misma recta? Explica.

Necesito reescribir la primera ecuación en forma estándar antes de poder determinar si ambas definen la misma recta.

Sí, estas ecuaciones definen la misma recta. Cuando reescribes la primera ecuación en forma estándar:

$$y = -\frac{7}{5}x - 4$$
$$\left(y = -\frac{7}{5}x - 4\right)5$$
$$5y = -7x - 20$$
$$7x + 5y = -20$$

Al comparar las constantes de cada ecuación:

$$\frac{a'}{a} = \frac{14}{7} = 2,\ \frac{b'}{b} = \frac{10}{5} = 2,\ \text{y}\ \frac{c'}{c} = \frac{-40}{-20} = 2$$

Al multiplicar la primera ecuación por 2, obtengo la segunda ecuación.

$$(7x + 5y = -20)2$$
$$14x + 10y = -40$$

Por lo tanto, estas ecuaciones definen la misma recta.

3. Escribe una ecuación que podría definir la misma recta como $9x - 12y = 15$.

Habrá diferentes respuestas. Cuando multiplicas la ecuación por 2:

$$(\boldsymbol{9x - 12y = 15})\boldsymbol{2}$$
$$\boldsymbol{18x - 24y = 30.}$$

Al comparar las constantes de cada ecuación:

$$\frac{a'}{a} = \frac{18}{9} = 2,\ \frac{b'}{b} = \frac{-24}{-12} = 2,\ y\ \frac{c'}{c} = \frac{30}{15} = 2$$

Por lo tanto, estas ecuaciones definen la misma recta.

Puedo multiplicar la ecuación por cualquier número diferente de cero y de esa forma, tengo la seguridad de que $\frac{a'}{a}$, $\frac{b'}{b}$, $\frac{c'}{c}$ son todos iguales al mismo número.

4. Desafío: Muestra si las dos rectas dadas por $ax + by = c$ y $a'x + b'y = c'$ son las mismas cuando $b = 0$ (rectas verticales), entonces, existe un número diferente de cero s de modo que $a' = sa$, $b' = sb$ y $c' = sc$.

Cuando $b = 0$, entonces $b' = 0$, y las ecuaciones son $ax = c$ y $a'x = c'$.

Necesito escribir las ecuaciones cuando $b = 0$. Como el problema decía que estaban en la misma recta, resolveré x en ambas ecuaciones para poder usar la sustitución.

Podemos reescribir las ecuaciones como $x = \frac{c}{a}$ y $x = \frac{c^{\circ}}{a^{\circ}}$.
Debido a que las ecuaciones se representan en las gráficas como la misma recta, sabemos que

$$\frac{c}{a} = \frac{c^{\circ}}{a^{\circ}}$$

y podemos reescribir esas fracciones como

$$\frac{a'}{a} = \frac{c'}{c}.$$

Puedo usar las propiedades de igualdad para reescribirlas en la forma que necesito.

Estas fracciones son iguales al mismo número. Considera que el número es s.
Entonces, $\frac{a'}{a} = s$, y $\frac{c'}{c} = s$. Por lo tanto, $a' = sa$ y $c' = sc$.

1. Allen y Regina caminan a una velocidad constante. Allen puede caminar 1 milla en 60 minutos y Regina puede caminar 2 millas en 90 minutos. Regina comenzó a caminar 10 minutos después de Allen. Suponiendo que recorren el mismo camino, ¿cuándo Regina alcanzará a Allen?

   a. Escribe la ecuación lineal que representa la velocidad constante de Regina.

   La velocidad de Regina es de $\frac{2}{90}$ millas por minuto, que es lo mismo que decir $\frac{1}{45}$ millas por minuto. Si Regina continúa caminando y millas en x minutos a velocidad constante, entonces $y = \frac{1}{45}x$.

   Considerando que ambos caminan a velocidades constantes, puedo escribir ecuaciones usando velocidades promedio al igual que hice en la Lección 10.

   Necesito definir mis variables para que las ecuaciones tengan sentido.

   b. Escribe la ecuación lineal que representa la velocidad constante de Allen. Asegúrate de incluir en tu ecuación el tiempo adicional que Allen pudo caminar.

   La velocidad de Allen es de $\frac{1}{60}$ millas por minuto. Si Allen continúa caminando y millas en x minutos a velocidad constante, entonces $y = \frac{1}{60}x$. Para explicar el tiempo adicional que Allen consigue caminar, escribimos la ecuación

   Para explicar el tiempo adicional, necesito sumar 10 minutos a los x minutos de Allen.

   $$y = \frac{1}{60}(x + 10)$$

   $$y = \frac{1}{60}x + \frac{1}{6}$$

   Cuando distribuyo $\frac{1}{60}$ entre 10, puedo escribirlo como $\frac{10}{60}$ o $\frac{1}{6}$.

   c. Escribe el sistema de ecuaciones lineales que representa esta situación.

   Escribir un sistema significa escribir ambas ecuaciones con el corchete adelante.

   $$\begin{cases} y = \frac{1}{45}x \\ y = \frac{1}{60}x + \frac{1}{6} \end{cases}$$

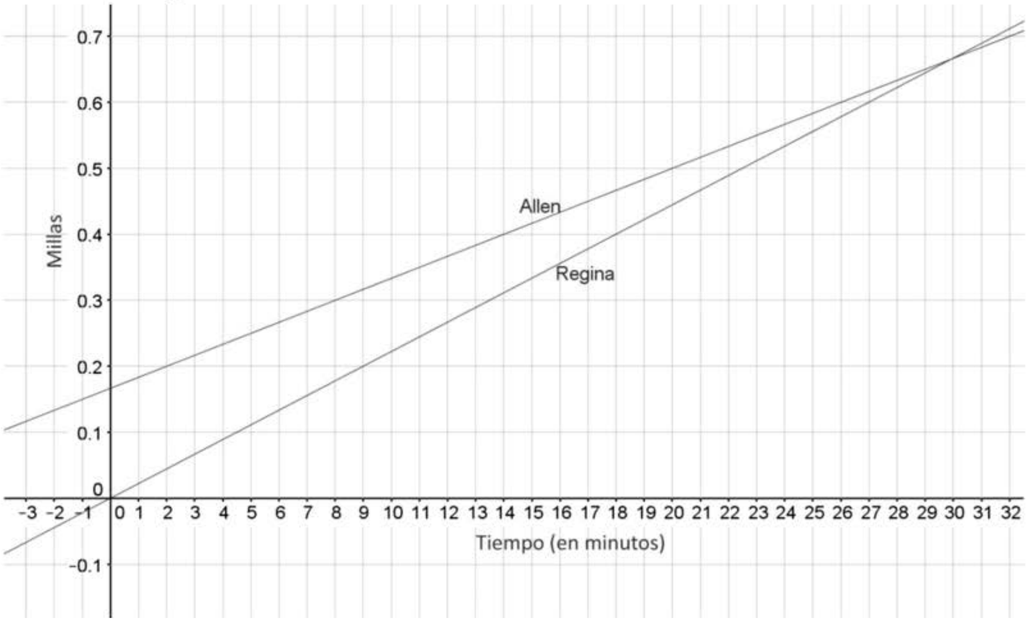
d. Crea las gráficas de ambas ecuaciones.

Coloco la información sobre la caminata de Regina en una tabla para facilitar la gráfica.

Número de minutos (x)	**Millas que caminó (y)**
0	0
9	0.2
18	0.4

Puedo hacer lo mismo con la información sobre la caminata de Allen.

Identifico el eje de acuerdo con la manera en que definí mis variables. Necesito identificar la gráfica de cada recta.



e. ¿Regina alcanzará a Allen en algún momento? En caso afirmativo, ¿cuándo ocurrirá?

Sí, Regina alcanzará a Allen después de aproximadamente $\mathbf{30}$ ***minutos o aproximadamente*** $\mathbf{0.65}$ ***millas.***

Puedo utilizar la gráfica para ver en qué punto las gráficas de las rectas se intersecan. Esto me indicará cuándo Regina alcanzará a Allen.

f. Aproximadamente, ¿en qué punto las gráficas de las rectas se intersecan?

Las rectas se intersecan aproximadamente en $\mathbf{(30, 0.65)}$.

1. Haz un bosquejo de las gráficas de un sistema lineal en el plano cartesiano: $\begin{cases} y = -\frac{1}{9}x - 3 \\ -2x + 3y = 12 \end{cases}$

Utilizaré la pendiente y el punto de corte con el eje y para facilitar la gráfica de la ecuación de esta recta.

Para la ecuación $\boldsymbol{y = -\frac{1}{9}x - 3}$ **:**

La pendiente es $\boldsymbol{-\frac{1}{9}}$***, el punto de corte con el eje y es*** $\boldsymbol{(0, -3)}$**.**

Debido a que esta ecuación se encuentra en su forma estándar, fijaré $x = 0$ para hallar y (el punto de corte con el eje y) y fijaré $y = 0$ para hallar x (el punto de corte con el eje x) para ayudarme a hacer la gráfica de esta ecuación.

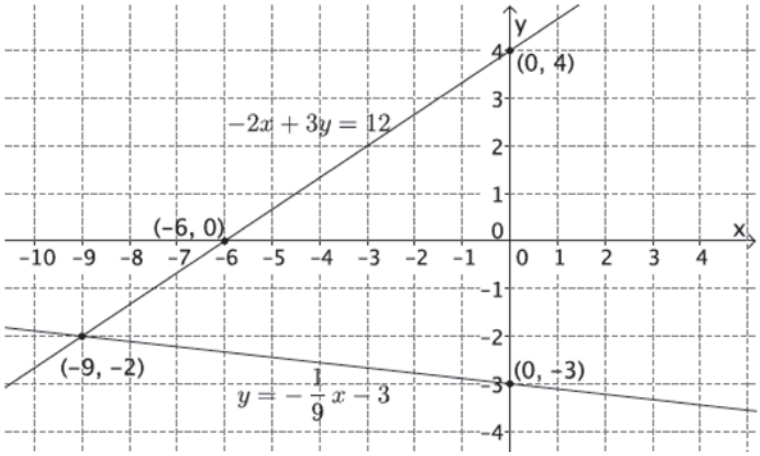
Para la ecuación $\boldsymbol{-2x + 3y = 12}$**:**

$$\begin{aligned} -2(0) + 3y &= 12 \\ 3y &= 12 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

El punto de corte con el eje y es $\boldsymbol{(0, 4)}$**.**

$$\begin{aligned} -2x + 3(0) &= 12 \\ -2x &= 12 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

El punto de corte con el eje x es $\boldsymbol{(-6, 0)}$**.**



Para ubicar dónde intersecarán las rectas de la gráfica, usaré papel cuadriculado para ser lo más preciso posible.

a. Nombra el par ordenado donde las gráficas de dos ecuaciones lineales se intersecan.

$\boldsymbol{(-9, -2)}$

b. Verifica que el par ordenado mencionado en la parte (a) sea una solución de $y = -\frac{1}{9}x - 3$.

$$\mathbf{-2 = -\frac{1}{9}(-9) - 3}$$
$$\mathbf{-2 = 1 - 3}$$
$$\mathbf{-2 = -2}$$

Los lados izquierdo y derecho de la ecuación son iguales.

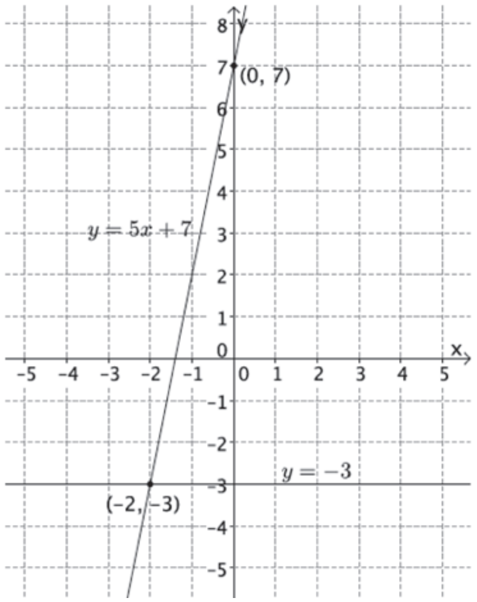
c. Verifica que el par ordenado mencionado en la parte (a) sea una solución de $-2x + 3y = 12$.

$$\mathbf{-2(-9) + 3(-2) = 12}$$
$$\mathbf{18 - 6 = 12}$$
$$\mathbf{12 = 12}$$

Los lados izquierdo y derecho de la ecuación son iguales.

Si las soluciones que encuentro en la gráfica de las rectas representan ambas ecuaciones, se trata de un par ordenado del sistema.

2. Haz un bosquejo de las gráficas de un sistema lineal en el plano cartesiano: $\begin{cases} y = 5x + 7 \\ y = -3 \end{cases}$



La ecuación de la forma $y = c$, donde c es una constante, es una recta horizontal que pasa a través del punto $(0, c)$. Sé que -3 será mi punto de intersección en la coordenada y.

Puedo escribir la pendiente de 5 con el denominador 1 como la fracción $\frac{5}{1}$.

Para la ecuación $\mathbf{y = 5x + 7}$:

La pendiente es $\mathbf{\frac{5}{1}}$, el punto de corte con el eje y es $\mathbf{(0, 7)}$.

Necesito verificar que el par ordenado sea una solución para ambas ecuaciones.

Nombra el par ordenado donde las gráficas de dos ecuaciones lineales se intersecan.

$\mathbf{(-2, -3)}$

Necesito determinar si las gráficas de las rectas son paralelas. Las rectas paralelas no se intersecan; esto significa que las rectas paralelas no tienen solución.

Responde a los problemas 1-2 sin realizar la gráfica de las ecuaciones.

1. ¿El sistema de ecuaciones lineales presentado a continuación tiene una solución? Explica.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -4x - 10y = 4 \end{cases}$$

La forma estándar es $ax + by = c$, donde a, b, c son constantes, y ambas, a y b, no son cero.

En la lección 23, aprendí que cuando se escriben las ecuaciones en forma estándar, sé que la pendiente es $m = -\frac{a}{b}$ y el punto de corte con y es $\frac{c}{b}$.

No, este sistema no tiene solución. La pendiente de la primera ecuación es $-\frac{2}{5}$***, mientras que la pendiente de la segunda ecuación es*** $-\frac{4}{10}$***, que es equivalente a*** $-\frac{2}{5}$***. Dado que las pendientes son iguales y las rectas son diferentes, estas ecuaciones se grafican como rectas paralelas. Las rectas paralelas nunca se intersecan; esto significa que este sistema no tiene solución alguna.***

2. ¿El sistema de ecuaciones lineales presentado a continuación tiene una solución? Explica.

$$\begin{cases} \frac{7}{4}x + 2 = y \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

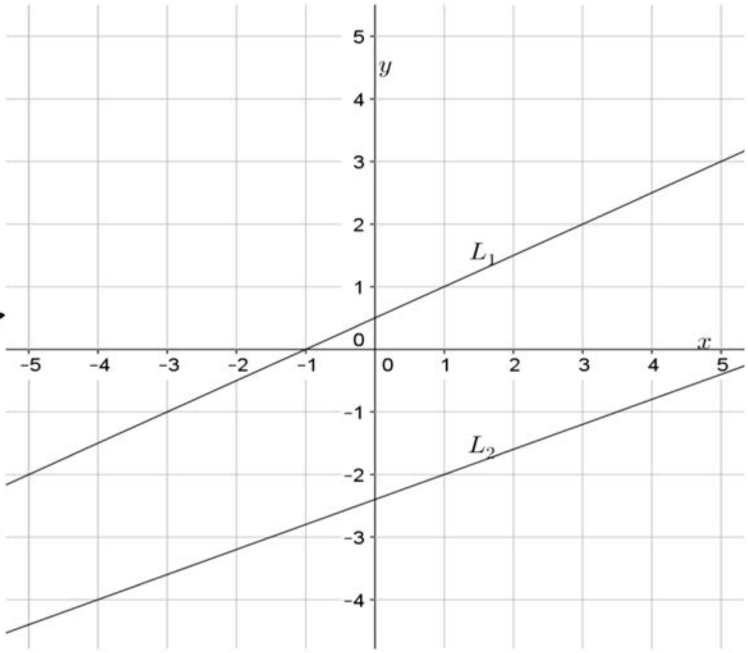
Si las pendientes son diferentes, estas ecuaciones se representarán como rectas no paralelas; esto significa que se intersecarán en algún punto. Esto significa que tendrán una solución.

La primera ecuación se escribe en forma pendiente-intersección. La pendiente es $\frac{7}{4}$.

Sí, este sistema tiene solución. La pendiente de la primera ecuación es $\frac{7}{4}$***, mientras que la pendiente de la segunda ecuación es*** $-\frac{1}{2}$***. Como se trata de pendientes diferentes, estas ecuaciones se representarán como rectas no paralelas, lo cual significa que se intersecarán en algún punto.***

3. Dadas las gráficas de un sistema de ecuaciones lineales que se muestran a continuación, ¿existe una solución al sistema que no podemos ver en esta porción del plano cartesiano? Es decir, ¿las rectas se intersecarán en algún lugar en el plano que no se representa en la imagen? Explica.

Para L_1, utilicé $(3, 2)$ y $(-1\ ,0)$ para hallar la pendiente porque se trata de puntos diferentes con coordenadas enteras que facilitarán mis cálculos.



A pesar de que las rectas de las gráficas puedan parecer paralelas, tengo que verificar las pendientes de cada recta para estar seguro.

La pendiente de L_1 es $\frac{1}{2}$ y la pendiente de L_2 es $\frac{2}{5}$. Como se trata de pendientes diferentes, estas líneas son rectas no paralelas, esto significa que se intersecarán en algún punto. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones lineales cuyas gráficas son las rectas dadas tendrá una solución.

Determina la naturaleza de la solución de cada sistema de ecuaciones lineales. Si el sistema tiene una solución, haz el cálculo algebraico y luego verifica si tu solución es correcta a través de una gráfica.

1. $\begin{cases} y = -\frac{4}{5}x + 9 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases}$

Si las ecuaciones cuentan con la misma pendiente y diferente punto de corte con el eje y, entonces las gráficas de las ecuaciones son rectas paralelas. Esto significa que el sistema no tiene solución.

Las pendientes de estas dos ecuaciones son iguales y los puntos de corte con el eje y son diferentes; esto significa que se representan como rectas paralelas. Por lo tanto, este sistema no tendrá solución.

2. $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ y = \frac{2}{3}x - 4 \end{cases}$

Observo que si multiplico la segunda ecuación por 3, el resultado es $3y = 2x - 12$. Al usar las propiedades de igualdad, observo que la segunda ecuación es igual a la primera. Esto significa que tengo la misma recta; por lo tanto, tengo una cantidad infinita de soluciones.

Estas ecuaciones definen la misma recta. Por lo tanto, este sistema tendrá soluciones infinitas.

3. $\begin{cases} y = 5x - 1 \\ y = 11x + 2 \end{cases}$

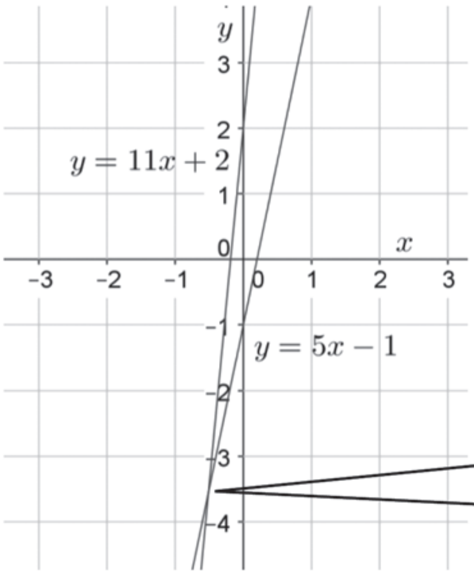
Dado que ambas ecuaciones son igual a y, puedo usar la sustitución y escribir las ecuaciones una igual a la otra y resolver x.

$$\mathbf{5x - 1 = 11x + 2}$$
$$\mathbf{-3 = 6x}$$
$$\mathbf{-\frac{1}{2} = x}$$

Una vez que resuelvo x, puedo usar la sustitución una vez más en cualesquiera de las ecuaciones y resolver y.

$$\mathbf{y = 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 1}$$
$$\mathbf{y = -\frac{5}{2} - 1}$$
$$\mathbf{y = -\frac{7}{2}}$$

La solución es $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)$.



Observo que las gráficas de las rectas se intersecan en $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right)$.

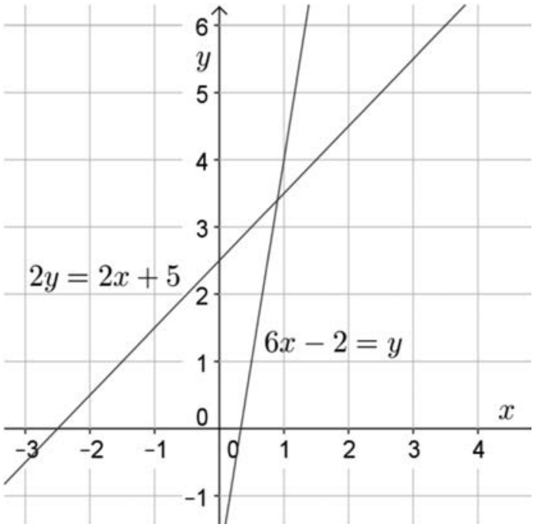
4. $\begin{cases} 6x - 2 = y \\ 2y = 2x + 5 \end{cases}$

Puedo multiplicar la primera ecuación por 2 para obtener una ecuación equivalente, específicamente $12x - 4 = 2y$. Ahora que ambas ecuaciones son iguales a $2y$, las expresiones $12x - 4$ y $2x + 5$ pueden escribirse una igual a la otra.

$$(6x - 2 = y)2$$
$$12x - 4 = 2y$$

Puedo escribir el sistema como $\begin{cases} 12x - 4 = 2y \\ 2y = 2x + 5. \end{cases}$

$$\begin{cases} 12x - 4 = 2y \\ 2y = 2x + 5 \end{cases}$$
$$12x - 4 = 2x + 5$$
$$10x = 9$$
$$x = \frac{9}{10}$$



$$6\left(\frac{9}{10}\right) - 2 = y$$
$$\frac{54}{10} - 2 = y$$
$$\frac{17}{5} = y$$

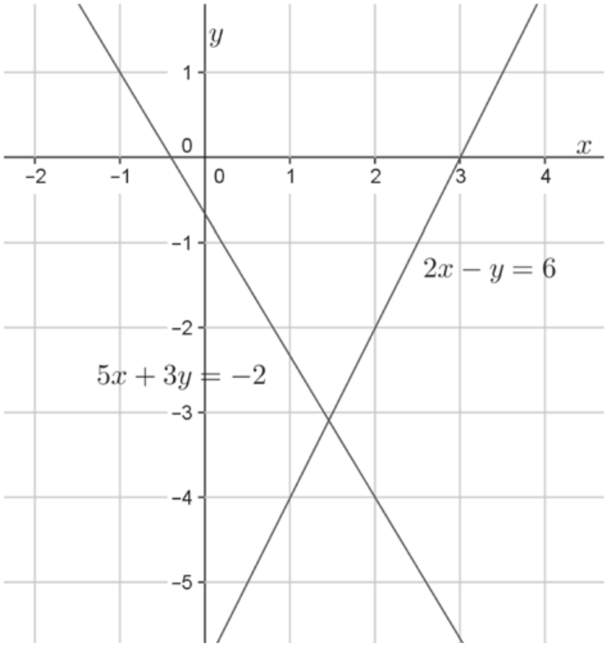
La solución es $\left(\frac{9}{10}, \frac{17}{5}\right)$.

Puedo determinar si las soluciones existen al comprobar la pendiente y el punto de corte con el eje y, de la misma manera que lo hice en el Grupo de problemas de la lección anterior.

Determina la solución, si existe, para cada sistema de ecuaciones lineales. Verifica tu solución en el plano cartesiano.

1. $\begin{cases} 5x + 3y = -2 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$

Si multiplico la segunda ecuación por 3, eliminaré x y podré resolver y.



$$3(2x - y = 6)$$

$$6x - 3y = 18$$

$$\begin{cases} 5x + 3y = -2 \\ 6x - 3y = 18 \end{cases}$$

$$5x + 3y + 6x - 3y = -2 + 18$$

$$11x = 16$$

$$x = \frac{16}{11}$$

$$2\left(\frac{16}{11}\right) - y = 6$$

$$-y = \frac{34}{11}$$

$$y = -\frac{34}{11}$$

La solución es $\left(\frac{16}{11}, -\frac{34}{11}\right)$.

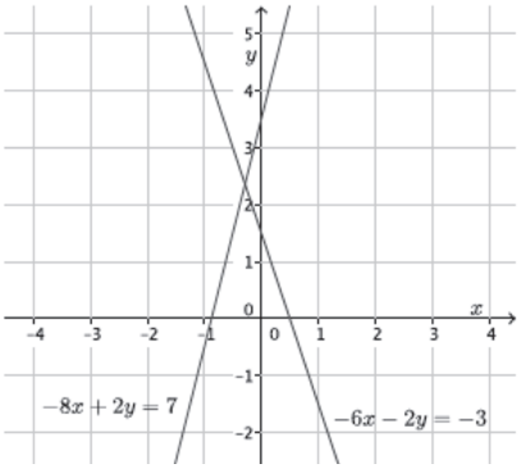
2. $\begin{cases} -6x - 2y = -3 \\ -8x + 2y = 7 \end{cases}$

Observo que, como la primera ecuación tiene $-2y$ y la segunda ecuación tiene $+2y$, al sumar ambas ecuaciones, se eliminará y y podré resolver x primero.

$$\mathbf{-6x - 2y - 8x + 2y = -3 + 7}$$
$$\mathbf{-14x = 4}$$
$$\mathbf{x = -\frac{4}{14}}$$

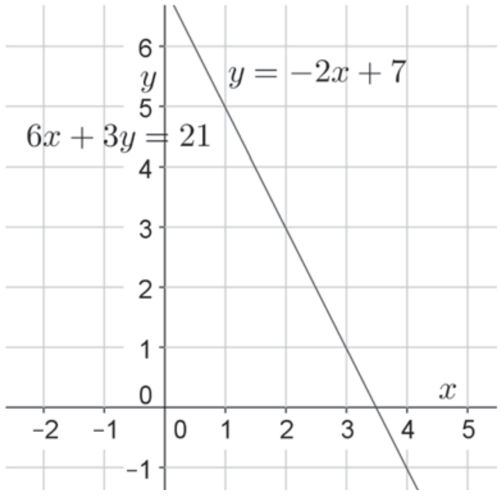
$$\mathbf{-6\left(-\frac{4}{14}\right) - 2y = -3}$$
$$\mathbf{\frac{12}{7} - 2y = -3}$$
$$\mathbf{-2y = -\frac{33}{7}}$$
$$\mathbf{y = \frac{33}{14}}$$

La solución es $\left(-\frac{4}{14}, \frac{33}{14}\right)$.



3. $\begin{cases} y = -2x + 7 \\ 6x + 3y = 21 \end{cases}$

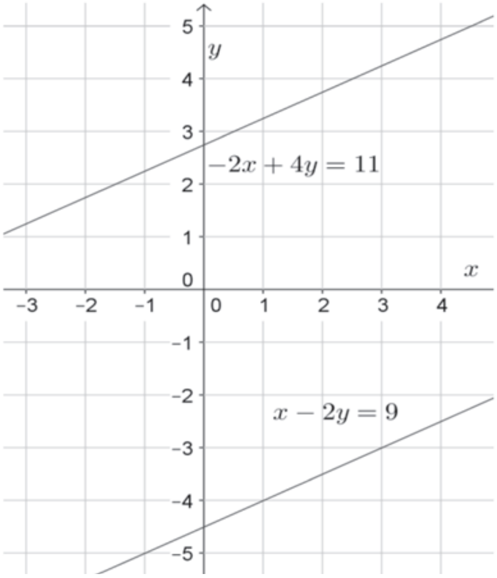
Cuando en la segunda ecuación sustituí y por la primera ecuación, $6x + 3(-2x + 7) = 21$, se convirtió en una identidad, específicamente $21 = 21$. Esto significa que ambas ecuaciones presentarán la misma recta en la gráfica correspondiente.



Estas ecuaciones definen la misma recta. Por lo tanto, este sistema tendrá soluciones infinitas.

4. $\begin{cases} -2x + 4y = 11 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$

Al multiplicar la segunda ecuación por 2, eliminé tanto a x como a y. El resultado fue un enunciado que no es verdadero, específicamente $0 \neq 29$. Debería comprobar las pendientes y los puntos de corte con el eje y.



Las gráficas de las ecuaciones son rectas diferentes. Las pendientes de estas dos ecuaciones son iguales y los puntos de corte con el eje y son diferentes, eso significa que sus gráficas son rectas paralelas. Por lo tanto, este sistema no tendrá solución.

1. Dos números suman 853 y una diferencia de 229. ¿Cuáles son los dos números?

Considera que x representa un número y que y representa otro número.

La suma significa que sumo los dos elementos y la diferencia significa que resto un número a otro número. Como desconozco los dos números, necesito definir mis variables con dos letras diferentes.

$$\begin{cases} x + y = 853 \\ x - y = 229 \end{cases}$$

$$x + y + x - y = 853 + 229$$

$$2x = 1082$$

$$x = 541$$

$$541 + y = 853$$

$$y = 312$$

Puedo verificar mi respuesta mentalmente.

La solución es $(541, 312)$. ***Los dos números son*** 541 ***y*** 312.

2. La suma de las edades de ambas hermanas es 36. La hermana más joven tiene 6 años más que un quinto de la edad de la hermana mayor. ¿Cuántos años tiene cada hermana?

Sea x la edad de la hermana más joven y sea y la edad de la hermana mayor.

Un quinto de la edad de la hermana mayor significa que hay que multiplicar $\frac{1}{5}$ veces y, la edad de la hermana mayor.

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x = 6 + \frac{1}{5}y \end{cases}$$

Utilizaré el método de la sustitución porque x está aislada. Reemplazaré x por $6 + \frac{1}{5}y$ en la primera ecuación.

$$6 + \frac{1}{5}y + y = 36$$

$$6 + \frac{6}{5}y = 36$$

$$\frac{6}{5}y = 30$$

$$y = 25$$

$$x + 25 = 36$$

$$x = 11$$

Si considero que x representa la edad de la hermana mayor e y representa la edad de la hermana más joven, la segunda ecuación sería $y = 6 + \frac{1}{5}x$. Utilizaría el mismo método para resolver.

Comprueba:

$$11 = 6 + \frac{1}{5}(25)$$

$$11 = 6 + 5$$

$$11 = 11$$

La solución es $(11, 25)$. ***La hermana mayor tiene*** 25 ***años y la hermana más joven tiene*** 11.

3. Algunos amigos fueron al cine del barrio y compraron tres botes grandes de palomitas de maíz y cuatro cajas de caramelos. El total de los refrigerios fue $30.50. La última vez que fuiste al cine, compraste un bote grande de palomitas de maíz y dos cajas de caramelos y gastaste $12.50 en total. ¿Cuánto costarían 2 botes grandes de palomitas de maíz y 3 cajas de caramelos?

Considera que x representa el costo de un bote grande de palomitas de maíz e y representa el costo de una caja de caramelos.

Tengo opciones. Podría eliminar x mediante la multiplicación de la segunda ecuación por -3 o podría eliminar y multiplicando la segunda ecuación por -2.

La pregunta busca el *costo* de los elementos y no el número de elementos. Necesito definir mis variables como el *costo* de cada elemento.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 30.50 \\ x + 2y = 12.50 \end{cases}$$

$$-2(x + 2y = 12.50)$$

$$-2x - 4y = -25$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 30.50 \\ -2x - 4y = -25 \end{cases}$$

$$3x + 4y - 2x - 4y = 30.50 - 25$$

$$3x - 2x = 5.50$$

$$x = 5.50$$

$$5.50 + 2y = 12.50$$

$$2y = 7$$

$$y = 3.50$$

La solución es $(5.50, 3.50)$.

Una vez que calculo el costo de cada elemento, puedo determinar el costo de 2 botes grandes de palomitas de maíz y 3 cajas de caramelos.

Comprueba:

$$3(5.50) + 4(3.50) = 30.50$$

$$16.50 + 14 = 30.50$$

$$30.50 = 30.50$$

Dado que un bote grande de palomitas de maíz cuesta $\$5.50$ y una caja de caramelos cuesta $\$3.50$, entonces, la ecuación para calcular el costo de dos botes grandes de palomitas de maíz y tres cajas de caramelos es $2(5.50) + 3(3.50) = 11 + 10.50$, que es igual a 21.50. Por lo tanto, el costo de dos botes grandes de palomitas de maíz y de tres cajas de caramelos es $\$21.50$.

1. ¿Funciona la ecuación $t\ °\mathrm{C} = (32 + 1.8t)\ °\mathrm{F}$ con cualquier número racional t? Comprueba que lo haga con $t = 12\frac{1}{5}$ y $t = -12\frac{1}{5}$.

Utilizaré la sustitución con $t = 12\frac{1}{5}$ y $t = -12\frac{1}{5}$.

$$\left(\mathbf{12\frac{1}{5}}\right) °\boldsymbol{C} = \left(\mathbf{32 + 1.8 \times 12\frac{1}{5}}\right) °\boldsymbol{F} = (\mathbf{32 + 21.96})°\boldsymbol{F} = \mathbf{53.96}\ °\boldsymbol{F}$$

Esto significa que $12\frac{1}{5}$ °C es igual a 53.96 °F.

$$\left(\mathbf{-12\frac{1}{5}}\right) °\boldsymbol{C} = \left(\mathbf{32 + 1.8 \times \left(-12\frac{1}{5}\right)}\right) °\boldsymbol{F} = (\mathbf{32 - 21.96})°\boldsymbol{F} = \mathbf{10.04}°\boldsymbol{F}$$

2. Sabiendo que $t°\ \mathrm{C} = \left(32 + \frac{9}{5}t\right) °\mathrm{F}$ para cualquier número racional t, muestra que para cualquier número racional d, $d°\ \mathrm{F} = \left(\frac{5}{9}(d - 32)\right) °\mathrm{C}$.

Escribiré todo lo que sé sobre el problema y la lección.

De la lección, sé que $d\ °\mathrm{F} = \left(32 + \frac{9}{5}t\right)\ °\mathrm{F}$.

Eso implica que $d = \left(32 + \frac{9}{5}t\right)$.

A partir del problema, sé que $t\ °\mathrm{C} = \left(32 + \frac{9}{5}t\right)\ °\mathrm{F}$.

De la lección, sé que $t\ °\mathrm{C} = d\ °\mathrm{F}$.

Utilizaré estas ecuaciones porque me ayudarán a mostrar que $d\ °\mathrm{F} = \left(\frac{5}{9}(d - 32)\right)\ °\mathrm{C}$. Comenzaré resolviendo t.

***Dado que** d **°F se puede calcular a través de** $\left(32+\frac{9}{5}t\right)$°F **, entonces** $d=\left(32+\frac{9}{5}t\right)$**, y** d °F $= t$°C.*

Al reemplazar** $d=\left(32+\frac{9}{5}t\right)$ **en** d **°F, obtenemos

$$d°F=\left(32+\frac{9}{5}t\right)°F$$
$$d=32+\frac{9}{5}t$$
$$d-32=\frac{9}{5}t$$
$$\frac{5}{9}(d-32)=t$$

Ahora que sabemos que** $t=\frac{5}{9}(d-32)$**, entonces,** $d°F=\left(\frac{5}{9}(d-32)\right)°C$ **.

Una vez que sé t, puedo reemplazar t °C $= d$ °F para mostrar que para cualquier número racional d, d °F $=\left(\frac{5}{9}(d-32)\right)$ °C.

Notas sobre la lección

Se considera una terna a tres números cualesquiera, a, b y c, que cumplan con $a^2 + b^2 = c^2$. Una terna pitagórica es un conjunto de tres *números enteros*, a, b y c, que cumplen con la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$.

Ejemplos

1. Identifica una terna pitagórica (números que cumplan con $a^2 + b^2 = c^2$), utilizando la terna pitagórica conocida $5, 12, 13$.

   > Necesito multiplicar la terna conocida por un número entero para estar seguro de que obtengo una terna pitagórica.

   Habrá diferentes respuestas.

   Una terna es $\mathbf{10, 24, 26}$. Hallé estos números multiplicando cada uno, $\mathbf{5, 12}$ y $\mathbf{13}$ por $\mathbf{2}$.

2. Identifica una terna (números que cumplan con $a^2 + b^2 = c^2$), utilizando la terna pitagórica conocida $5, 12, 13$.

   > Para obtener una terna, multiplicaré cada número de la terna conocida por un número entre 0 y 1.

   Las respuestas pueden variar.

   Una terna es $\mathbf{3.5, 8.4, 9.1}$. Hallé estos números multiplicando cada uno $\mathbf{5, 12,}$ y $\mathbf{13}$ por $\mathbf{0.7}$.

3. Utiliza el sistema $\begin{cases} x+y=\frac{t}{s} \\ x-y=\frac{s}{t} \end{cases}$ para hallar ternas pitagóricas para los valores dados de s y t. Recuerda que la solución, en la forma de $\left(\frac{c}{b}, \frac{a}{b}\right)$, es la terna, a, b, c.

$s=2, t=5$

Este sistema resultará en ternas solo si $t>s$.

$$\begin{cases} \boldsymbol{x+y=\frac{5}{2}} \\ \boldsymbol{x-y=\frac{2}{5}} \end{cases}$$

Utilizaré la eliminación para resolver el sistema mediante la suma de dos ecuaciones.

$$\boldsymbol{x+y+x-y=\frac{5}{2}+\frac{2}{5}}$$
$$\boldsymbol{2x=\frac{29}{10}}$$
$$\boldsymbol{x=\frac{29}{20}}$$

$$\boldsymbol{\frac{29}{20}+y=\frac{5}{2}}$$
$$\boldsymbol{y=\frac{5}{2}-\frac{29}{20}}$$
$$\boldsymbol{y=\frac{21}{20}}$$

Entonces, la solución es $\boldsymbol{\left(\frac{29}{20}, \frac{21}{20}\right)}$ ***y la terna es*** $\boldsymbol{20, 21, 29}$.

Escribo los numeradores y el denominador en orden ascendiente. El denominador de ambas ecuaciones es b, el numerador menor es a, y el numerador mayor es c.

4. Utiliza una calculadora para verificar que hallaste una terna pitagórica en el problema 2. Muestra tu trabajo a continuación.

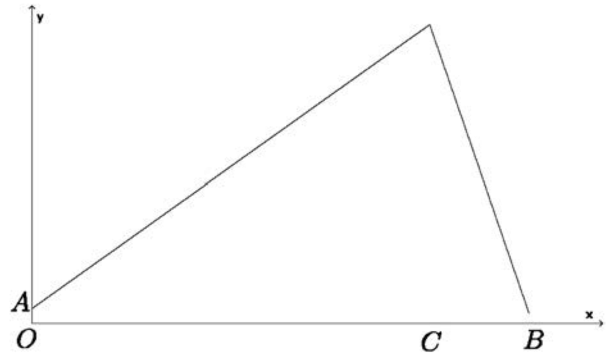
Para la terna $\boldsymbol{20, 21, 29}$:

$$\boldsymbol{20^2+21^2=29^2}$$
$$\boldsymbol{400+441=841}$$
$$\boldsymbol{841=841}$$

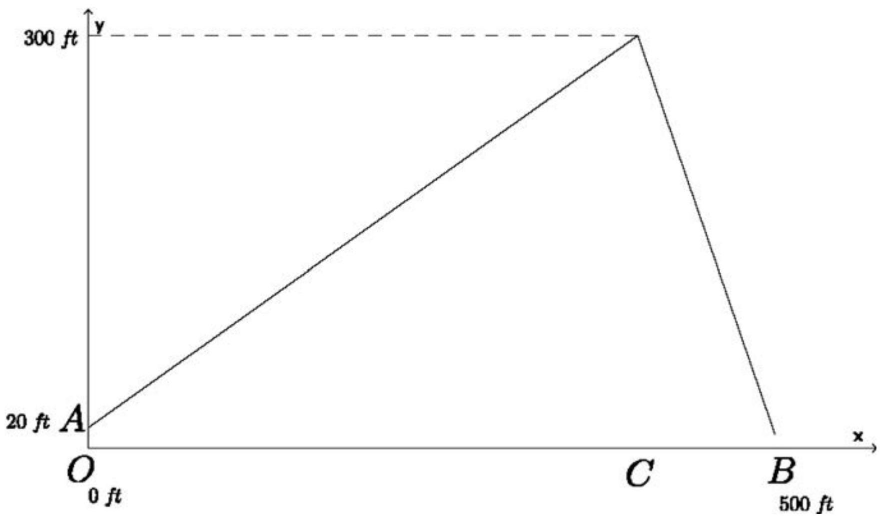
El lado más largo del triángulo rectángulo es la hipotenusa identificada con la c.

Si no puedo verificar la terna que encontré en el problema 2, necesitaré retroceder y verificar mi trabajo.

Considera el camino de los primeros 10 segundos de un viaje de montaña rusa, graficado más abajo en un plano cartesiano. El eje x representa la distancia horizontal recorrida y el eje y representa la altura de la montaña rusa.



- Incluye la siguiente información en la gráfica.
  - El punto A representa la plataforma, 20 ft del piso, en la que hay que subir para hacer el viaje.
  - La longitud del segmento OB es de aproximadamente 500 ft.
  - El punto más alto en esta parte del viaje, 300 ft desde el piso, se alcanza a los 8 segundos de que comienza el viaje.



a. ¿Cuánto tiempo ha pasado si la montaña rusa está en el punto A? Explica.

No ha pasado nada de tiempo, $t = 0$, porque aquí es donde comienza el viaje.

b. ¿Cuánto tiempo ha pasado mientras la montaña rusa se mueve del punto A al punto B?

10 segundos. Nos pidieron que la gráfica representara los primeros 10 segundos del viaje.

c. Aproxima las coordenadas de la montaña rusa para los siguientes valores de t: $0, 2, 5, 8$ y 10.

En $t = 0$, las coordenadas son $(0, 20)$. La montaña rusa está en la plataforma y el viaje ni siquiera ha empezado aún.

En $t = 2$, las coordenadas son aproximadamente $(100, 90)$.

En $t = 5$, las coordenadas son aproximadamente $\left(\frac{5}{10} \times 500, 200\right) = (250, 200)$.

En $t = 8$, las coordenadas son aproximadamente $\left(\frac{8}{10} \times 500, 300\right) = (400, 300)$. Nos dijeron que la altura a los 8 segundos era de 300 ft.

En $t = 10$, las coordenadas son aproximadamente $(500, 5)$.

Puedo hacer un cálculo aproximado en el que valor de x es 100. La razón es que el total de la distancia recorrida en 10 segundos es 500 ft y, luego, $\frac{2}{10}$ de 500 es 100. Puedo hacer un cálculo aproximado de que el valor de y es 90 al ver la gráfica. La altura después de dos segundos debe ser de entre 20 y 300 pero más cercano a 20.

d. ¿Qué par ordenado representa el punto C? Explica cómo lo sabes.

El punto C parace estar en ej eje x, debajo del punto más alto en la gráfica, el cual dijimos que estaba en $(400, 300)$. Por lo tanto, el punto C está aproximadamente en $(400, 0)$.

e. Las funciones nos permiten hacer predicciones sobre el mundo que nos rodea. En este caso, la gráfica representa la ubicación de la montaña rusa como una función del tiempo. Podemos predecir la ubicación de la montaña rusa en los primeros 10 segundos del viaje porque tenemos información sobre la distanccia y la altura de la montaña rusa desde el punto inicial (la plataforma). Usa tus respuestas de la parte (d) para hacer dos predicciones sobre el camino de la montaña rusa.

Después de 1 segundo, la montaña rusa está aproximadamente a 50 ft del punto inicial y a aproximadamente 55 ft hacia arriba.

Después de 9 segundos, la montaña rusa está aproximadamente a 450 ft del punto inicial y a aproximadamente 100 ft hacia arriba.

Usa la gráfica para hacer predicciones sobre la distancia de la montaña rusa desde el punto inicial y su altura para *cualquier* punto en la gráfica de su trayecto.

1. La siguiente tabla representa el número de minutos que Esmeralda lee cada día de la semana. ¿Los datos representados más abajo representan valores de una función? Explica.

Día (x)	1	2	3	4	5	6	7
Tiempo en minutos (y)	85	30	60	30	15	80	10

Cada dato de entrada tiene exactamente un dato de salida; por lo tanto, estos datos representan una función.

Verifica cada valor de x (datos de entrada) para asegurarte de que cada uno tenga únicamente un valor de y (datos de salida).

2. La siguiente tabla representa el número de pasos que Jamar ha dado en varios momentos de los dos años pasados. Examina los datos en la tabla y determina si pueden o no representar una función. Explica.

Mes (x)	Marzo	Julio	Marzo	Febrero	Junio	Octubre
Número de pasos (y)	215,760	235,842	201,388	197,094	220,972	200,578

Estos datos <u>no</u> pueden representar una función porque hay dos valores para el mes de marzo. Jamar no puede dar $\mathbf{215,760}$ y $\mathbf{201,388}$ pasos en el mismo mes.

Solamente sustituyo el valor de x en la ecuación $y = x^2 - 1$. La respuesta que obtenga, y, es el dato de salida.

3. Una función puede ser descrita por la regla $y = x^2 - 1$. Determina los datos de salida para cada dato de entrada.

Datos de entrada (x)	-3	-1	0	1	3
Datos de salida (y)	$\mathbf{(-3)^2 - 1}$ $\mathbf{= 9 - 1}$ $\mathbf{= 8}$	$\mathbf{(-1)^2 - 1}$ $\mathbf{= 1 - 1}$ $\mathbf{= 0}$	$\mathbf{0^2 - 1}$ $\mathbf{= 0 - 1}$ $\mathbf{= -1}$	$\mathbf{1^2 - 1}$ $\mathbf{= 1 - 1}$ $\mathbf{= 0}$	$\mathbf{3^2 - 1}$ $\mathbf{= 9 - 1}$ $\mathbf{= 8}$

4. Examina los datos de la siguiente tabla. Los datos de entrada representan el número de latas de maíz compradas y los datos de salida representan el costo. Determina el costo de una lata de maíz asumiendo que el precio por lata es el mismo sin importar cuántas latas se compren. Luego, completa la tabla.

Latas de maíz (x)	1	2	3	4	5	6	7
Costo en dólares (y)	$\mathbf{0.50}$	$\mathbf{1.00}$	1.50	$\mathbf{2.00}$	2.50	$\mathbf{3.00}$	$\mathbf{3.50}$

a. Escribe una regla que describa la función.

***y* es el costo de *x* latas de maíz.**

Escribe cada parte de la proporción de la siguiente manera $\dfrac{\textbf{costo}}{\textbf{latas de maíz}}$.

$$\frac{y}{x} = \frac{1.50}{3}$$
$$y = \frac{1.50}{3}x$$
$$y = 0.50x$$

¡Ahora, este problema es justo como el anterior!

Primero, defino mis variables x e y. Luego , escribo una proporción usando los datos de la tabla y las variables. Una vez que resuelva la proporción para y, tendré la regla.

b. ¿Puedes determinar el valor de los datos de salida para un dato de entrada de $x = -10$? Si es así, ¿Cuál es?

Sí, solo sustituyo -10 en x para determinar los datos de salida.

$$y = 0.50x$$
$$y = 0.50(-10)$$
$$y = -5.00$$

c. ¿Un dato de entrada de -10 tiene sentido en esta situación? Explica.

Un dato de entrada de -10 significa que compraron -10 latas de maíz. Sólo se puede comprar un número positivo de latas. Así que no, -10 no tiene sentido en esta situación.

1. Una función lineal particular tiene su tabla de valores a continuación:

Datos de entrada (x)	-2	4	6	12	15	16	19
Datos de salida (y)	$\mathbf{-14}$	16	26	$\mathbf{56}$	71	$\mathbf{76}$	91

a. ¿Qué ecuación describe la función?

Cualquier par de datos puede ser usado para determinar la tasa del cambio. Usaremos $(4, 16)$ como (x_1, y_1) además de $(6, 26)$ como (x_2, y_2).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{26 - 16}{6 - 4} = \frac{10}{2} = 5$$

Para escribir la ecuación, primero debo determinar la tasa de cambio, m. Después, sustituyo los valores de x, y, m en la ecuación lineal $y = mx + b$ para determinar el valor de b.

Para escribir la ecuación, seleccionamos un par de datos y usamos $m = 5$ en la ecuación $y = mx + b$.

Podemos seleccionar cualquier dato de entrada para usar como x, pero debemos usar el dato de salida correspondiente como el valor de y. Usar $(4, 16)$ funcionará porque 16 corresponde al dato de entrada de 4. Usar $(4, 71)$ no funcionaría porque 71 corresponde al valor de 15, no de 4.

$$\begin{aligned} y &= mx + b \\ 16 &= 5(4) + b \\ 16 &= 20 + b \\ 16 - 20 &= 20 - 20 + b \\ -4 &= 0 + b \\ -4 &= b \end{aligned}$$

La ecuación que describe esta función es $y = 5x + (-4)$ o la ecuación equivalente $y = 5x - 4$.

b. Completa la tabla usando la regla (la ecuación que escribiste en la parte (a)).

Necesitamos los datos de salida que correspondan a los datos de entrada de -2, 12 y 16. Para determinarlos, sustituyo el valor de cada dato de entrada, x, en la ecuación que encontramos en la parte (a).

Para $x = -2$:

$$\boldsymbol{y = 5x - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 5(-2) - 4}$$
$$\boldsymbol{y = -10 - 4}$$
$$\boldsymbol{y = -14}$$

Para $x = 12$:

$$\boldsymbol{y = 5x - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 5(12) - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 60 - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 56}$$

Para $x = 16$:

$$\boldsymbol{y = 5x - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 5(16) - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 80 - 4}$$
$$\boldsymbol{y = 76}$$

2. Una función lineal tiene la siguiente tabla de valores. Los datos en la tabla muestran el tiempo, en horas, en el que un carro viaja y la distancia recorrida correspondiente en millas. Asume que el carro viaja a una velocidad constante.

Número de horas de viaje (x)	1.75	3.25	4
Distancia en millas (y)	101.5	188.5	232

a. Describe la función en términos de distancia y tiempo.

La distancia que el carro recorre es una función del tiempo que tarda recorriéndola.

¿La distancia es una función del tiempo en el que el carro recorre o el tiempo es una función de la distancia recorrida? Normalmente diría que el dato de salida es una función del dato de entrada.

b. Escribe la regla que representa la función lineal que describe la distancia recorrida en millas y, en x horas.

¡Esto es justo como la parte (a) del problema anterior!

$$\boldsymbol{m = \frac{232 - 188.5}{4 - 3.25} = \frac{43.5}{0.75} = 58}$$

Usar $(x, y) = (4, 232)$ y $m = 58$ en la ecuación $y = mx + b$:

$$\boldsymbol{232 = 58(4) + b}$$
$$\boldsymbol{232 = 232 + b}$$
$$\boldsymbol{232 - 232 = 232 - 232 + b}$$
$$\boldsymbol{0 = b}$$

La ecuación para esta función es $y = 58x$.

1. Una función tiene su tabla de valores a la derecha que muestra el costo total para un cierto número de boletos de fútbol americano comprados.

Número de boletos (x)	Costo total en dólares (y)
3	18.75
7	43.75
8	50
15	93.75

a. ¿La función es lineal? Explica.

Muestra de la respuesta de un estudiante:

Sí, la función es lineal porque el costo de cada boleto es el mismo sin importar cuántos se compren. Por ejemplo, 3 ***boletos cuestan*** $\$18.75$ ***o*** $\$6.25$ ***cada uno. No importa cuántos boletos se compren, el costo es*** $\$6.25$ ***por boleto.***

b. Describe las limitaciones de x e y.

El dato de entrada es un número específico de entradas, así que no tiene sentido que ese número sea negativo o una fracción. Los datos de entrada (valores de x***) deben ser enteros positivos. El dato de salida es el costo, que puede ser una fracción pero no un número negativo. Los datos de salida (valores de*** y***) deben ser números racionales positivos.***

Necesito pensar en qué tipos de datos de entrada tendrían sentido en esta situación. Por ejemplo, ¿tiene sentido que los valores x e y sean negativos o fracciones?

c. ¿La función es continua o discreta?

La función es discreta porque no se puede comprar una parte de un boleto. Es decir, no hay dato de salida que se corresponda con 5.25 ***boletos.***

Necesito usar mi respuesta de la parte (b) para esto. Las tasas continuas pueden medirse para cualquier dato de entrada de x. Las tasas discretas son separadas y distintas y no incluyen partes fraccionales de un dato de entrada.

d. ¿Es razonable asumir que esta función puede usarse para predecir el costo al comprar 10 mil millones de boletos? Explica.

Sí, la función puede predecir el costo al comprar 10 ***mil millones de boletos. Sin embargo, es poco probable que un estadio de fútbol americano pudiera ser suficientemente grande para albergar a*** 10 ***mil millones de personas.***

2. Una función tiene la siguiente tabla de valores. Examina la información en la tabla para responder las siguientes preguntas.

Datos de entrada	Datos de salida
8:00 a.m.	Desayuno
10:00 a.m.	Refrigerio
12:00 p.m.	Almuerzo
3:00 p.m.	Refrigerio
6:00 p.m.	Cena

a. Describe la función.

Parece que la función describe qué tipo de comida puede comerse en una hora particular del día.

b. ¿Qué datos de salida asignaría la función al dato de entrada 8:15 a.m.?

Probablemente, la función asignaría Desayuno al dato de entrada de 8:15 a.m.

c. ¿Se puede describir esta función usando una regla matemática? Explica.

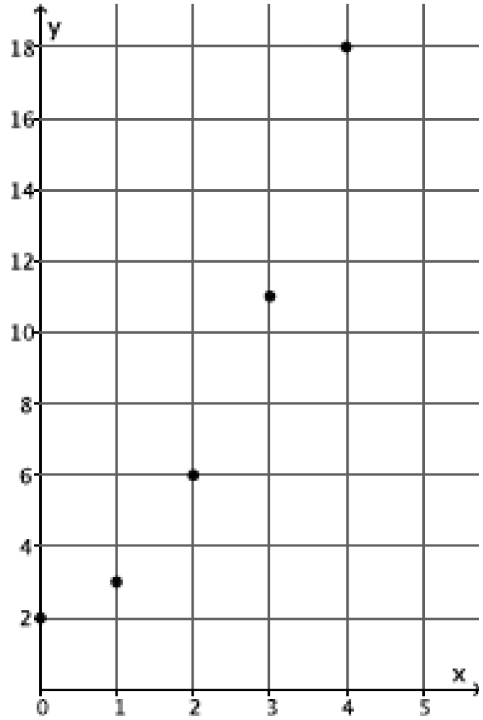
Muestra de la respuesta de un estudiante:

No, una regla matemática no puede describir esta función. Puede ser descrita con palabras, pero no hay ninguna fórmula o regla que pueda escribirse.

Recuerdo a mi maestro diciendo que algunas funciones sólo pueden ser descritas en palabras, pero no en números o ecuaciones, como el problema sobre la fruta y el color de su cáscara que hicimos en clase.

1. Grafica la ecuación $y = x^2 + 2$ con valores positivos para x. Organiza tu trabajo usando la tabla que sigue y, luego, responde las siguientes preguntas.

x	y
0	$\mathbf{0^2 + 2 = 2}$
1	$\mathbf{1^2 + 2 = 3}$
2	$\mathbf{2^2 + 2 = 6}$
3	$\mathbf{3^2 + 2 = 11}$
4	$\mathbf{4^2 + 2 = 18}$



a. Grafica los pares ordenados en el plano de coordenadas.

Los pares ordenados son $(\mathbf{0, 2})$, $(\mathbf{1, 3})$, $(\mathbf{2, 6})$, $(\mathbf{3, 11})$ ***y*** $(\mathbf{4, 18})$.

b. ¿Qué figura parece tomar la graficación de los puntos?

Parece ser una curva.

¿Parece la gráfica tomar la forma de una recta o una curva? ¿Puedo dibujar una línea recta con mi regla a través de todos los puntos?

c. ¿Esta es la gráfica de una ecuación lineal? Explica.

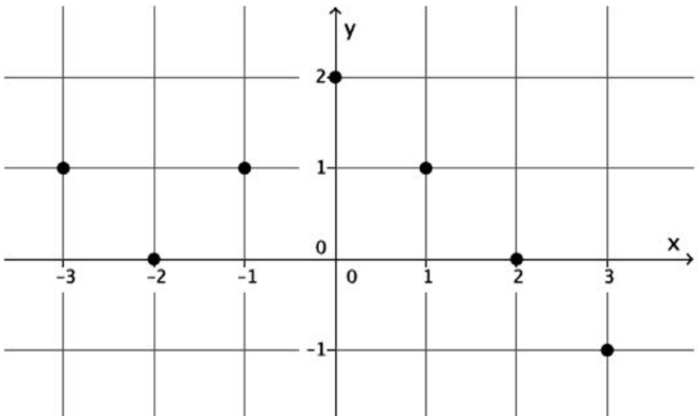
No. Una gráfica que es lineal tendría la forma de una línea. Esta gráfica es una curva.

d. Una función tiene una regla que asigna a cada dato de entrada, x, el dato de salida, $x^2 + 2$. La regla para esta función es $y = x^2 + 2$. ¿Cómo crees que se verá la gráfica de esta función? Explica.

Puesto que la función tiene la misma regla que la ecuación, la gráfica de la función será idéntica a la gráfica de la ecuación. Puedo verificarlo tomando cada dato de entrada, x, y sustituyéndolo en la ecuación que describe la función $y = x^2 + 2$ para obtener el dato de salida. Así, graficaría los pares ordenados (datos de entrada y de salida).

La ecuación $y = x^2 + 2$ y la regla para esta función es la misma. ¿Qué significa esto con respecto a las gráficas?

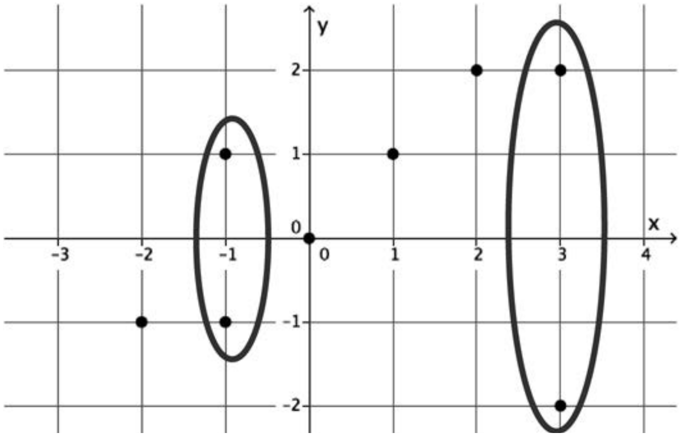
2. Examina la siguiente gráfica. ¿Podría representar la gráfica de una función? Explica por qué sí o por qué no.



La definición de una función me ayudará. Necesito comprobar que cada dato de entrada (valor de x) solo tiene un valor de salida (valor de y).

Esta es la gráfica de una función porque cada valor de x tiene un valor correspondiente para y.

3. Examina la siguiente gráfica. ¿Puede representar la gráfica de una función? Explica por que sí o por qué no.



En esta gráfica, veo que $x = -1$ tiene dos valores de y también $x = 3$.

Esta <u>no</u> es la gráfica de una función porque hay algunos valores de x (datos de entrada) que tienen más de un valor correspondiente para y (datos de salida). Por ejemplo, el dato de entrada -1 corresponde tanto a 1 como a -1. Otro ejemplo es el dato de entrada para 3; corresponde a los datos de salida 2 y -2.

1. Una función asigna los datos de entrada a sus correspondientes datos de salida en la siguiente tabla.

Datos de entrada (x)	Datos de salida (y)
–3	5
–1	7
1	9
3	11

a. ¿La función es lineal? Compruébalo con al menos tres pares de datos de entrada y sus correspondientes datos de salida.

$$\frac{\mathbf{7-5}}{\mathbf{-1-(-3)}}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}}=\mathbf{1} \qquad \frac{\mathbf{11-7}}{\mathbf{3-(-1)}}=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{4}}=\mathbf{1} \qquad \frac{\mathbf{11-9}}{\mathbf{3-1}}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}}=\mathbf{1}$$

Necesito asegurarme de que la tasa de cambio tenga el mismo valor para cada uno de los tres pares que use para comprobar. Si son los mismos, entonces sé que la función es lineal.

b. ¿Qué ecuación describe la función?

Usando el dato de entrada y su correspondiente dato de salida $(\mathbf{1},\mathbf{9})$:

$$\boldsymbol{y=mx+b}$$
$$\mathbf{9=1(1)}+\boldsymbol{b}$$
$$\mathbf{9=1}+\boldsymbol{b}$$
$$\mathbf{9-1=1-1}+\boldsymbol{b}$$
$$\mathbf{8}=\boldsymbol{b}$$

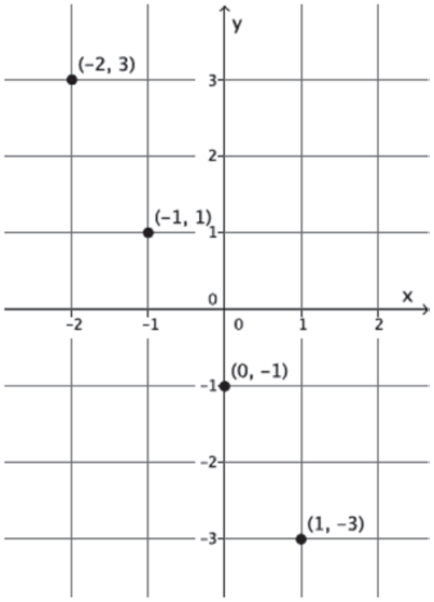
Ya que $\boldsymbol{m}=\mathbf{1}$ y $\boldsymbol{b}=\mathbf{8}$, la ecuación que describe esta función es $\boldsymbol{y}=\mathbf{1}\boldsymbol{x}+\mathbf{8}$ o solo $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}+\mathbf{8}$.

c. ¿Cómo se vería la gráfica de la función? Explica.

Puesto que la función se describe como una función lineal y sé, a partir de la lección anterior, que la gráfica de la función será idéntica a la gráfica de la ecuación que describe, entonces la gráfica de esta función es una recta. Las ecuaciones lineales se grafican como recta; por lo tanto, las funciones lineales también se graficarán como rectas.

2. ¿La siguiente gráfica es de una función lineal? ¿Cómo determinarías si lo es?

Esto es justo como la parte (a) del último problema. La única diferencia es que mis datos de entrada y salida están en una gráfica en lugar de estar en una tabla.



Si la tasa de cambio es la misma, entonces es una función lineal.

$$\frac{\mathbf{3-1}}{\mathbf{-2-(-1)}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{-1}} = \mathbf{-2}$$

$$\frac{\mathbf{-3-(-1)}}{\mathbf{1-0}} = \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{1}} = \mathbf{-2}$$

$$\frac{\mathbf{-1-1}}{\mathbf{0-(-1)}} = \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{1}} = \mathbf{-2}$$

Puesto que la tasa de cambio es la misma, -2, esta es la gráfica de una función lineal.

3. Xander dice que solo se necesita verificar dos pares de datos de entrada y salida para determinar si la función es lineal. ¿Tiene razón? Explica. Pista: Muestra un ejemplo con una tabla donde esto no sea verdad.

Siempre es buena idea comprobar tres pares de datos de entrada y salida.

La siguiente tabla demuestra por qué.

Datos de entrada (x)	***Datos de salida (y)***
3	**7**
−1	**−1**
0	**1**
5	**6**

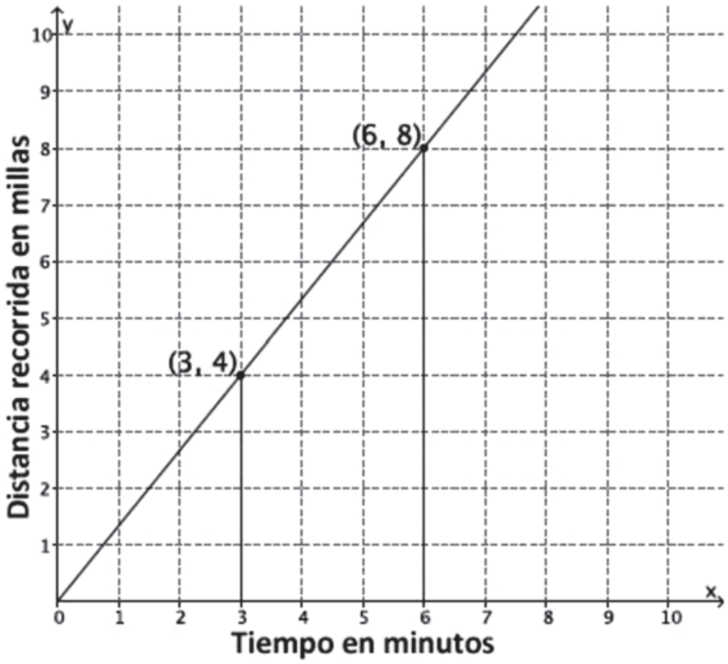
Necesito desarrollar una tabla de valores en la que dos pares de datos de entrada y salida den el mismo valor, pero que en un tercer valor den un valor diferente.

$$\frac{\mathbf{7-(-1)}}{\mathbf{3-(-1)}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{4}} = \mathbf{2} \qquad \frac{\mathbf{1-(-1)}}{\mathbf{0-(-1)}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{1}} = \mathbf{2} \qquad \frac{\mathbf{6-1}}{\mathbf{5-0}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{5}} = \mathbf{1}$$

Como el tercer par dio un valor diferente a los primeros dos pares, esto muestra que la aseveración de Xander es incorrecta.

1. La siguiente gráfica representa la distancia, y, que un Carro A recorre en x minutos. La tabla representa la distancia, y, que el Carro B recorre en x minutes.

Carro A:



Si este carro está viajando a una tasa constante, puedo calcular su tasa usando la fórmula de pendiente o viendo la fracción que compara la distancia vertical con la distancia horizontal entre cualquier par de puntos.

Carro B:

Tiempo en minutos (x)	Distancia en Millas (y)
15	13.5
25	22.5
35	31.5

Para averiguar si este carro viaja a una tasa constante, necesito comprobar varios pares de datos usando la fórmula de pendiente para ver si son equivalentes al mismo valor. Ese valor, si es constante, será la tasa a la que el carro viaja.

a. ¿El Carro A está viajando a una tasa constante? Explica cómo lo sabes.

***Puesto que la gráfica de los datos relacionados con el Carro A es una recta, la ecuación que describe la función debe ser una ecuación lineal. Por lo tanto, este carro está viajando a una tasa constante*.**

b. ¿El Carro B está viajando a una tasa constante? Explica cómo lo sabes.

$$\frac{22.5 - 13.5}{25 - 15} = \frac{9}{10} \qquad \frac{31.5 - 22.5}{35 - 25} = \frac{9}{10} \qquad \frac{31.5 - 13.5}{35 - 15} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

El Carro B viaja a una tasa constante porque todos los pares de datos tienen el mismo valor de pendiente o tasa de cambio.

c. ¿Qué carro viaja a una tasa más lenta? Explica.

Utilizando la gráfica o la fórmula de pendiente, el Carro A viaja a una tasa de $\frac{4}{3}$***. Al inspeccionar la tasa de cambio para los datos en la tabla, el Carro B viaja a una tasa de*** $\frac{9}{10}$***. Puesto que*** $\frac{9}{10} < \frac{4}{3}$***, el Carro B viaja a una tasa más lenta.***

2. La regla $y = 6.67x + 35$ describe la función de costo de un plan telefónico en la Compañía A. Esta Compañía cobra una tarifa fija de $35 por el servicio telefónico, más $6.67 por gigabyte de datos usados cada mes. La Compañía B tiene una función similar que asigna los valores mostrados en la siguiente tabla.

Gigabytes de Datos (x)	Costo total en dólares (y)
1	39.50
3	54.50
5	69.50

Si los datos de esta tabla representan una función lineal, puedo escribir la ecuación que describe la función en la forma de $y = mx + b$. Después, puedo comparar las tasas de los datos, m, y la tarifa fija, b.

Necesitamos comprobar que los datos en la tabla representen una función lineal.

$$\frac{54.50 - 39.50}{3 - 1} = \frac{15}{2} = 7.5 \qquad \frac{69.50 - 54.50}{5 - 3} = \frac{15}{2} = 7.5 \qquad \frac{69.50 - 39.50}{5 - 1} = \frac{30}{4} = 7.5$$

Puesto que la tasa de cambio es igual a la misma constante, 7.5***, puedo escribir la ecuación que describe el costo de la función para la Compañía B. Usando tanto los datos de entrada,*** x***, como los de salida,*** y***,*** $(1, 39.50)$***:***

$$y = mx + b$$
$$39.50 = 7.5(1) + b$$
$$39.50 = 7.5 + b$$
$$39.50 - 7.50 = 7.50 - 7.50 + b$$
$$32 = b$$

La ecuación que describe la función del costo para la Compañía B es $y = 7.5x + 32$***.***

a. ¿Qué compañía cobra una tarifa más alta por el uso de datos?

Al comparar las tasas, $7.5 > 6.67$***, podemos concluir que la Compañía B cobra una tarifa más alta por el uso de datos.***

b. ¿Qué compañía cobra una tarifa más alta por el servicio telefónico?

***Al comparar las tarifas fijas**, $35 > 32$, **Podemos concluir que la Compañía A cobra una tarifa fija más alta**.*

c. ¿En qué número de gigabytes de datos usados cobrarían la misma cantidad de dinero? ¿Cuál sería el costo total para que de esa cantidad de gigabytes usados?

$$\begin{cases} y = 6.67x + 35 \\ y = 7.5x + 32 \end{cases}$$

***Puesto que ambas ecuaciones son equivalentes a** y, **puedo escribir las expresiones a la derecha del signo de igual como iguales entre sí y, después, resolver**.*

$$6.67x + 35 = 7.5x + 32$$

$$6.67x - 6.67x + 35 - 32 = 7.5x - 6.67x + 32 - 32$$

$$3 = 0.83x$$

$$\frac{3}{0.83} = x$$

$$3.61 \approx x$$

Si los datos relacionados con ambas compañías se graficaran en el mismo plano de coordenadas, el punto de intersección de sus rectas sería cuando los costos son iguales. Debería escribir y resolver un sistema de ecuaciones para responder esta pregunta.

***Ahora, sustituyo el valor de x en la primera ecuación y resuelvo**.*

$$y \approx 6.67(3.61) + 35$$

$$y \approx 59.08$$

Aproximadamente a los** 3.61 **gigabytes, el costo sería el mismo en ambas compañías.
***El costo sería de aproximadamente** $\$59.08$.*

1. Una función tiene una regla que dice que para cada dato de entrada *de* x se asigna un dato de salida de $x^3 + 1$.

En el Módulo 4, analizamos funciones lineales y no lineales. Recuerdo que para ser lineal, el exponente de la variable, x, tenía que ser igual a 1.

a. ¿Crees que la función es lineal o no lineal? Explica.

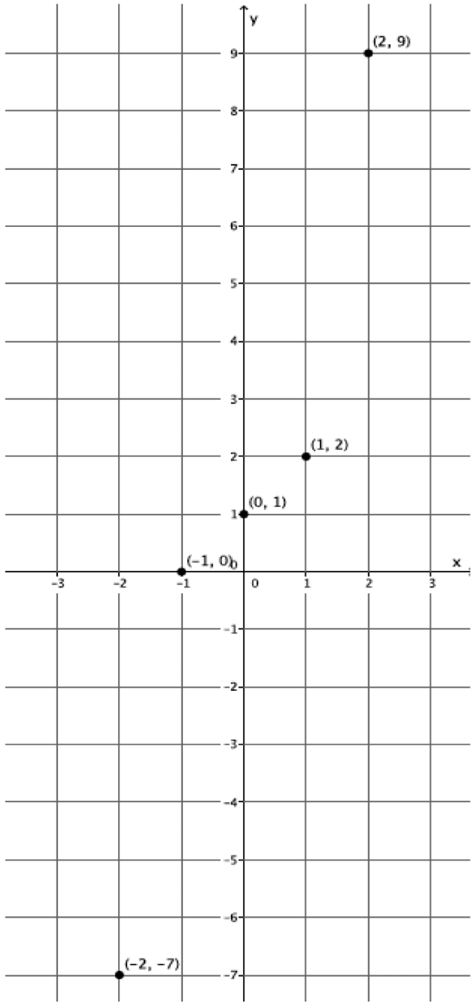
La ecuación que describe esta función no es lineal porque el exponente de la variable, x, no es igual a 1, así que creo que esta es una función no lineal.

b. ¿Qué forma crees que tendrá la gráfica de la función?

La gráfica no será una línea porque no es lineal, probablemente tenga una curva.

c. Desarrolla una lista de datos de entrada y salida para esta función. Grafícalos como puntos en el plano cartesiano en donde el dato de salida es la coordenada y.

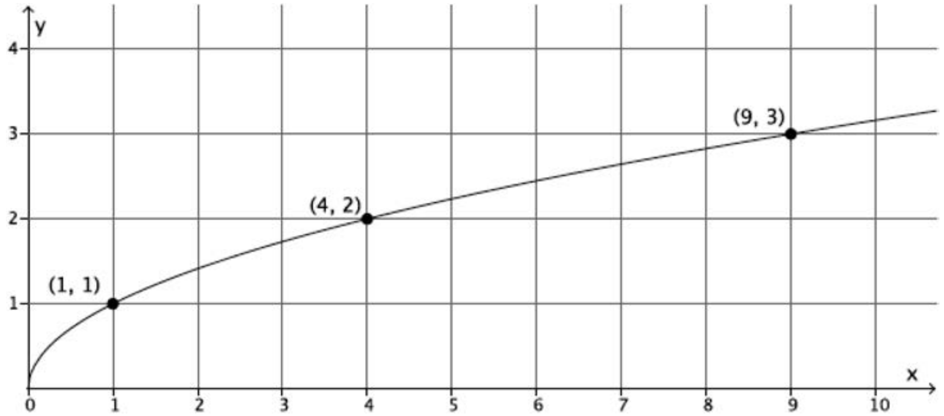
Datos de entrada (x)	Datos de salida ($x^3 + 1$)
-2	$(-\mathbf{2})^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} = -\mathbf{8} + \mathbf{1} = -\mathbf{7}$
-1	$(-\mathbf{1})^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} = -\mathbf{1} + \mathbf{1} = \mathbf{0}$
0	$\mathbf{0}^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} = \mathbf{0} + \mathbf{1} = \mathbf{1}$
1	$\mathbf{1}^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} = \mathbf{1} + \mathbf{1} = \mathbf{2}$
2	$\mathbf{2}^{\mathbf{3}} + \mathbf{1} = \mathbf{8} + \mathbf{1} = \mathbf{9}$



d. ¿Tu predicción fue correcta?

¡Tenía razón! No hay manera de dibujar una recta siguiendo todos los puntos en la gráfica. Por lo tanto, esta función no es lineal.

2. ¿La función representada en la gráfica es lineal o no lineal? Explica. Muestra trabajo que sustente tus afirmaciones.



$$\frac{3-2}{9-4}=\frac{1}{5}$$

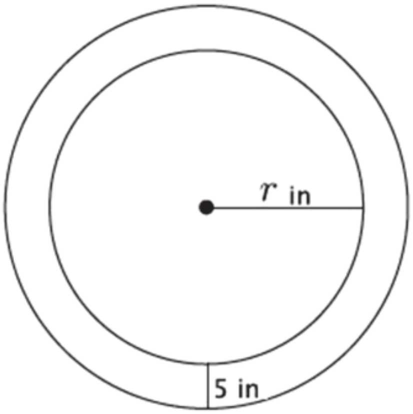
Esta gráfica para nada parece lineal. La manera de mostrar trabajo que sustente mi afirmación es mostrando que la tasa de cambio entre cada par de puntos no es igual al mismo valor.

$$\frac{2-1}{4-1}=\frac{1}{3}$$

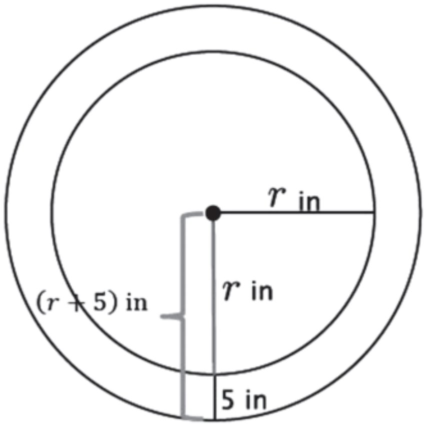
$$\frac{3-1}{9-1}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

Puesto que la tasa de cambio fue igual a un valor diferente para cada uno de los tres pares de datos de entrada y salida que comprobé, la función representada por esta gráfica es una función no lineal.

1. Escribe una función que te permita calcular el área, A, de un del aro exterior de 5 pulgadas para una diana de cualquier tamaño con un radio de r pulgadas. Escribe una respuesta exacta que use π (no aproximes tu respuesta usando 3.14 for π).



Este se parece mucho al problema que hicimos en clase. Necesito escribir una expresión que muestre la diferencia de las áreas entre los dos círculos, el círculo con un radio de r pulgadas y el circulo con un radio de $(r+5)$ pulgadas.



El área del circulo interno más pequeño en pulgadas cuadradas se encuentra al calcular $\boldsymbol{\pi r^2}$**.**

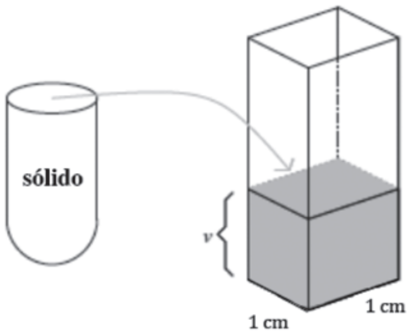
El área del círculo externo más grande en pulgadas cuadradas se encuentra al calcular $\boldsymbol{\pi(r+5)^2}$**.**

***Para encontrar el área del aro externo, debemos encontrar la diferencia entre las dos áreas*.**

$$\boldsymbol{A = \pi(r+5)^2 - \pi r^2}$$

El área del aro externo es $\boldsymbol{(\pi(r+5)^2 - \pi r^2)\ \mathrm{in}^2}$**.**

2. Se llenó con agua un sólido y luego esta se sirvió en un prisma rectangular estándar, como se muestra. La altura del volumen llega a 74.68 cm. ¿Cuál es el volumen del sólido?



La fórmula de volumen para un prisma rectangular es $V = Bh$, en donde B es el área de la base.

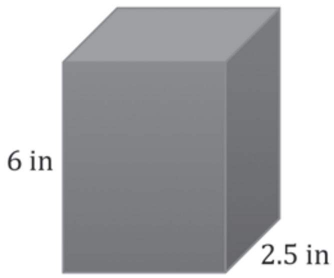
El área de la base de este prisma es de 1 cm^2 porque la longitud y el ancho de la base son iguales a 1 cm.

$\boldsymbol{B = 1}$ ***y*** $\boldsymbol{h = 74.68}$***, así que***

$$\boldsymbol{V = (1)(74.68)}$$
$$\boldsymbol{V = 74.68}$$

El volumen es $\mathbf{74.68\ cm^3}$**.**

3. El volumen del siguiente prisma es de 60 in^3. ¿Cuál es su longitud?



El área de la base, $\boldsymbol{B}$***, se encuentra al multiplicar la longitud de la base,*** $\boldsymbol{l}$***, por el ancho de esta,*** $\boldsymbol{w}$**.**

$$\boldsymbol{V = Bh}$$
$$\boldsymbol{V = l \times w \times h}$$
$$\boldsymbol{60 = l \times 2.5 \times 6}$$
$$\boldsymbol{60 = l \times 15}$$
$$\boldsymbol{\frac{60}{15} = l\left(\frac{15}{15}\right)}$$
$$\boldsymbol{4 = l}$$

La longitud del prisma es de **4 pulgadas.**

1. Dayna quiere añadir agua a una cubeta que tiene la forma de un cilindro circular. La cubeta tiene un radio de 4 pulgadas y una altura de 8 pulgadas. Para ello, usa un cucharón en forma de cono circular con un radio de 2 pulgadas y una altura de 3 pulgadas. ¿Cuántos cucharones de agua necesitará Dayna para llenar la cubeta hasta el tope?

Si tomo el volumen del cilindro y lo divido entre el volumen del cono, la respuesta será el número de cucharones que le tomará a Dayna echar para llenar ese cilindro.

$\boldsymbol{V = \pi r^2 h}$

$\boldsymbol{V = \pi(4)^2(8)}$

$\boldsymbol{V = 128\pi}$

El volumen del cilindro es de $\boldsymbol{128\pi}$ $\mathbf{in}^3$.

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$

$\boldsymbol{V = \frac{1}{3}\pi(2)^2(3)}$

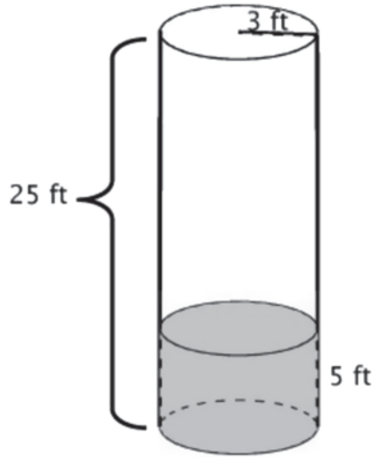
$\boldsymbol{V = 4\pi}$

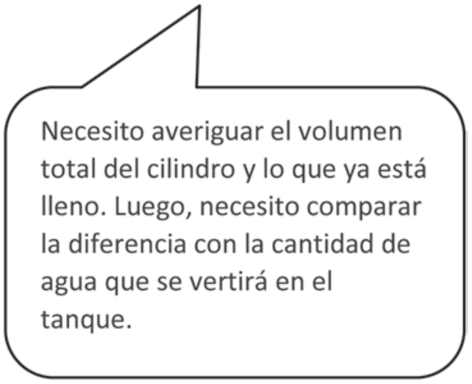
El volumen del cono es de $\boldsymbol{4\pi}$ $\mathbf{in}^3$.

$\boldsymbol{\frac{128\pi}{4\pi} = 32}$

El número de cucharones necesarios para llenar la cubeta es $\mathbf{32}$.

2. Un tanque cilíndrico (con las dimensiones mostradas más abajo) contiene agua con una profundidad de 5 pies. Si se vierte agua en el tanque a una tasa constante de $24\ \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$ por 18 min, ¿se derramará el agua del tanque? Usa 3.14 para aproximarte a π.





$$\boldsymbol{V = \pi r^2 h}$$
$$\boldsymbol{V = \pi (3)^2 (25)}$$
$$\boldsymbol{V \approx (3.14)(9)(25)}$$
$$\boldsymbol{V \approx 706.5}$$

El volumen del tanque es aproximadamente de $\boldsymbol{706.5\ \text{ft}^3}$.

$$\boldsymbol{V = \pi r^2 h}$$
$$\boldsymbol{V = \pi (3)^2 (5)}$$
$$\boldsymbol{V \approx (3.14)(9)(5)}$$
$$\boldsymbol{V \approx 141.3}$$

El volumen de la parte del tanque que ya está llena es aproximadamente de $\boldsymbol{141.3\ \text{ft}^3}$.

$$\boldsymbol{706.5 - 141.3 = 565.2}$$

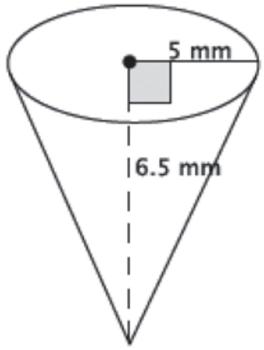
El volumen del tanque que no está lleno es aproximadamente de $\boldsymbol{565.2\ \text{ft}^3}$.

$$\boldsymbol{24 \times 18 = 432}$$

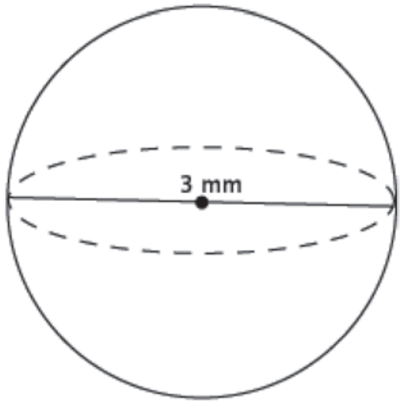
El volumen del agua vertida en el tanque es de $\boldsymbol{432\ \text{ft}^3}$.

Puesto que el volumen de agua que va al tanque es menor al volumen que queda en el tanque, no se derramará.

1. ¿Cuál de las dos figuras siguientes tiene el menor volumen? (Nota: Las figuras no están dibujadas a escala.)



El volumen de la fórmula para la esfera es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Todo lo que tengo que hacer es calcular el volumen de cada figura y luego compararlos.



$$\boldsymbol{V = \frac{1}{3}\pi(5)^2(6.5)}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{162.5}{3}\pi}$$

El volumen del cono es de $\boldsymbol{\frac{162.5}{3}\pi\ \mathrm{mm}^3}$.

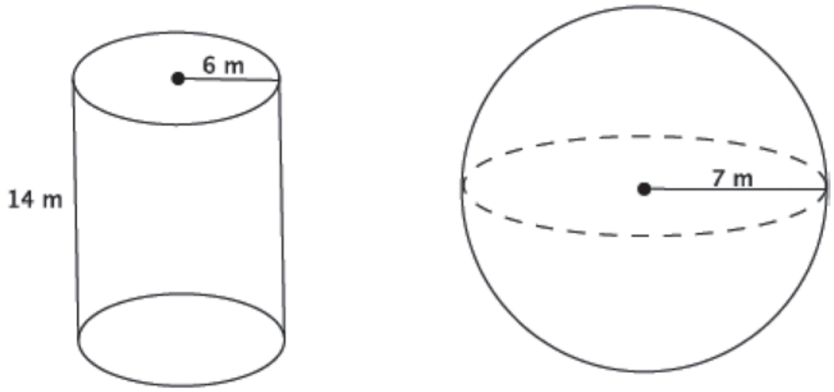
$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi(1.5)^3}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{13.5}{3}\pi}$$

El volumen de la esfera es de $\boldsymbol{\frac{13.5}{3}\pi\ \mathrm{mm}^3}$.

Puesto que $\boldsymbol{\frac{13.5}{3}\pi < \frac{162.5}{3}\pi}$***, la esfera tiene un menor volumen.***

2. ¿Cuál de las dos figuras siguientes tiene el mayor volumen? (Nota: Las figuras no están dibujadas a escala.)



$$\boldsymbol{V = \pi(6)^2(14)}$$
$$\boldsymbol{V = 504\pi}$$

El volumen del cilindro es de 504π m^3.

$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi(7)^3}$$
$$\boldsymbol{V = \frac{1372}{3}\pi}$$
$$\boldsymbol{V \approx 457.3\pi}$$

El volumen de la esfera es aproximadamente de 457.3π m^3.

Puesto que $504\pi > 457.3\pi$, el cilindro tiene un mayor volumen.

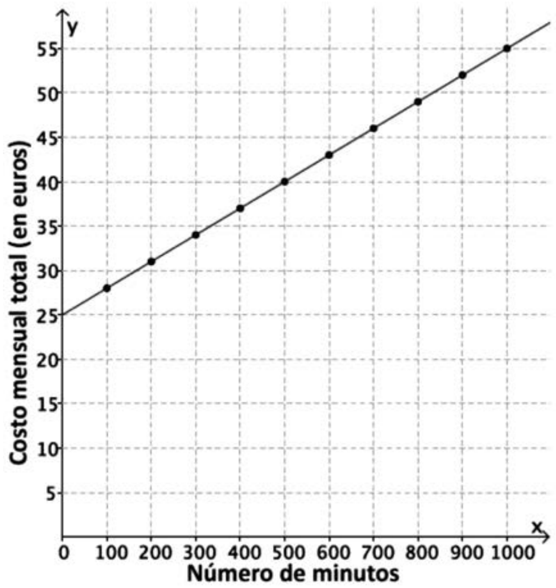
1. Recuerda que Leonore estaba investigando dos planes de acceso inalámbrico Su amigo en Europa dice que usa un plan en el que paga una tarifa mensual de 25 euros más 0.03 euros por minuto de uso.

El euro es la moneda común para países europeos y su símbolo es €.

   a. Haz una tabla de valores para el costo mensual de su plan basado en 100 minutos de uso por mes, 200 minutos de uso y así hasta llegar a $1{,}000$ minutos de uso. (El cargo de 0.03 euros por minuto de uso es equivalente a 3 euros por 100 minutos de uso.)

Número de minutos	*Costo mensual total (€)*
100	**28.00**
200	**31.00**
300	**34.00**
400	**37.00**
500	**40.00**
600	**43.00**
700	**46.00**
800	**49.00**
900	**52.00**
1,000	**55.00**

   b. Ubica estos 10 puntos en una gráfica cuidadosamente identificada y dibuja la recta que contenga estos puntos.



Ya que los números negativos no tienen sentido para los minutos o el costo, solo necesito usar números positivos en mis ejes. Voy a contar por 100 para los minutos y por 5 para el costo.

c. Que x represente los minutos de uso y que y represente el costo mensual total en euros. Haz una función lineal que determine el costo mensual basado en minutos de uso.

$\boldsymbol{y = 25 + 0.03x}$

En la clase aprendí que puedo usar palabras para ayudarme a escribir la ecuación. Por ejemplo, "costo mensual es igual a 25 euros más 0.03 euros multiplicado por el número de minutos".

d. Usa la función para calcular el costo bajo este plan para 750 minutos de uso. Si le agregaras este punto a la gráfica, ¿estaría arriba de la recta, abajo de la recta o en la recta?

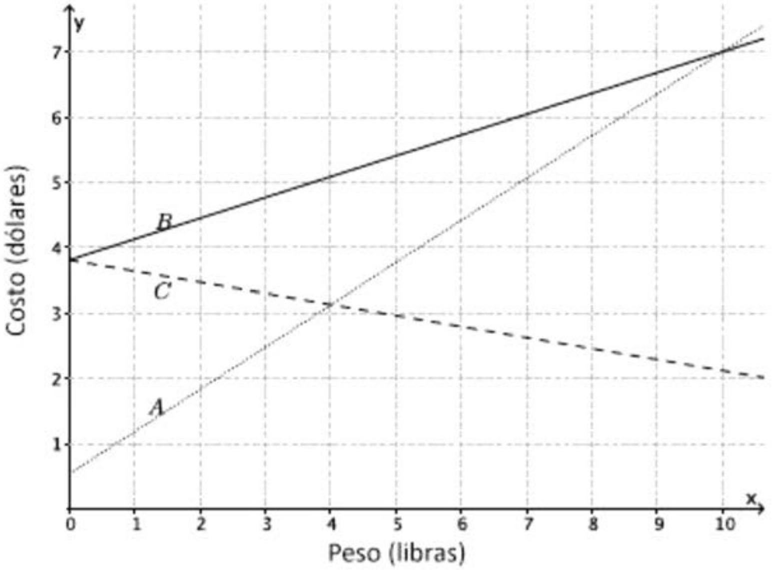
El costo de 750 minutos sería €47.50. El punto $(750, 47.50)$ estaría en la recta.

2. Una compañía de envíos cobra un cargo de manejo de $3.75 adicionalmente a $0.32 por libra para enviar un paquete.

a. Usando x para el peso en libras y usando y para el costo de envío en dólares, escribe una función lineal que determine el costo de envío basado en el peso.

$\boldsymbol{y = 3.75 + 0.32x}$

b. ¿Cuál recta, A, B o C (punteada, sólida o discontinua, respectivamente) en la gráfica a continuación representa el método de los precios de la compañía de envíos? Explica.



El valor inicial (punto de corte con el eje y) es 3.75. La pendiente es 0.32, lo cual significa que el costo está subiendo a medida que el peso sube.

La recta sólida, B, sería la recta correcta. Su valor inicial es 3.75 y su pendiente es 0.32. La recta discontinua, C, muestra que el costo baja a medida que sube el precio, así que es incorrecta. La recta punteada, A, empieza en un valor inicial que es demasiado bajo.

Recuerda de la lección que Kelly quiere agregar nueva música a su dispositivo de MP3. Estaba interesada en un sitio de inscripciones mensuales que ofrecía servicios de descargas de MP3 por una tarifa mensual de inscripción MÁS una tarifa por canción. La función lineal que representaba el costo mensual total (y) basado en el número de canciones descargadas (x) es $y = 5.25 + 0.30x$.

Esto es del Problema 3 del Grupo de Problemas en la Lección 1. Voy a usar eso como referencia para que me ayude con este problema.

a. El sitio repentinamente cambió su estructura de precios mensuales. La función lineal que representa el nuevo costo mensual (y) basado en el número de canciones descargadas (x) es $y = 0.40x + 4.25$. Explica el significado del nuevo valor de 4.25 en la ecuación. ¿Es esta una mejor situación para Kelly que antes?

El valor inicial es 4.25 y significa que el costo mensual de la inscripción ahora es $\$4.25$. Esto es más bajo que antes, lo cual es bueno para Kelly.

b. Explica el significado del nuevo valor de 0.40 en la ecuación. ¿Es esta una mejor situación para Kelly que antes?

La tasa de cambio es 0.40. Esto significa que el costo está subiendo $\$0.40$ por cada canción descargada. Esto es más que el costo de descarga del plan original y, por lo tanto, no es una mejor situación para Kelly que antes.

c. Si ubicaras en una gráfica las dos ecuaciones (la vieja vs. la nueva), ¿cuál recta tendría una pendiente más inclinada? ¿Qué significa esto en el contexto del problema?

Esto se parece al problema que hicimos en clase en el que ubicamos en una gráfica las rectas de las dos ecuaciones.

La pendiente de la recta que representa la nueva estructura de precios es más inclinada porque tiene una tasa de cambio mayor que la original. Significa que el costo mensual total del nuevo plan está subiendo a una tasa más rápida por canción comparado con el costo del plan viejo.

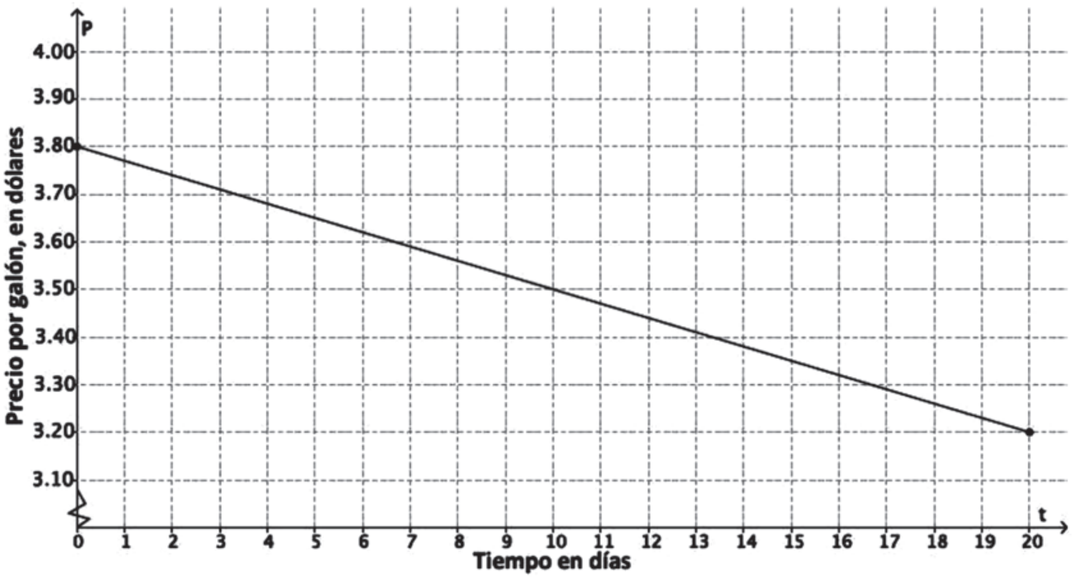
d. ¿Cuál plan de inscripción provee el mejor valor si Kelly descarga menos de 10 canciones por mes?

Debo averiguar el costo de descargar 10 canciones por mes para cada plan y después comparar.

Si Kelly descarga 10 canciones, ambos planes costarían lo mismo ($\$8.25$). Por lo tanto, el nuevo plan es más barato si Kelly descarga menos de 10 canciones.

Ya que ambos planes cuestan lo mismo cuando Kelly descarga 10 canciones, sé que es aquí que las rectas de las dos gráficas se cruzan. Ya que el segundo plan tiene un valor inicial más bajo, es un mejor valor.

Supón que el precio de la gasolina haya estado bajando. Al principio del mes pasado ($t = 0$), el precio era $\$3.80$ por galón. Veinte días después ($t = 20$), el precio era $\$3.20$ por galón. Supón que el precio por galón, P, bajó a una tasa constante a lo largo de los veinte días.



a. Identifica los pares ordenados dados en el problema. Ubica ambos puntos en el plano de coordenadas de arriba.

$(\mathbf{0, 3.80})$ ***y*** $(\mathbf{20, 3.20})$

Sé que el valor inicial es $\$3.80$. Eso significa que una de las coordenadas es $(0, 3.80)$.

b. Usando una regla, dibuja la recta que contiene los dos puntos.

***Mira la gráfica de arriba*.**

c. ¿Cuál es la tasa de cambio? ¿Qué significa dentro del contexto de este problema?

Usando los puntos $(\mathbf{0, 3.80})$ ***y*** $(\mathbf{20, 3.20})$, ***la subida es*** $\mathbf{-0.6}$ ***por una tanda de*** $\mathbf{20}$.

Así que la tasa de cambio es $\mathbf{-0.03}$ ***porque*** $\frac{\mathbf{-0.6}}{\mathbf{20}} = \mathbf{-0.03}$.

El precio de la gasolina está bajando $\mathbf{\$0.03}$ ***cada día*.**

Sé que la tasa de cambio será negativa ya que la gráfica tiene una pendiente negativa.

d. ¿Cuál es la función que representa la relación entre el número de días y el precio por galón?

$\boldsymbol{P = -0.03t + 3.8}$

Puedo usar $y = mx + b$, pero debo usar P en vez de y y t en vez de x puesto que mis variables se definieron de esa manera en el problema.

e. ¿Cuál era el precio de la gasolina después de 10 días?

El precio de la gasolina después de $\boldsymbol{10}$ días era $\boldsymbol{\$3.50}$ por galón.

Puedo usar la gráfica para determinar la respuesta, así como lo hicimos en la clase.

f. ¿Después de cuántos días llegó el precio a $\$3.32$?

$\boldsymbol{P = 3.32}$

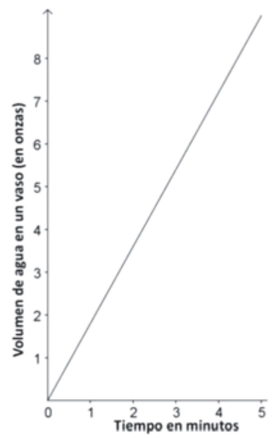
$$\begin{aligned}\boldsymbol{3.32} &= \boldsymbol{-0.03t + 3.8}\\ \boldsymbol{3.32 - 3.8} &= \boldsymbol{-0.03t + 3.8 - 3.8}\\ \boldsymbol{-0.48} &= \boldsymbol{-0.03t}\\ \boldsymbol{\frac{-0.48}{-0.03}} &= \boldsymbol{t}\\ \boldsymbol{16} &= \boldsymbol{t}\end{aligned}$$

Puedo usar la función para determinar la respuesta sustituyendo 3.32 por P.

El precio de la gasolina llegó a $\boldsymbol{\$3.32}$ por galón después de $\boldsymbol{16}$ días.

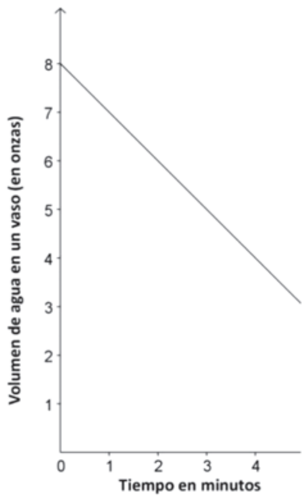
1. Lee cada una de las situaciones y escoge la gráfica de la función que mejor encaje con la situación. Explica la razón detrás de cada selección.
   a. Hay ocho onzas de agua en un vaso.
   b. Neil usa un sorbete para tomar sorbos de agua a un ritmo constante.
   c. Bruce lentamente vierte agua en un vaso a un ritmo constante.

Sé que, si la gráfica tiene una pendiente positiva, entonces es una función creciente.



Situación: *c*

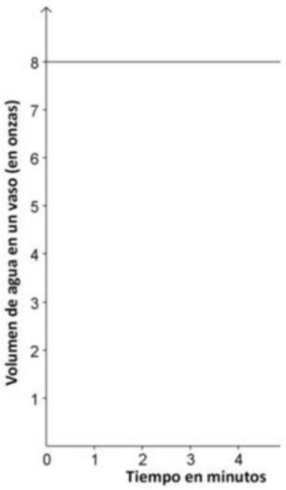
Explicación: ***El agua en el vaso incrementa a un ritmo constante.***



Situación: *b*

Explicación: ***El agua en el vaso decrementa a un ritmo constante.***

Sé que, si la gráfica tiene una pendiente negativa, entonces es una función decreciente.



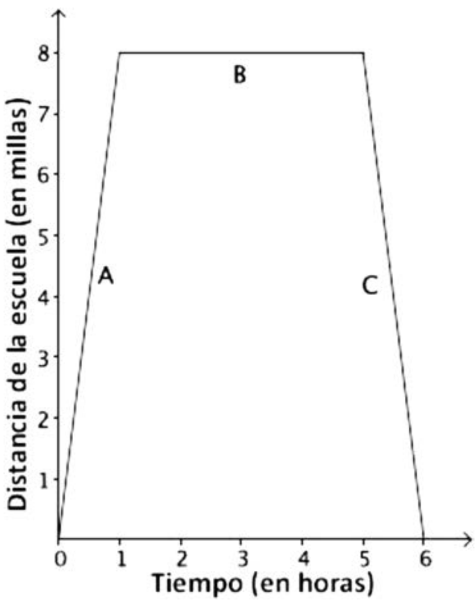
Situación: ***a***

Explicación: ***El agua en el vaso permanece igual con el paso del tiempo.***

Sé que, si la gráfica tiene una pendiente de cero, entonces esta es una función constante.

2. La gráfica a continuación muestra el día de Jesse. Empareja cada parte de la gráfica (A, B y C) con su descripción verbal. Explica el razonamiento de tu selección.

La identificación en este eje me dice que Jesse está en la escuela cuando $t = 0$, ya que 0 es el valor inicial.



a. Jesse regresa de la excursión en un bus que viaja a una velocidad constante.

C; la distancia de la escuela debe disminuir a medida que Jesse viaja en el bus de regreso a la escuela.

b. Jesse toma un bus que viaja a una velocidad constante en una excursión al zoológico local que queda a 8 millas de distancia.

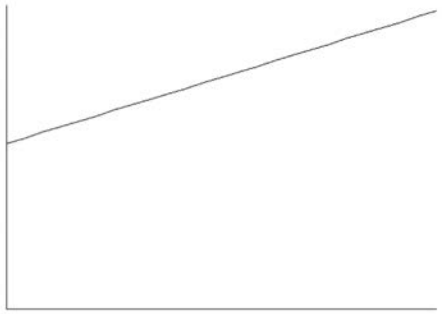
A; Jesse estaba en la escuela, pero cuando va al zoológico, la distancia de la escuela empieza a incrementar.

c. Jesse pasa un rato en el zoológico.

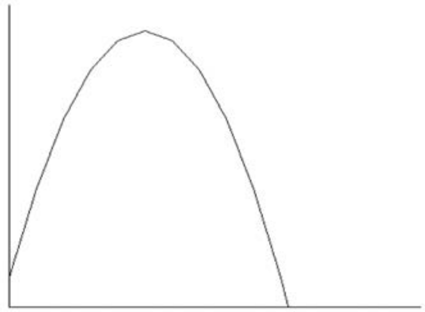
B; Jesse permanece a la misma distancia de la escuela mientras está en el zoológico.

1. Lee las siguientes situaciones y empareja cada una con su gráfica. Explica el razonamiento de tu selección.
   a. Se bombea la gasolina a un ritmo constante.
   b. El valor de una computadora nueva a lo largo de un periodo de tiempo.
   c. Un balón de fútbol americano se lanza al aire y durante un periodo de tiempo cae al suelo.
   d. Lecturas de temperatura durante un periodo de cuatro días.

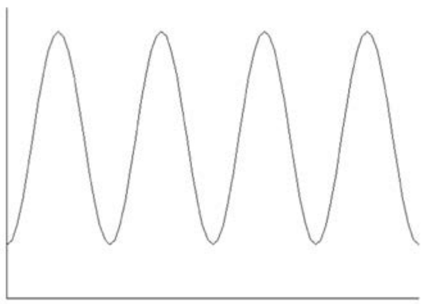
Situación: ***a***
Se bombea la gasolina a un ritmo constante, lo que significa que la función es lineal.



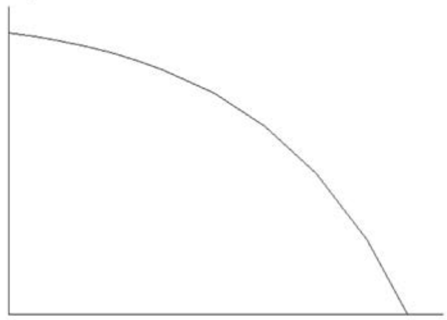
Situación: ***c***
El balón sube en altura al principio, después baja en altura cuando va cayendo al suelo.



Situación: ***d***
La temperatura sube durante el día y después baja cuando anochece. Esto se repite cada día.



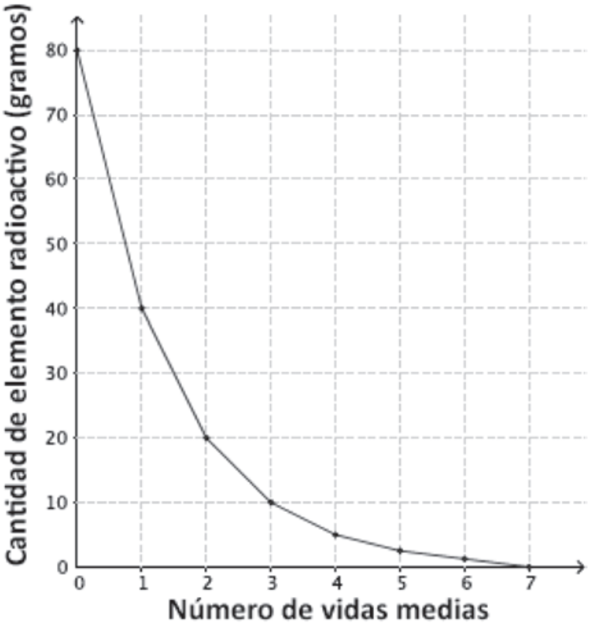
Situación: ***b***
El valor de la computadora baja a medida que la computadora es más vieja.



Sé que el valor de mi computadora baja a medida que el tiempo pasa y salen nuevos modelos.

2. La vida media es el tiempo que se requiere para que una cantidad caiga a la mitad de su valor medido al principio de un periodo de tiempo. Si se empieza con 80 gramos de un elemento radioactivo, habrá 40 gramos después de la primera vida media, 20 gramos después de la segunda vida media y así sucesivamente.

   a. Haz una gráfica que represente la cantidad que queda del elemento radioactivo con respecto al número de vidas medias que hayan pasado.



Puedo usar una tabla con el número de vidas medias y la cantidad del elemento radioactivo para ayudarme a organizar mis datos.

Número de vidas medias	Cantidad de elemento radioactivo (g)
1	40
2	20
3	10
4	5

   b. ¿La función que la gráfica representa es lineal o no lineal? Explica.

   La función no es lineal. La tasa de cambio no es constante con respecto al tiempo.

La función decrementa a una tasa de cambio decreciente; por lo tanto, no es una función lineal.

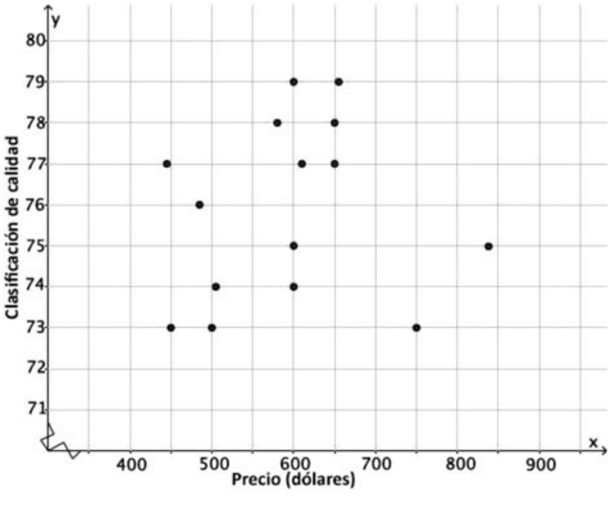
   c. ¿La función que la gráfica representa es creciente o decreciente?

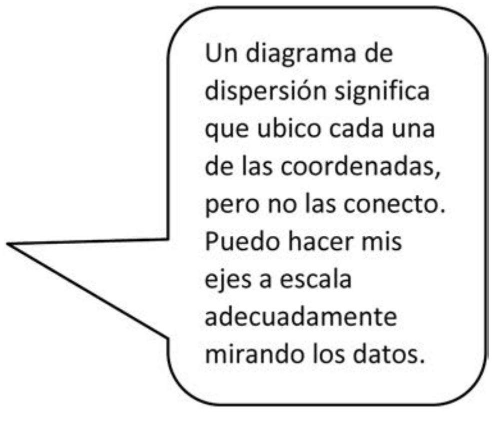
   La función es decreciente.

1. La tabla a continuación muestra el precio y la clasificación general de calidad para 15 marcas distintas de teléfonos inteligentes.
   Fuente de datos: www.consumerreports.org

Teléfono inteligente	Precio (dólares)	Clasificación de calidad
A	600	79
B	660	79
C	650	78
D	580	78
E	650	77
F	440	77
G	615	77
H	480	76
I	600	75
J	840	75
K	600	74
L	515	74
M	750	73
N	500	73
O	450	73

   a. Haz un diagrama de dispersión de precio (x) y clasificación de calidad (y). Usa la cuadrícula a continuación.





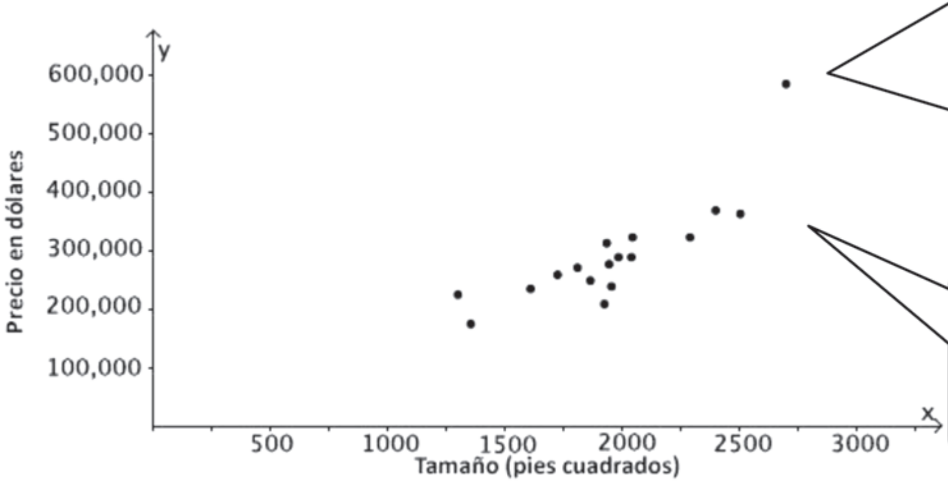
b. ¿Crees que hay una relación estadística entre el precio y la clasificación de calidad? De ser así, describe la naturaleza de la relación.

Ejemplo de respuesta: No. No hay un patrón visible en el diagrama de dispersión. No parece haber una relación entre el precio y la clasificación de calidad para los teléfonos inteligentes.

La relación estadística significa que las dos variables tienden a variar de manera predecible. No parece haber un patrón para el diagrama de dispersión.

1. El diagrama de dispersión a continuación se hizo usando un tamaño de datos en pies cuadrados (x) de varias casas en la misma comunidad y precio en dólares (y). Escribe unos cuantos enunciados describiendo la relación entre el precio y el tamaño de estas casas. ¿Hay alguna agrupación o dato aberrante notable?

Las agrupaciones forman una nube de puntos o amontonamiento de puntos juntos. Los datos aberrantes son puntos que no encajan en el patrón o que están bien alejados de otros puntos.



El patrón general parece ser una recta con una pendiente positiva.

Las respuestas van a variar. Posible respuesta: parece que hay una relación lineal positiva entre el tamaño y el precio. El precio tiende a incrementar a medida que el tamaño incrementa. Parece que hay una agrupación de casas que incluye casas entre $1,750$ ***y*** $2,250$ ***pies cuadrados en tamaño. Parece que hay un dato aberrante que corresponde a una casa de alrededor de*** $2,750$ ***pies cuadrados en tamaño y un precio de alrededor de*** $\$600,000$.

2. ¿Hay una tendencia en los datos? Explica tu manera de pensar.

   Las respuestas van a variar. Parece que hay una tendencia lineal positiva débil entre el precio y el tamaño de las casas. A medida que incrementa el precio, incrementa el tamaño de las casas.

A los diagramas de dispersión que son lineales, pero no tan cercanos a una recta a veces se les conoce como débiles.

1. La tabla a continuación muestra la temperatura media en julio y la cantidad de precipitación media por año para 14 ciudades en la Costa Oeste.

Ciudad	Temperatura media en julio (en grados Fahrenheit)	Precipitación media por año (en pulgadas)
Anchorage, AK	58	15.5
Berkeley, CA	62	24.5
Eugene, OR	67	49.3
Klamath Falls, OR	68	33.8
Los Angeles, CA	74	14.8
Medford, OR	74	19.1
Olympia, WA	64	50.7
Sacramento, CA	76	17.8
Salem, OR	66	48.4
San Diego, CA	71	10.5
San Francisco, CA	64	20.3
Seattle, WA	65	37.2
Spokane, WA	68	16.8
Tacoma, WA	64	52.0

Fuente de datos: http://countrystudies.us/united-states/weather/

¿Veo algún patrón?

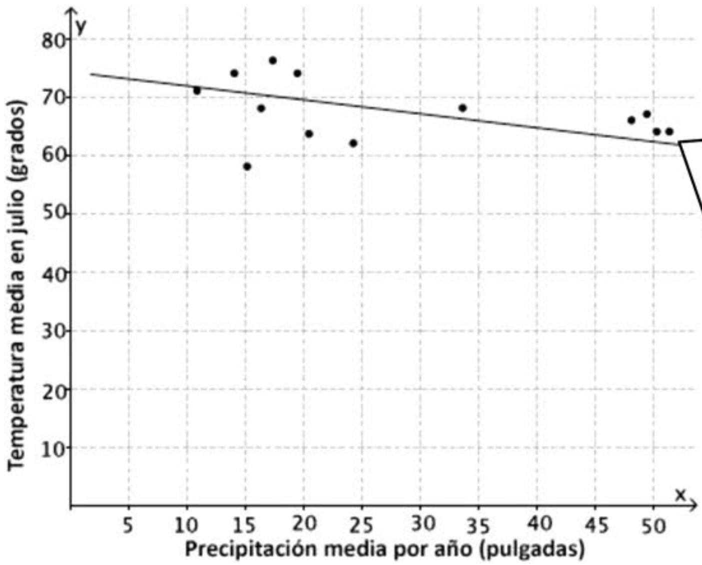
a. ¿Qué observas al mirar los datos en la tabla?

Las respuestas van a variar. Muchas de las temperaturas estuvieron en los 60 y 70. Los datos están en orden alfabético. Es difícil ver patrones.

b. Mira el diagrama de dispersión a continuación. Se traza una recta para que coincida con los datos. El diagrama en el Boleto de salida tenía las temperaturas medias de julio para las ciudades en el eje horizontal. ¿En qué se diferencia este diagrama, y qué significa con respecto a la manera en la que piensas sobre la relación entre las dos variables, temperatura y lluvia?

El Boleto de salida me pidió que pronosticara la media del número de pulgadas de precipitación por año.

Precipitación y temperaturas en julio en ciudades selectas de la Costa Oeste



La variable que quiero pronosticar va en el eje vertical. Soy capaz de pronosticar la temperatura media en julio si sé la precipitación media por año.

***Este diagrama de dispersión tiene las identificaciones invertidas en los ejes: (pulgadas medias de lluvia, temperatura media). Este es el diagrama de dispersión que usaría si quisiera pronosticar la temperatura media en julio sabiendo la cantidad media de lluvia por año*.**

c. Se ha dibujado una recta para representar la relación entre la cantidad de lluvia y la temperatura en esas ciudades de la Costa Oeste. Usa la recta para pronosticar la temperatura media en julio para una ciudad de la Costa Oeste que tenga una media de 32 pulgadas de lluvia por año.

Puedo usar la gráfica para encontrar la coordenada y cuando la coordenada x es 32.

***Las respuestas van a variar. Para* $\mathbf{32}$ in *de lluvia por año, la recta indica una temperatura media en julio de aproximadamente* $\mathbf{68°F}$.**

d. ¿Para cuáles de las ciudades en el ejemplo es peor la recta en pronosticar la temperatura media? ¿Es mejor? Explica tu razonamiento con la mayor cantidad de detalles posible.

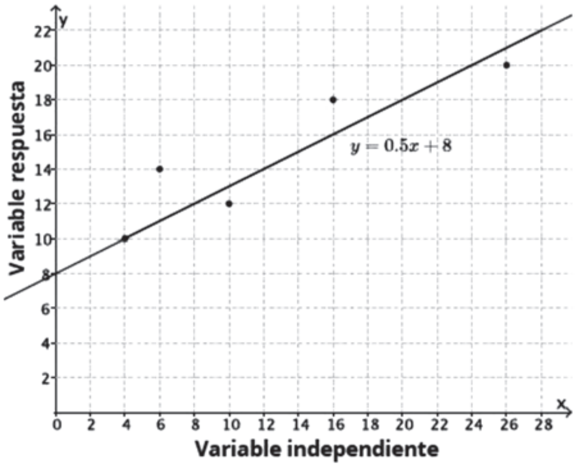
Las respuestas van a variar. Busqué puntos que estuvieran verdaderamente cerca de la recta (el mejor indicador) y los que estuvieran lejos (el peor indicador). El pronóstico de la recta para la temperatura estaría más lejos para Anchorage, AK. Para 15.5 in ***de lluvia en Anchorage, la recta pronosticó aproximadamente*** $70°\text{F}$***, mientras que la temperatura media real en julio fue*** $58°\text{F}$. ***La recta dio un muy buen pronóstico para San Diego, CA. Para*** 10.5 in ***de lluvia en San Diego, la recta pronosticó aproximadamente*** $72°\text{F}$***, mientras que la temperatura media real en julio fue*** $71°\text{F}$ ***y solo estaba a aproximadamente*** $1°\text{F}$ ***de diferencia.***

El peor desempeño en el pronóstico se ve donde el punto está más lejos de la recta. El mejor desempeño sería donde el punto esté más cerca de o en la recta.

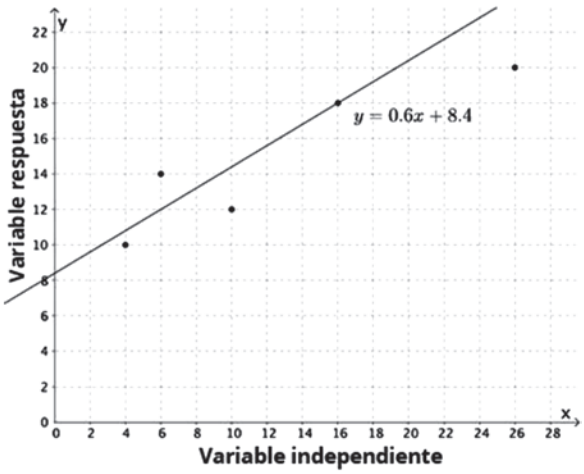
1. La tabla a continuación da las coordenadas de los cinco puntos que aparecen en los diagramas de dispersión que siguen. Los diagramas de dispersión muestran dos rectas diferentes.

Punto de datos	Variable independiente	Variable respuesta
A	4	10
B	6	14
C	10	12
D	16	18
E	26	20

Recta 1



Recta 2



a. Encuentra los valores respuesta pronosticados para cada una de las dos rectas.

Variable independiente	Respuesta observada	Respuesta pronosticada por la Recta 1	Respuesta pronosticada por la Recta 2
4	**10**	**10**	**10.8**
6	**14**	**11**	**12**
10	**12**	**13**	**14.4**
16	**18**	**16**	**18**
26	**20**	**21**	**24**

Puedo usar la tabla para las respuestas independientes y observadas. Puedo usar las ecuaciones $y = 0.5x + 8$ y también $y = 0.6x + 8.4$ para encontrar las respuestas pronosticadas.

b. ¿El pronóstico basado en la Recta 1 está más cerca del valor real para qué puntos de datos en comparación con el pronóstico basado en la Recta 2?

Para los puntos A, C y E, el pronóstico de la Recta 1 está más cerca del valor real. Para los puntos B y D, el pronóstico de la Recta 2 está más cerca.

> Para ver cuál recta está más cerca, necesito calcular la diferencia entre las respuestas observadas y las respuestas pronosticadas. Por ejemplo, el punto C tiene una diferencia de -1 en la Recta 1 (puesto que $12 - 13 = -1$) y una diferencia de -2.4 en la Recta 2 (puesto que $12 - 14.4 = -2.4$).

c. ¿Cuál recta (Recta 1 o Recta 2) escogerías como la que encaja mejor?

La Recta 1 porque está más cerca de más puntos de datos.

2. Haz un comentario sobre los siguientes enunciados:

a. Una recta que representa una tendencia en un diagrama de dispersión siempre cruza el origen.

Algunas rectas de tendencia cruzan el origen, pero otras tal vez no. Frecuentemente, el valor $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ no tiene sentido para los datos.

> Ninguna de las rectas en el Problema 1 cruzaron el origen.

b. Si la variable respuesta decrementa a medida que la variable independiente incrementa, la pendiente de la recta que representa la tendencia es negativa.

Si la tendencia es de la parte izquierda superior a la parte derecha inferior, la pendiente de la recta será negativa porque por cada incremento de unidades en la variable independiente, disminuirá la variable respuesta.

c. Una recta que represente una tendencia en un diagrama de dispersión siempre cruza por lo menos dos puntos.

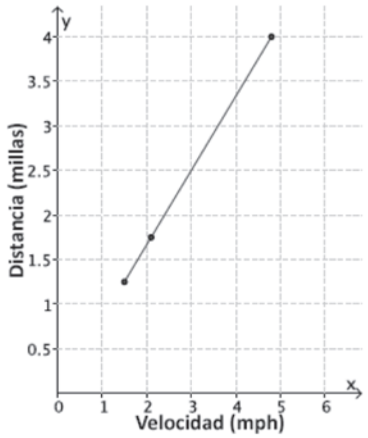
Algunas rectas de tendencia cruzarán dos puntos, pero otras tal vez no. Con frecuencia, las rectas cruzan el medio de los puntos en un diagrama de dispersión.

> Las rectas en el Problema 1 solo cruzaron un punto cada una $(4, 10)$ y $(16, 18)$, respectivamente. En clase, algunas rectas de tendencia no cruzaron ninguno de los puntos.

1. Jessica, Deidre y Renee se ponen de acuerdo para caminar/trotar durante 50 minutos. Jessica tiene artritis en las rodillas, pero logra caminar $1\frac{1}{4}$ millas. Deidre camina $1\frac{3}{4}$ millas, mientras que Renee logra trotar 4 millas.

   a. Dibuja la gráfica correspondiente y conecta los puntos para mostrar que hay una relación lineal entre la distancia que cada una viajó basado en cuán rápido cada una viajó (velocidad). Observa que la velocidad de una persona que recorre 3 millas en 50 minutos, o $\frac{5}{6}$ horas, se encuentra usando la expresión $3 \div \frac{5}{6}$, lo cual es 3.6 millas por hora.

   La velocidad de Jessica es $\mathbf{1.5}$ millas por hora porque $\mathbf{1\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} = 1.5}$. La velocidad de Deidre es $\mathbf{2.1}$ millas por hora porque $\mathbf{1\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = 2.1}$. La velocidad de Renee es $\mathbf{4.8}$ millas por hora porque $\mathbf{4 \div \frac{5}{6} = 4.8}$.



Si la distancia se basa en cuán rápido cada una viajó, entonces la distancia es la variable dependiente (es decir, la variable respuesta o pronosticada), la cual se denota con y. Esto hace que la velocidad sea la variable independiente (es decir, la variable explicativa o pronosticadora), la cual se denota con x.

   b. Encuentra una ecuación que exprese distancia en términos de velocidad (cuán rápido viaja uno).

   La pendiente es $\mathbf{\frac{4 - 1.75}{4.8 - 2.1}}$ o $\mathbf{\frac{5}{6}}$, así que la ecuación de la recta a través de estos puntos es $\mathbf{\text{distancia} = a + \left(\frac{5}{6}\right)(\text{velocidad})}$. Después, hay que encontrar el punto de corte, es decir, $\boldsymbol{a}$. Resolver $\boldsymbol{a}$ en la ecuación $\mathbf{4 = a + \left(\frac{5}{6}\right)(4.8)}$ da $\mathbf{a = 0}$. Así que la ecuación es $\mathbf{\text{distancia} = \left(\frac{5}{6}\right)(\text{velocidad})}$.

Puedo usar dos puntos cualesquiera $(1.5, 1.25)$, $(2.1, 1.75)$ o $(4.8, 4)$ para encontrar la pendiente. Puedo usar cualquier punto para encontrar el punto de corte.

c. En el contexto del problema, interpreta la pendiente de la ecuación en palabras.

Si alguien sube la velocidad 1 milla por hora, entonces esa persona recorre $\frac{5}{6}$ millas más en 50 minutos.

La pendiente es el cambio en la variable dependiente para un incremento de una unidad en la variable independiente.

d. En el contexto del problema, interpreta el punto de corte de y de la ecuación en palabras. ¿Tiene sentido la interpretación del punto de corte? Explica.

El punto de corte 0 tiene sentido porque si la velocidad es 0 millas por hora, entonces esa persona no se está moviendo. Así que la persona no recorre ninguna distancia.

2. El interés simple es el dinero que se paga por un préstamo. El interés simple se calcula tomando la cantidad del préstamo y multiplicándola por la tasa de interés anual y el número de años en los que el préstamo está pendiente. Para la universidad, el hermano mayor de Aaron sacó un préstamo estudiantil de $\$5{,}400$ con una tasa de interés de 4.5%, o 0.045. Cuando se gradúe en cuatro años, tiene que pagar la cantidad del préstamo más el interés de cuatro años. Aaron tiene curiosidad de saber cuánto tiene que pagar su hermano.

   a. Aaron dice que su hermano tiene que pagar un total de $\$6{,}372$. ¿Estás de acuerdo? Explica. Como ejemplo, un interés simple del 8% por $\$1{,}200$ por un año se encuentra multiplicando 0.08 por $\$1{,}200$, lo cual es $\$96$. El interés por dos años sería $2 \times \$96$, o $\$192$.

   Puedo volver a escribir el problema en palabras como ayuda para que la pregunta tenga sentido.

   El costo total del reembolso es la cantidad del préstamo más el interés por el préstamo.

   El interés por el préstamo es la cantidad de interés simple por un año multiplicada por el número de años durante los cuales está pendiente el préstamo.

   La cantidad anual de interés simple es $\$243$ porque $(0.045)(5{,}400) = 243$.

   Por cuatro años, la cantidad de interés es $\$972$ porque $4(243) = 972$.

   Así que el costo total para reembolsar el préstamo es $\$6{,}372$ porque $5{,}400 + 972 = 6{,}372$.
   Por lo tanto, Aaron está en lo correcto.

   El costo total para reembolsar es la cantidad del préstamo más los 4 años de interés por el préstamo.

b. Escribe una ecuación para el costo total de reembolsar un préstamo de P dólares si la tasa de interés por un año es r (expresado como un decimal) por un periodo de tiempo de t años.

Que r represente la tasa de interés anual como un decimal. La cantidad de interés por año es el interés anual, r, multiplicado por P, o rP. Que c represente el costo total de reembolsar el préstamo. En otras palabras, el costo total (c) es igual a la cantidad del préstamo, P, más el número de años, t, multiplicado por el interés del préstamo, rP, o $c = P + t(rP)$.

Puedo usar las palabras para ayudarme a escribir la ecuación con símbolos. P representa la cantidad original que el hermano de Aaron tomó prestada para ir a la universidad.

c. Si se sabe qué es P y r, ¿la ecuación es una ecuación lineal?

Si se sabe qué es P y r, entonces la ecuación debe escribirse como $c = P + (rP)t$, lo cual es la forma lineal en la que c es la variable dependiente y t es la variable independiente.

De la página de internet del Departamento del Censo de los Estados Unidos, los tamaños de la población (en millones de personas) en el estado de Texas para los censos de los años 1850–2010 son los siguientes:

Año	1850	1860	1870	1880	1890	1900	1910	1920
Tamaño de la población en millones	0.2	0.6	0.8	1.6	2.2	3.0	3.9	4.7

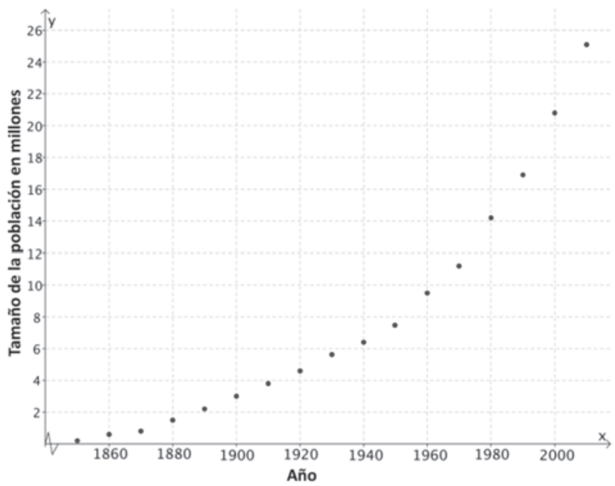
Año	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Tamaño de la población en millones	5.8	6.4	7.7	9.6	11.2	14.2	16.9	20.9	25.1

El tamaño de la población es lo que quiero pronosticar, lo cual hace que sea la variable pronosticada o dependiente. El año es la variable pronosticadora o independiente.

a. Si quisieras pronosticar el tamaño de la población en un año dado, ¿cuál variable sería la variable independiente y cuál sería la variable dependiente?

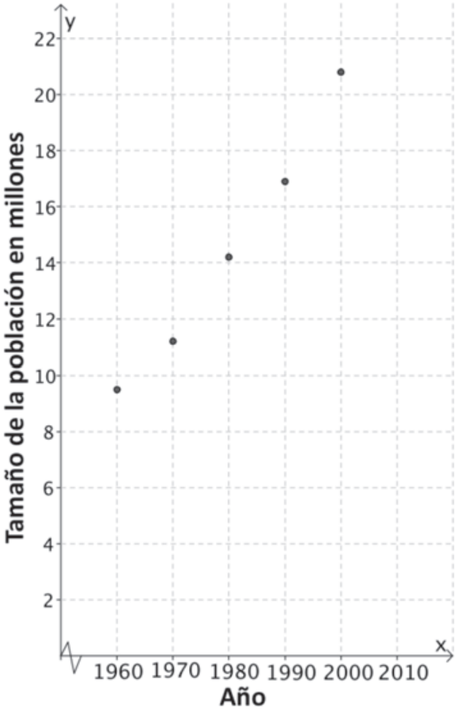
El tamaño de la población (variable dependiente) se pronostica basado en el año (variable independiente).

b. Haz un diagrama de dispersión. ¿La relación entre el año y el tamaño de la población parece ser lineal?



No, la relación entre el tamaño de la población y el año no es lineal.

c. Considera los datos solo del 1960 al 2010. ¿La relación entre el año y el tamaño de la población para estos años parece ser lineal?



Dibujar un diagrama de dispersión usando solo los datos de 1960 a 2010 me ayuda a ver más claramente la relación en ese periodo de tiempo.

Sí, dibujar un diagrama de dispersión usando solo los datos de 1960 a 2010 sugiere que la relación entre el tamaño de la población y el año es aproximadamente lineal.

d. Una recta que se puede usar para representar la relación entre el año y el tamaño de la población para los datos de 1960 a 2010 es $y = 0.318x - 614.78$, donde x es el año e y es el tamaño de la población en millones. Supón que una socióloga cree que habrá consecuencias negativas si el tamaño de la población en el estado de Texas sube por más de 0.25 millones de personas anualmente. ¿Ella debería estar preocupada? Explica tu razonamiento.

La socióloga debe estar preocupada ya que la pendiente de $\mathbf{0.318}$ en la ecuación de arriba representa un incremento anual de la población de $\mathbf{0.318}$ millones de personas, lo cual es más grande que su límite anual de $\mathbf{0.25}$ millones de personas.

Esto me pregunta por la pendiente, 0.318, y la comparación con 0.25.

e. Suponiendo que el patrón lineal continúe, usa la recta dada en la parte (d) para pronosticar la población de Texas en el próximo censo.

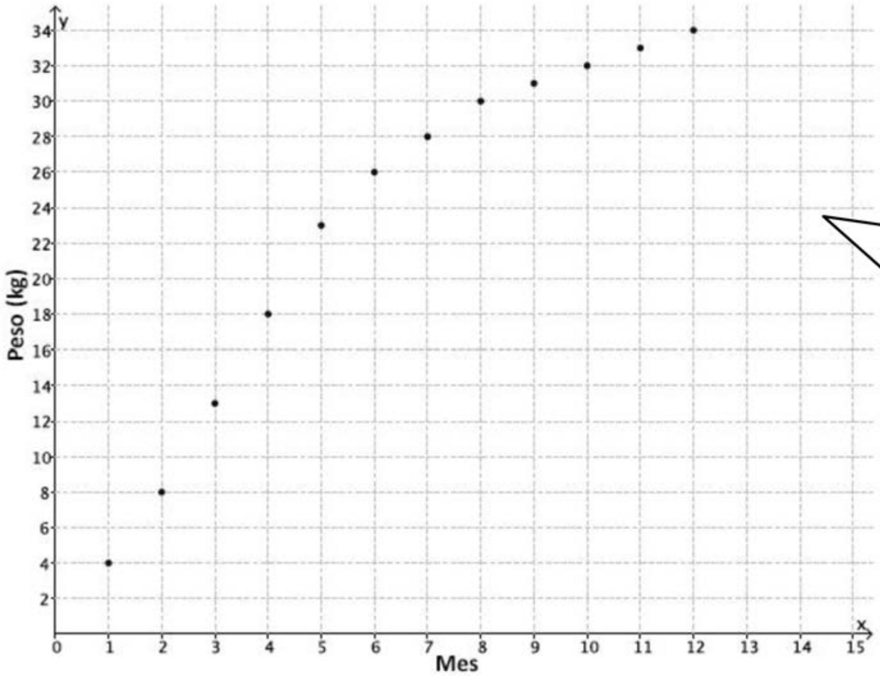
El próximo año para el censo es 2020. La recta dada pronostica que la población será $\mathbf{27.58}$ millones de personas en el 2020 con base en la ecuación $\boldsymbol{y = 0.318(2020) - 614.78}$.

Puedo ver en los datos que el censo se hace cada diez años. Necesito sustituir 2020 por x en la ecuación en la parte (d).

A un cierto cachorro pastor alemán lo pesan al fin de cada mes. La tabla a continuación contiene el tiempo en meses y el peso del cachorro en kilogramos.

Mes	Peso (kg)	Incremento en peso (kg)	Mes	Peso (kg)	Incremento en peso (kg)
1	4	**–**	7	28	**2**
2	8	**4**	8	30	**2**
3	13	**5**	9	31	**1**
4	18	**5**	10	32	**1**
5	23	**5**	11	33	**1**
6	26	**3**	12	34	**1**

a. Haz un diagrama de dispersión del peso con relación al tiempo en la cuadrícula a continuación.



Voy a hacer un diagrama de dispersión, así que debo ubicar los datos sin conectar los puntos.

b. Encuentra el peso adicional que aumentó el cachorro por cada incremento de 1 mes. Apunta tus respuestas en la tabla de arriba.

***Mira la tabla de arriba*.**

Necesito encontrar la tasa de cambio para cada dos puntos de datos consecutivos. Si no son los mismos, entonces la función no es lineal.

c. Basándote en la tabla, ¿crees que los datos siguen un patrón lineal? Explica tu respuesta.

***No, el cambio en peso cada mes no es constante*.**

d. Describe cómo cambia el peso del cachorro a medida que aumenta el tiempo.

***En general, a medida que aumentan los meses, el peso del cachorro incrementa. Parece que, a partir del mes 5, el aumento mensual de peso del cachorro decrementa gradualmente*.**

Aunque el cachorro está aumentando de peso cada mes, el incremento de peso cada mes generalmente decrementa.

Cada estudiante en la escuela secundaria Newton está inscrito en exactamente una actividad extracurricular. El consejero estudiantil apuntó datos sobre actividades extracurriculares y género para todos los 283 estudiantes del octavo grado en la escuela.

Los hallazgos del consejero para los 283 estudiantes del octavo grado son los siguientes:

- De los 78 estudiantes inscritos en la banda, 38 son varones.
- De los 15 estudiantes inscritos en arte, 7 son mujeres.
- De los 68 estudiantes inscritos en el coro, 20 son varones.
- De los 122 estudiantes inscritos en deportes, 55 son mujeres.

En la clase, mi maestra/o nos recordó que cada fila debe sumarse y resultar en el total. Puedo sumar todas las mujeres y varones inscritos en cada actividad.

a. Completa la tabla a continuación.

		Actividades extracurriculares				
		Banda	**Coro**	**Deportes**	**Arte**	**Total**
Género	**Mujeres**	40	48	55	7	150
	Varones	38	20	67	8	133
	Total	78	68	122	15	283

Puedo llenar el total para cada columna y después llenar los datos faltantes. Por ejemplo, 78 (total de estudiantes en la banda) menos 38 (número de varones inscritos en la banda) es igual al número de mujeres inscritas en la banda.

El número total de estudiantes se ingresa aquí. Este número debe ser igual a la suma de la última fila y la última columna.

b. Escribe un enunciado explicando el significado de la frecuencia de 40 en esta tabla.

La frecuencia de $\mathbf{40}$ representa el número de estudiantes del octavo grado que están inscritos en la banda y que son mujeres.

Frecuencia es otra palabra para el conteo de la categoría, en este caso el número de mujeres inscritas en la banda.

La proporción o frecuencia relativa $= \frac{\text{conteo de una categoría}}{\text{número total de observaciones}}$. En este problema, el número total de observaciones es el número total de estudiantes del octavo grado.

c. ¿Qué proporción de estudiantes son varones e inscritos en el coro?

$$\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{283}} \approx \mathbf{0.07}$$

Hay 20 estudiantes varones inscritos en el coro.

d. ¿Qué proporción de estudiantes están inscritos en una actividad extracurricular musical (es decir, banda o coro)?

$$\frac{\mathbf{78 + 68}}{\mathbf{283}} \approx \mathbf{0.52}$$

Necesito sumar el número total de estudiantes inscritos en la banda y el coro.

e. ¿Qué proporción de estudiantes varones están inscritos en deportes?

$$\frac{\mathbf{67}}{\mathbf{133}} \approx \mathbf{0.50}$$

El número total de observaciones es el número total de estudiantes varones.

f. ¿Qué proporción de estudiantes inscritos en deportes son varones?

$$\frac{\mathbf{67}}{\mathbf{122}} \approx \mathbf{0.55}$$

El número total de observaciones es el número total de estudiantes inscritos en deportes.

Un muestreo de 250 estudiantes de la escuela secundaria se escogió aleatoriamente de las escuelas secundarias de una ciudad grande. Se apuntaron las respuestas de cada estudiante a varias preguntas de una encuesta. Las tablas a continuación dan un resumen de los resultados de la encuesta.

Para cada tabla, calcula las frecuencias relativas de la fila para la fila de mujeres y para la fila de varones. Escribe las frecuencias relativas de la fila al lado de las frecuencias correspondientes en cada tabla a continuación.

1. Esta tabla da un resumen de los resultados de los datos de la encuesta para las dos variables, género y preferencia de mascota. ¿Hay alguna asociación entre el género y cuál mascota prefieren tener los estudiantes? Explica.

Necesito calcular las frecuencias de la fila, así como lo hice en la última lección dividiendo el conteo para la categoría por el número total de observaciones en la misma fila.

		Mascota				
		Perro	Gato	Pájaro	Pez	Total
Género	Mujer	50 $\frac{50}{134} \approx 0.373$	66 $\frac{66}{134} \approx 0.493$	15 $\frac{15}{134} \approx 0.112$	3 $\frac{3}{134} \approx 0.022$	134
	Varón	68 $\frac{68}{116} \approx 0.586$	9 $\frac{9}{116} \approx 0.078$	12 $\frac{12}{116} \approx 0.103$	27 $\frac{27}{116} \approx 0.233$	116
	Total	118	75	27	30	250

Si las frecuencias de la fila no son las mismas para las mujeres y los varones, entonces sí hay una asociación. Esto significa que saber el valor de una variable provee información sobre el valor de la otra variable.

Sí, parece que hay una asociación entre género y preferencia de mascota. Las frecuencias relativas de la fila no son las mismas para las filas de varones y de mujeres, según se muestra en la tabla de arriba. Por ejemplo, las frecuencias relativas de la fila relacionadas a los gatos son muy diferentes, $\mathbf{0.493}$ ***y*** $\mathbf{0.078}$.

2. Esta tabla da un resumen de los resultados de los datos de la encuesta para las dos variables, género y tipo de clase favorita. ¿Hay alguna asociación entre género y tipo de clase favorita? Explica.

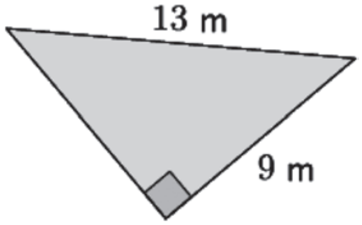
		Tipo de clase favorita				
		Matemáticas	**Ciencia**	**Inglés**	**Historia**	**Total**
Género	**Mujer**	37 $\approx \mathbf{0.276}$	35 $\approx \mathbf{0.261}$	34 $\approx \mathbf{0.254}$	28 $\approx \mathbf{0.209}$	134
	Varón	32 $\approx \mathbf{0.276}$	29 $= \mathbf{0.25}$	31 $\approx \mathbf{0.267}$	24 $\approx \mathbf{0.207}$	116
	Total	69	64	65	52	250

Las frecuencias relativas de la fila son aproximadamente las mismas para cada tipo de clase.

No, puede que no haya una asociación entre género y tipo de clase favorita. Las frecuencias relativas de la fila son aproximadamente las mismas para las filas de mujeres y de varones, según se muestra en la tabla de arriba.

Recuerdo el teorema de Pitágoras de lecciones previas.

1. Usa el teorema de Pitágoras para calcular aproximadamente la longitud del lado desconocido del triángulo rectángulo. Explica por qué tu aproximación tiene sentido.



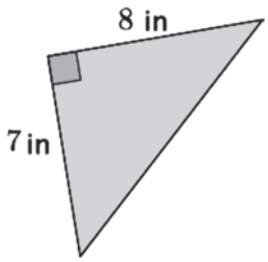
Que x m represente la longitud del lado desconocido.

$$9^2 + x^2 = 13^2$$
$$81 + x^2 = 169$$
$$x^2 = 88$$

El número 88 no es un cuadrado perfecto, pero sí sé que 81 y 100 son cuadrados perfectos y 88 está entre ambos.

El número 88 está entre los cuadrados perfectos 81 y 100. Ya que 88 está más cerca a 81 que a 100, la longitud del lado desconocido del triángulo está más cerca a 9 m que a 10 m.

2. Usa el teorema de Pitágoras para calcular aproximadamente la longitud del lado desconocido del tríangulo rectángulo. Explica por qué tu aproximación tiene sentido.

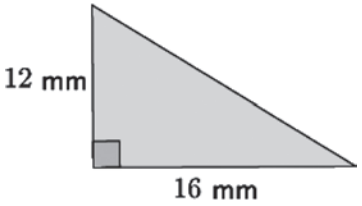


Que c in represente la longitud de la hipotenusa.

$$7^2 + 8^2 = c^2$$
$$49 + 64 = c^2$$
$$113 = c^2$$

El número 113 está entre los cuadrados perfectos 100 y 121. Ya que 113 está más cerca a 121 que a 100, la longitud de la hipotenusa del triángulo está más cerca a 11 in que a 10 in.

3. Usa el teorema de Pitágoras para calcular aproximadamente la longitud del lado desconocido del tríangulo rectángulo. Explica por qué tu aproximación tiene sentido.



Que c mm represente la longitud de la hipotenusa.

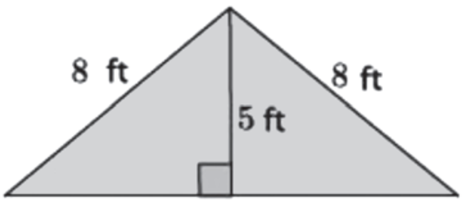
$$12^2 + 16^2 = c^2$$
$$144 + 256 = c^2$$
$$400 = c^2$$
$$20 = c$$

El número 400 es un cuadrado perfecto, así que sé que 20 es igual a c.

La longitud de la hipotenusa es 20 mm. El teorema de Pitágoras me llevó al hecho de que el cuadrado del lado desconocido es 400. Sabemos que 400 es un cuadrado perfecto y 400 es igual a 20^2; por lo tanto, $c = 20$, y la longitud de la hipotenusa del triángulo es 20 mm.

4. El triángulo a continuación es un triángulo isósceles. Usa lo que sabes sobre el teorema de Pitágoras para determinar la longitud aproximada de la base del triángulo isósceles.

Puedo encontrar la longitud de la base del triángulo y multiplicar ese número por 2 ya que los dos triángulos rectángulos son congruentes.

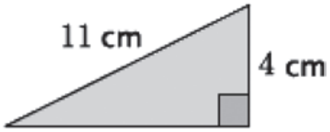


Que x ft represente la longitud de la base de uno de los triángulos rectángulos del triángulo isósceles.

$$x^2 + 5^2 = 8^2$$
$$x^2 + 25 = 64$$
$$x^2 = 39$$

Ya que 39 está entre los cuadrados perfectos 36 y 49 pero está más cerca a 36, la longitud aproximada de la base del triángulo rectángulo es 6 ft. Ya que hay dos triángulos rectángulos, la longitud de la base del triángulo isósceles es aproximadamente 12 ft.

5. Da una aproximación del área del triángulo que aparece a continuación. Explica por qué es una buena aproximación.



Que x cm represente la longitud de la base del triángulo rectángulo.

$$\boldsymbol{x^2 + 4^2 = 11^2}$$
$$\boldsymbol{x^2 + 16 = 121}$$
$$\boldsymbol{x^2 = 105}$$

Necesito usar la base, b, y la altura, h, del triángulo para encontrar el área, A, de un triángulo; $A = \frac{1}{2}bh$.

Ya que 105 está entre los cuadrados perfectos 100 y 121 pero más cerca a 100, la longitud aproximada de la base es 10 cm. $A = \frac{1}{2}(10)(4) = 20$. Así que el área aproximada del triángulo es $20\ \text{cm}^2$.

La hipotenusa es el lado más largo, así que la base debe ser menos de 11 cm.

$20\ \text{cm}^2$ es un buen cálculo debido a la aproximación de la longitud de la base. Adicionalmente, ya que la hipotenusa es el lado más largo del triángulo rectángulo, aproximar la longitud de la base como 10 cm tiene sentido matemáticamente porque tiene que ser más corta que la hipotenusa.

Determina la raíz cuadrada positiva del número dado. Si el número no es un cuadrado perfecto, determina el entero al cual estaría más cerca la raíz cuadrada.

1. $\sqrt{196}$

   $\mathbf{14}$

> Sé que los cuadrados perfectos tienen raíces cuadradas que equivalen a enteros.

2. $\sqrt{225}$

   $\mathbf{15}$

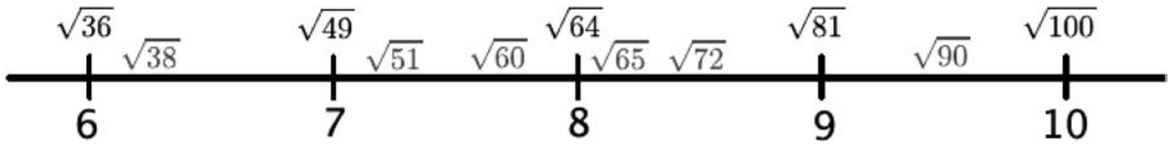
3. ¿Entre cuáles dos enteros estará ubicada $\sqrt{22}$? Explica cómo lo sabes.

   El número 22 no es un cuadrado perfecto. Está entre los cuadrados perfectos 16 y 25 pero más cerca a 25. Por lo tanto, la raíz cuadrada de 25 está entre los enteros 4 y 5 porque $\sqrt{\mathbf{16}} = \mathbf{4}$ y $\sqrt{\mathbf{25}} = \mathbf{5}$ y $\sqrt{\mathbf{16}} < \sqrt{\mathbf{22}} < \sqrt{\mathbf{25}}$.

4. Coloca la siguiente lista de números en sus ubicaciones aproximadas en una recta numérica.

$$\sqrt{60}, \sqrt{38}, \sqrt{65}, \sqrt{90}, \sqrt{72}, \text{ y } \sqrt{51}$$

> Puedo usar el mismo razonamiento del Problema 2 para determinar la ubicación de las raíces cuadradas en la recta numérica.



Las respuestas aparecen en azul.

1. Un parque con un contorno cuadrado tiene un área de 900 ft^2. ¿Cuáles son las dimensiones del parque? Escribe y resuelve una ecuación.

Que x ft represente la longitud de un lado del parque.

$$x^2 = 900$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{900}$$
$$x = \sqrt{900}$$
$$x = 30$$

Verificación:

$$30^2 = 900$$
$$900 = 900$$

El parque cuadrado mide 30 ft de longitud y 30 ft de ancho.

2. Un cubo tiene un volumen de 125 in^3. ¿Cuál es la medida de uno de sus lados? Escribe y resuelve una ecuación.

Que x in represente la longitud de un lado del cubo.

Necesito usar el símbolo de la raíz, es decir $\sqrt[3]{x}$, para encontrar la raíz cúbica de un número x.

$$x^3 = 125$$
$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$$
$$x = \sqrt[3]{125}$$
$$x = 5$$

Verificación:

$$5^3 = 125$$
$$125 = 125$$

El cubo tiene una longitud lateral de 5 in.

3. Encuentra el valor de x que hace que la ecuación sea verdadera: $x^3 = 216^{-1}$.

$$x^3 = 216^{-1}$$
$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{216^{-1}}$$
$$x = \sqrt[3]{216^{-1}}$$
$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{216}}$$
$$x = \frac{1}{6}$$
$$x = 6^{-1}$$

Necesito recordar que puedo volver a escribir 216^{-1} como $\frac{1}{216}$ para que el problema sea más fácil.

Verificación:

$$(6^{-1})^3 = 216^{-1}$$
$$6^{-3} = 216^{-1}$$
$$\frac{1}{6^3} = 216^{-1}$$
$$\frac{1}{216} = 216^{-1}$$
$$216^{-1} = 216^{-1}$$

4. Encuentra el valor positivo de x que hace que la siguiente ecuación sea verdadera: $x^2 - 22 = 99$.

$$x^2 - 22 = 99$$
$$x^2 - 22 + 22 = 99 + 22$$
$$x^2 = 121$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{121}$$
$$x = 11$$

***El valor positivo de x que hace que la ecuación sea verdad es* $\mathbf{11}$.**

Simplifica cada una de las raíces cuadradas en los Problemas 1–4 tanto como sea posible.

1. $\sqrt{8}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\mathbf{8}} &= \sqrt{\mathbf{2} \times \mathbf{4}} \\ &= \sqrt{\mathbf{2} \times \mathbf{2}^2} \\ &= \mathbf{2} \times \sqrt{\mathbf{2}} \\ &= \mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2}}\end{aligned}$$

Necesito volver a escribir 8 con factores de cuadrados perfectos.

2. $\sqrt{150}$

Puedo volver a escribir $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$.

$$\begin{aligned}\sqrt{\mathbf{150}} &= \sqrt{\mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5}^2} \\ &= \sqrt{\mathbf{2}} \times \sqrt{\mathbf{3}} \times \sqrt{\mathbf{5}^2} \\ &= \mathbf{5} \times \sqrt{\mathbf{2} \times \mathbf{3}} \\ &= \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{6}}\end{aligned}$$

3. $\sqrt{3675}$

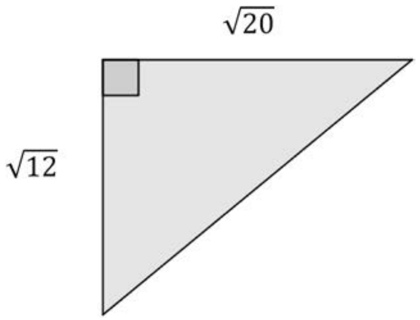
$$\begin{aligned}\sqrt{\mathbf{3675}} &= \sqrt{\mathbf{3} \times \mathbf{5}^2 \times \mathbf{7}^2} \\ &= \sqrt{\mathbf{3}} \times \sqrt{\mathbf{5}^2} \times \sqrt{\mathbf{7}^2} \\ &= \mathbf{5} \times \mathbf{7} \times \sqrt{\mathbf{3}} \\ &= \mathbf{35}\sqrt{\mathbf{3}}\end{aligned}$$

Ya que $\sqrt{3}$ no es un cuadrado perfecto, lo dejaré como está.

4. $\sqrt{121}$

$$\begin{aligned}\sqrt{\mathbf{121}} &= \sqrt{\mathbf{11}^2} \\ &= \mathbf{11}\end{aligned}$$

5. ¿Cuál es la longitud del lado desconocido del triángulo rectángulo? Simplifica tu respuesta, si es posible.



Que c unidades representen la longitud de la hipotenusa.

$$\left(\sqrt{\mathbf{20}}\right)^{\mathbf{2}} + \left(\sqrt{\mathbf{12}}\right)^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}$$
$$\mathbf{20} + \mathbf{12} = \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}$$
$$\mathbf{32} = \boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}$$
$$\sqrt{\mathbf{32}} = \sqrt{\boldsymbol{c}^{\mathbf{2}}}$$
$$\sqrt{\mathbf{4}^{\mathbf{2}}} \times \sqrt{\mathbf{2}} = \boldsymbol{c}$$
$$\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{2}} = \boldsymbol{c}$$

Usando las leyes de los exponentes, sé que $\left(\sqrt{20}\right)^2$ significa $\sqrt{20} \times \sqrt{20}$, lo cual significa que $\sqrt{20 \times 20} = \sqrt{20^2} = 20$.

La longitud del lado desconocido del triángulo rectángulo es $\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{2}}$ unidades.

1. Encuentra el valor positivo de x que hace que cada ecuación sea verdadera y después verifica que tu solución sea la correcta.

$$x^2 + 6x - 12 = 6(x + 4)$$

Usando las propiedades de la igualdad y la propiedad distributiva, quiero volver a escribir la ecuación en la forma de $x^2 = p$, donde p es un número racional positivo, y después sacar la raíz cuadrada y determinar el valor de x.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x^2 + 6x - 12} &\boldsymbol{= 6(x + 4)}\\
\boldsymbol{x^2 + 6x - 12} &\boldsymbol{= 6x + 24}\\
\boldsymbol{x^2 + 6x - 12 + 12} &\boldsymbol{= 6x + 24 + 12}\\
\boldsymbol{x^2 + 6x} &\boldsymbol{= 6x + 36}\\
\boldsymbol{x^2 + 6x - 6x} &\boldsymbol{= 6x - 6x + 36}\\
\boldsymbol{x^2} &\boldsymbol{= 36}\\
\boldsymbol{x} &\boldsymbol{= 6}
\end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{6^2 + 6(6) - 12} &\boldsymbol{= 6(6 + 4)}\\
\boldsymbol{36 + 36 - 12} &\boldsymbol{= 6(10)}\\
\boldsymbol{60} &\boldsymbol{= 60}
\end{aligned}$$

2. Determina el valor positivo de x que hace que esta ecuación sea verdadera, y después explica cómo resolviste la ecuación.

$$\frac{x^{11}}{x^8} - 125 = 0$$

Puedo volver a escribir la ecuación usando las leyes de los exponentes.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\frac{x^{11}}{x^8} - 125} &\boldsymbol{= 0}\\
\boldsymbol{x^3 - 125} &\boldsymbol{= 0}\\
\boldsymbol{x^3 - 125 + 125} &\boldsymbol{= 0 + 125}\\
\boldsymbol{x^3} &\boldsymbol{= 125}\\
\boldsymbol{\sqrt[3]{x^3}} &\boldsymbol{= \sqrt[3]{125}}\\
\boldsymbol{x} &\boldsymbol{= \sqrt[3]{5^3}}\\
\boldsymbol{x} &\boldsymbol{= 5}
\end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\frac{5^{11}}{5^8} - 125} &\boldsymbol{= 0}\\
\boldsymbol{5^3 - 125} &\boldsymbol{= 0}\\
\boldsymbol{125 - 125} &\boldsymbol{= 0}\\
\boldsymbol{0} &\boldsymbol{= 0}
\end{aligned}$$

Para resolver la ecuación, primero tuve que simplificar la expresión $\boldsymbol{\frac{x^{11}}{x^8}}$ a $\boldsymbol{x^3}$. Después, usé las propiedades de la igualdad para transformar la ecuación en $\boldsymbol{x^3 = 125}$. Finalmente, tuve que tomar la raíz cúbica de ambos lados de la ecuación para resolver $\boldsymbol{x}$.

3. Determina el valor positivo de x que hace que la ecuación sea verdadera.

$$\left(5\sqrt{x}\right)^2 - 7x = 72$$

Solo necesito encontrar el valor positivo de x que hace que la ecuación sea verdadera.

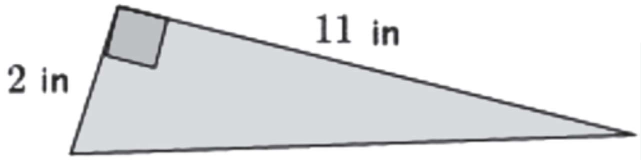
$$\begin{aligned}\left(5\sqrt{x}\right)^2 - 7x &= 72\\ 5^2(\sqrt{x})^2 - 7x &= 72\\ 25x - 7x &= 72\\ 18x &= 72\\ \frac{18x}{18} &= \frac{72}{18}\\ x &= 4\end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned}\left(5\sqrt{4}\right)^2 - 7(4) &= 72\\ 5^2\left(\sqrt{4}\right)^2 - 28 &= 72\\ 25(4) - 28 &= 72\\ 100 - 28 &= 72\\ 72 &= 72\end{aligned}$$

4. Determina la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo a continuación.

Debo definir la variable.



Las longitudes laterales de un triángulo son positivas, así que una respuesta negativa no tendría sentido.

***Que x* in *represente la longitud de la hipotenusa*.**

$$\begin{aligned}2^2 + 11^2 &= x^2\\ 4 + 121 &= x^2\\ 125 &= x^2\\ \sqrt{125} &= \sqrt{x^2}\\ \sqrt{5^2 \cdot 5} &= x\\ 5\sqrt{5} &= x\end{aligned}$$

Verificación:

$$\begin{aligned}2^2 + 11^2 &= \left(5\sqrt{5}\right)^2\\ 4 + 121 &= 5^2\left(\sqrt{5}\right)^2\\ 125 &= 25(5)\\ 125 &= 125\end{aligned}$$

Estoy usando las leyes de los exponentes para verificar mi respuesta.

***Ya que $x = 5\sqrt{5}$, entonces la longitud de la hipotenusa es $5\sqrt{5}$* in.**

Esta es una respuesta exacta y ya no se puede simplificar más.

Convierte cada fracción en un decimal finito. Si la fracción no se puede escribir como un decimal finito, entonces indica cómo lo sabes. Muestra tus pasos, pero usa una calculadora para la multiplicación.

1. $\frac{13}{16}$

El denominador 16 es igual a 2^4.

$$\frac{13}{16}=\frac{13}{2^4}=\frac{13\times 5^4}{2^4\times 5^4}=\frac{13\times 5^4}{(2\times 5)^4}=\frac{8125}{10^4}=0.8125$$

El denominador 16 es igual a 2^4. Necesito multiplicar el denominador por 4 factores de 5 para que el denominador sea un múltiplo de 10 y para poder escribir la fracción fácilmente.

2. $\frac{2}{125}$

El denominador 125 es igual a 5^3.

$$\frac{2}{125}=\frac{2}{5^3}=\frac{2\times 2^3}{2^3\times 5^3}=\frac{2^4}{(2\times 5)^3}=\frac{16}{10^3}=0.016$$

Necesito multiplicar el denominador por 3 factores de 2.

3. $\frac{22}{75}$

La fracción $\frac{22}{75}$ no es un decimal finito porque el denominador 75 es igual a 3×5^2. El denominador no se puede expresar como un producto de 2 y 5; por lo tanto, $\frac{22}{75}$ no es un decimal finito.

El denominador no se puede escribir como un producto de 2 y/o 5.

4. $\frac{33}{800}$

El denominador 800 es igual a $2^5\times 5^2$.

$$\frac{33}{800}=\frac{33}{2^5\times 5^2}=\frac{33\times 5^3}{2^5\times 5^2\times 5^3}=\frac{33\times 5^3}{2^5\times 5^5}=\frac{33\times 5^3}{(2\times 5)^5}=\frac{4125}{10^5}=0.04125$$

Para hacer que emparejen las potencias de la base, necesito multiplicar 5^2 por 5^3.

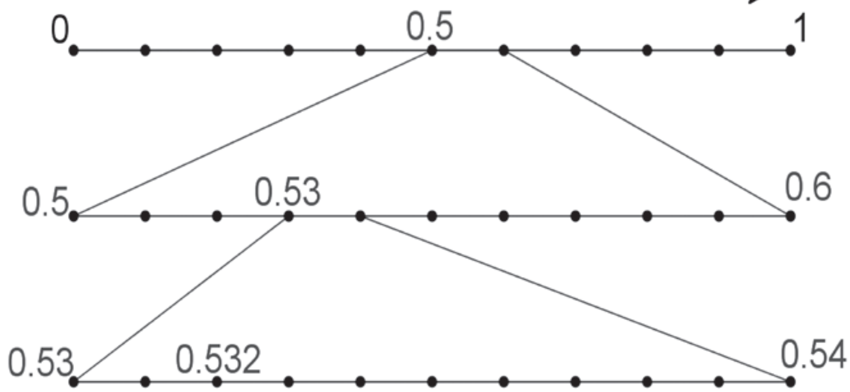
1.

a. Escribe la forma expandida del decimal 0.532 usando potencias de 10.

$$\mathbf{0.532 = \frac{5}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{2}{10^3}}$$

b. En la recta numérica, muestra la representación del decimal 0.532.

La primera recta numérica se divide en 10 partes iguales, específicamente décimas. La siguiente recta numérica se divide en 10 partes iguales, específicamente centésimas. La tercera recta numérica se divide en 10 partes iguales, específicamente milésimas.



c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

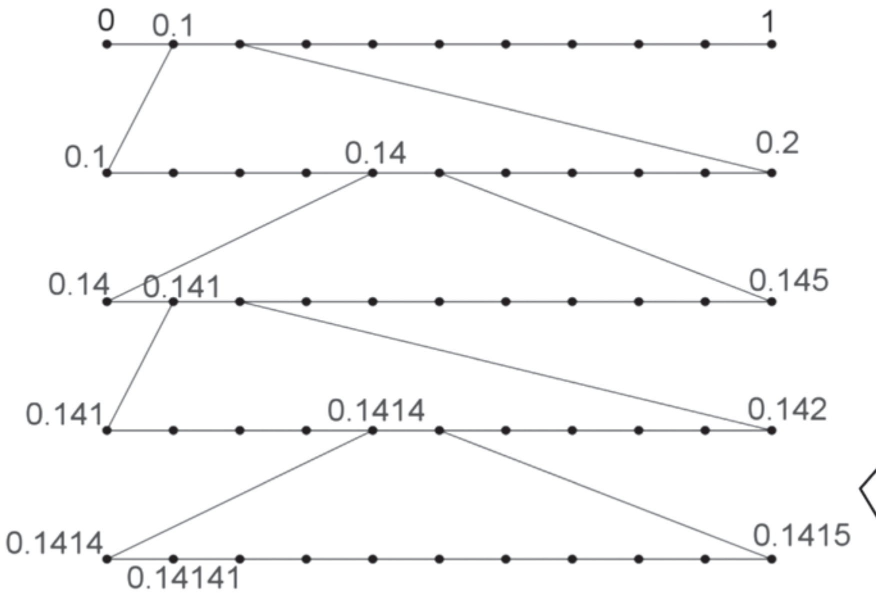
El decimal $\mathbf{0.532}$ es finite porque puede ser completamente representado por un número finito de pasos en la secuencia.

2.

a. Escribe la forma expandida del decimal $0.\overline{14}$ usando potencias de 10.

$$\mathbf{0.\overline{14} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \frac{1}{10^5} + \frac{4}{10^6} + \cdots}$$

b. En la recta numérica, muestra la representación del decimal $0.141414....$



Veo que el número $0.\overline{14}$ lo representa un número infinito de pasos. Puedo seguir dibujando rectas numéricas pero nunca encontraré la ubicación precisa de $0.\overline{14}$.

c. ¿El decimal es finito o infinito? ¿Cómo lo sabes?

El decimal $\mathbf{0.\overline{14}}$ es infinito porque no se puede representar por un número finito de pasos. Porque los dígitos $\mathbf{1}$ y $\mathbf{4}$ continúan repitiéndose, habrá un número infinito de pasos en la secuencia.

3. Explica por qué $0.444 < 0.4444$.

Volver a escribir cada decimal en su forma expandida me ayudará a explicar cuál es más grande.

El número $\mathbf{0.444 = \frac{4}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{4}{10^3}}$ y el número $\mathbf{0.4444 = \frac{4}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{4}{10^3} + \frac{4}{10^4}}$. Eso significa que $\mathbf{0.4444}$ es exactamente $\mathbf{\frac{4}{10^4}}$ más grande que $\mathbf{0.444}$. Si examinamos los números en la recta numérica, $\mathbf{0.4444}$ está a la derecha de $\mathbf{0.444}$, lo cual significa que es más grande que $\mathbf{0.444}$.

1. Escribe la expansión decimal $\frac{4000}{3}$. Con base en nuestra definición de que los números racionales tienen una expansión decimal que se repite eventualmente, ¿es racional el número? Explica.

$$\frac{4000}{3} = \frac{1333 \times 3}{3} + \frac{1}{3}$$
$$= 1333\frac{1}{3}$$

Sé que la expansión decimal será infinita ya que el divisor no es un producto de los 2 y los 5. Necesito usar el algoritmo de la división larga.

$$\begin{array}{r}
1333.33 \\
3\overline{)4000.00} \\
-3 \\ \hline
10 \\
-9 \\ \hline
10 \\
-9 \\ \hline
10 \\
-9 \\ \hline
10 \\
-9 \\ \hline
10 \\
-9 \\ \hline
10
\end{array}$$

El residuo se repite, así que puedo dejar de dividir.

La expansión decimal de $\frac{4000}{3}$ es $1333.\overline{3}$. El número es racional porque tiene el dígito repetido de 3. Los números racionales tienen expansiones decimales que se repiten; por lo tanto, $\frac{4000}{3}$ es un número racional.

2. Escribe la expansión decimal de $\frac{3{,}888{,}885}{11}$. Con base en nuestra definición de que los números racionales tienen una expansión decimal que eventualmente se repite ¿es racional el número? Explica.

$$\frac{3\,888\,885}{11} = \frac{353\,535 \times 11}{11} + \frac{0}{11}$$
$$= 353\,535$$

El $+\frac{0}{11}$ significa que el resto es un bloque de ceros que se repite.

La expansión decimal de $\frac{3\,888\,885}{11}$ es $353{,}535$. El número es racional porque podemos escribir el dígito que se repite, 0, después del número entero. Los números racionales tienen expansiones decimales que se repiten; por lo tanto, $\frac{3\,888\,885}{11}$ es un número racional.

3. Alguien se da cuenta de que la división larga de $1,855,855$ entre 9 tiene un cociente de $206,206$ y un residuo de 1 y se pregunta por qué hay un bloque de dígitos que se repiten en el cociente, específicamente 206. Explícale a la persona por qué pasa esto.

$$
\begin{array}{r|rrrrrrr}
 & & 2 & 0 & 6 & 2 & 0 & 6 \\ \cline{2-8}
9 & 1 & 8 & 5 & 5 & 8 & 5 & 5 \\
- & 1 & 8 & & & & & \\ \cline{2-8}
 & & 0 & 5 & & & & \\
 & - & & 0 & & & & \\ \cline{3-8}
 & & & 5 & 5 & & & \\
 & & - & 5 & 4 & & & \\ \cline{4-8}
 & & & & 1 & 8 & & \\
 & & & - & 1 & 8 & & \\ \cline{5-8}
 & & & & & 0 & 5 & \\
 & & & & - & & 0 & \\ \cline{6-8}
 & & & & & & 5 & 5 \\
 & & & & & - & 5 & 4 \\ \cline{7-8}
 & & & & & & & 1
\end{array}
$$

$$\frac{1\,855\,855}{9} = \frac{206\,206 \times 9}{9} + \frac{1}{9}$$
$$= 206\,206\frac{1}{9}$$

El bloque de dígitos 206 se repite porque el algoritmo de la división larga nos lleva a hacer la misma división una y otra vez. En el algoritmo que se muestra arriba, vemos que hay dos grupos de 9 en 18, dejando un residuo de 0. Cuando bajamos el 5, vemos que hay cero grupos de 9 en 5. Cuando bajamos el siguiente 5, vemos que hay seis grupos de 9 en 55, dejando un residuo de 1. Es ahí que el proceso empieza de nuevo porque el siguiente paso es bajar 8, lo que nos da 18, que es con lo que empezamos. Ya que la división se repite, entonces los dígitos en el cociente se repetirán.

4. ¿El número $\frac{15}{11} = 1.36363636\ldots$ es racional? Explica.

> Puedo volver a escribir $\frac{15}{11} = 1.\overline{36}$ porque la expansión decimal tiene un bloque de 36 que se repite.

Parece que el número es racional porque la expansión decimal tiene un bloque de 36 que se repite. Porque cada número racional tiene un bloque que se repite, el número es racional.

5. ¿El número $\sqrt{5} = 2.23606787\ldots$ es racional? Explica.

> No veo un patrón en la expansión decimal.

Parece que el número tiene una expansión decimal que no tiene dígitos decimales que se repiten en un bloque. Por ese motivo, no es un número racional.

Es mejor usar una potencia más grande de 10; los ceros extra no cambiarán el valor de la expansión decimal.

1. Escoge una potencia de 10 para convertir esta fracción en un decimal: $\frac{3}{11}$. Las opciones van a variar.

   El trabajo que aparece a continuación usa el factor 10^6. Los estudiantes deberían usar un factor de por lo menos 10^4 para poder obtener una expansión decimal aproximada y darse cuenta de que la expansión decimal se repite.

   a. Determina la expansion decimal de $\frac{3}{11}$. Usa una calculadora para verificar que estás en lo correcto.

$$\frac{3}{11} = \frac{3 \times 10^6}{11} \times \frac{1}{10^6}$$
$$= \frac{3\,000\,000}{11} \times \frac{1}{10^6}$$

$$3\,000\,000 = 272\,727 \times 11 + 3$$

Puedo usar división con un resto para descubrir que $3{,}000{,}000 = 272{,}727 \times 11 + 3$.

$$\frac{3}{11} = \frac{272\,727 \times 11 + 3}{11} \times \frac{1}{10^6}$$
$$= \left(\frac{272\,727 \times 11}{11} + \frac{3}{11}\right) \times \frac{1}{10^6}$$
$$= \left(272\,727 + \frac{3}{11}\right) \times \frac{1}{10^6}$$
$$= 272\,727 \times \frac{1}{10^6} + \left(\frac{3}{11} \times \frac{1}{10^6}\right)$$
$$= \frac{272\,727}{10^6} + \left(\frac{3}{11} \times \frac{1}{10^6}\right)$$
$$= 0.272\,727 + \left(\frac{3}{11} \times \frac{1}{10^6}\right)$$

La expansión decimal de $\frac{3}{11}$ es aproximadamente 0.272727.

2. Ted escribió la expansión decimal de $\frac{5}{7}$ como 0.724285, pero cuando la verificó con una calculadora, era 0.714285. Identifica el error de su trabajo a continuación y explica qué hizo mal.

$$\begin{aligned}
\frac{5}{7} &= \frac{5 \times 10^6}{7} \times \frac{1}{10^6} \\
&= \frac{5\ 000\ 000}{7} \times \frac{1}{10^6} \\
5\ 000\ 000 &= 724\ 285 \times 7 + 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{5}{7} &= \frac{724\ 285 \times 7 + 5}{7} \times \frac{1}{10^6} \\
&= \left(\frac{724\ 285 \times 7}{7} + \frac{5}{7}\right) \times \frac{1}{10^6} \\
&= \left(724\ 285 + \frac{5}{7}\right) \times \frac{1}{10^6} \\
&= 724\ 285 \times \frac{1}{10^6} + \left(\frac{5}{7} \times \frac{1}{10^6}\right) \\
&= \frac{724\ 285}{10^6} + \left(\frac{5}{7} \times \frac{1}{10^6}\right) \\
&= 0.724285 + \left(\frac{5}{7} \times \frac{1}{10^6}\right)
\end{aligned}$$

Ted hizo la división con el resto incorrectamente. Escribió que $\mathbf{5,000,000 = 724,285 \times 7 + 5}$ cuando en realidad $\mathbf{5,000,000 = 714,285 \times 7 + 5}$. Este error resultó en que su expansión decimal fuera incorrecta.

Este es un valor tan pequeño que no va a afectar el cálculo aproximado. De hecho, $\left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{10^6}\right) < 0.000001$.

3. Dado que $\frac{4}{7} = 0.571428 + \left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{10^6}\right)$, explica por qué 0.571248 es un buen cálculo aproximado de $\frac{4}{7}$.

Cuando consideras el valor de $\left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{10^6}\right)$ entonces queda claro que $\mathbf{0.571428}$ es un buen cálculo aproximado de $\frac{4}{7}$. Sabemos que $\frac{4}{7} < 1$. Según la propiedad básica de desigualdad, también sabemos que $\frac{4}{7} \times \frac{1}{10^6} < 1 \times \frac{1}{10^6}$, lo cual significa que $\frac{4}{7} \times \frac{1}{10^6} < 0.000001$. Ese es un valor tan pequeño que no va a afectar el cálculo aproximado de $\frac{4}{7}$ realmente.

1. Que $x = 0.\overline{912}$. Explica por qué multiplicar ambos lados de esta ecuación por 10^3 nos ayudará a determinar la representación fraccionaria de x.

Cuando multiplicamos ambos lados de la ecuación por 10^3, en el lado derecho tendremos $912.912912\ldots$. Esto es útil porque podremos restar el decimal que se repite de ambos lados restando x.

Quiero multiplicar x por 10^n, donde n es el número de dígitos en el bloque que se repite, así que el resto de los dígitos decimales son aquellos que se repiten.

a. Después de multiplicar ambos lados de la ecuación por 10^3, vuelve a escribir la ecuación resultante haciendo una sustitución que ayudará a determinar el valor fraccionario de x. Explica cómo pudiste hacer la sustitución.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x} &= \mathbf{0.\overline{912}} \\ (\mathbf{10^3})\boldsymbol{x} &= (\mathbf{10^3})(\mathbf{0.\overline{912}}) \\ \mathbf{1000}\boldsymbol{x} &= \mathbf{912.\overline{912}} \\ \mathbf{1000}\boldsymbol{x} &= \mathbf{912 + 0.912\,912\ldots} \\ \mathbf{1000}\boldsymbol{x} &= \mathbf{912} + \boldsymbol{x} \end{aligned}$$

Cuando escribo $912.\overline{912}$ como una suma, veo que $0.\overline{912} = x$, y puedo usar la sustitución.

Ya que $x = 0.\overline{912}$, podemos sustituir el decimal que se repite $0.912912\ldots$ con x.

b. Resuelve la ecuación para determinar el valor de x.

$$\begin{aligned} \mathbf{1000}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x} &= \mathbf{912} + \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x} \\ \mathbf{999}\boldsymbol{x} &= \mathbf{912} \\ \frac{\mathbf{999}\boldsymbol{x}}{\mathbf{999}} &= \frac{\mathbf{912}}{\mathbf{999}} \\ \boldsymbol{x} &= \frac{\mathbf{912}}{\mathbf{999}} \end{aligned}$$

Puedo usar propiedades de la igualdad parar resolver x.

c. ¿Tu respuesta es razonable? Verifica usando una calculadora.

Sí, mi respuesta es razonable y correcta. Es razonable porque el denominador no puede expresarse como un producto de los 2 y los 5; por lo tanto, sé que la fracción debe representar un decimal infinito. También, el número 0.912 está más cerca a 1 que 0.5, y la fracción también está más cerca a 1 que $\frac{1}{2}$. Es correcta porque la división de $\frac{912}{999}$ usando la calculadora es $0.912912912\ldots$.

2. Encuentra la fracción igual a $6.7\overline{56}$. Verifica tu respuesta usando una calculadora.

Necesito dejar que y sea igual al bloque que se repite en mi decimal. Voy a repetir el proceso que aprendí en clase con x y con y.

Que $\boldsymbol{x = 6.7\overline{56}.}$

$$x = 6.7\overline{56}$$
$$10x = (10)6.7\overline{56}$$
$$10x = 67.\overline{56}$$

Voy a multiplicar por 10 para que los únicos dígitos decimales que queden sean los que se repiten.

Que $\boldsymbol{y = 0.\overline{56}.}$

$$y = 0.\overline{56}$$
$$100y = 100(0.\overline{56})$$
$$100y = 56.\overline{56}$$
$$100y = 56 + y$$
$$100y - y = 56 + y - y$$
$$99y = 56$$
$$\frac{99y}{99} = \frac{56}{99}$$
$$y = \frac{56}{99}$$

$$10x = 67.\overline{56}$$
$$10x = 67 + y$$
$$10x = 67 + \frac{56}{99}$$
$$10x = \frac{67 \times 99}{99} + \frac{56}{99}$$
$$10x = \frac{67 \times 99 + 56}{99}$$
$$10x = \frac{6689}{99}$$
$$\left(\frac{1}{10}\right)10x = \left(\frac{1}{10}\right)\frac{6689}{99}$$
$$x = \frac{6689}{990}$$

$$6.7\overline{56} = \frac{6689}{990}$$

1. Usa el método de aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\sqrt{42}$. Determina en cuál intervalo de centésimas encajaría.

   El número $\sqrt{42}$ está entre 6 y 7 pero más cerca de 6.

   Mirando el intervalo de décimas, empezando con 6.4 a 6.5, el número $\sqrt{42}$ está entre 6.4 y 6.5 porque $6.4^2 = 40.96$ y $6.5^2 = 42.25$ pero está más cerca de 6.5.

   En el intervalo de centésimas, el número $\sqrt{42}$ está entre 6.48 y 6.49 porque $6.48^2 = 41.9904$ y $6.49^2 = 42.1201$.

   Ya que 42 está más cerca de 6.48^2 que de 6.49^2, el número $\sqrt{42}$ es aproximadamente 6.48.

En clase, aprendí sobre la aproximación racional examinando el número elevado a potencias cada vez más pequeñas como décimas, centésimas y demás.

Sé que $\sqrt{42}$ está entre 6 y 7 porque $6^2 < \left(\sqrt{42}\right)^2 < 7^2$. Ya que $\sqrt{42}$ está casi en el punto medio entre $\sqrt{36}$ y $\sqrt{49}$, voy a empezar a mirar 6.4.

2. Determina la aproximación del dígito de tres decimales del número $\sqrt{83}$.

   El número $\sqrt{83}$ está entre 9 y 10 pero más cerca de 9.

   Mirando los intervalos de las décimas, empezando con 9.1 a 9.2, el número $\sqrt{83}$ está entre 9.1 y 9.2 porque $9.1^2 = 82.81$ y $9.2^2 = 84.64$ y está más cerca de 9.1.

   En el intervalo de centésimas, el número $\sqrt{83}$ está entre 9.11 y 9.12 porque $9.11^2 = 82.9921$, y $9.12^2 = 83.1744$ y estás más cerca de 9.11.

   En el intervalo de milésimas, el número $\sqrt{83}$ está entre 9.110 y 9.111 porque $9.110^2 = 82.9921$, y $9.111^2 = 83.010321$ pero está más cerca de 82.9921.

   Ya que 83 está más cerca de 9.110^2 que de 9.111^2, la aproximación del dígito de tres decimales del número es aproximadamente 9.110.

Hasta ahora, mi aproximación decimal es $\sqrt{83} \approx 9.11$. Pero necesito continuar el proceso para una posición decimal más.

2. ¿El número $\sqrt{360}$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

El número $\sqrt{360}$ es un número irracional porque tiene una expansión decimal que es infinita y no se repite. Es decir, el número $\sqrt{360}$ no se puede expresar como un número racional; por lo tanto es irracional.

> Aprendí que los números irracionales son decimales infinitos que no tienen bloques de dígitos que se repiten.

4. ¿El número $0.94949494\ldots$ es racional o irracional? Explica tu respuesta.

El número $0.94949494\ldots$ se puede expresar como la fracción $\frac{94}{99}$; por lo tanto, es un número racional. El número $\frac{94}{99}$ no solo es un cociente de enteros, su expansión decimal es infinita con un bloque de dígitos que se repite.

> Aprendí cómo convertir los decimales que se repiten en fracciones en la lección previa. Bloques de dígitos que se repiten significa que este es un número racional.

5. Reto: determina la aproximación del dígito de dos decimales del número $\sqrt[3]{25}$.

El número $\sqrt[3]{25}$ está entre los enteros 2 y 3 porque

$2^3 < \left(\sqrt[3]{25}\right)^3 < 3^3$, o $8 < 25 < 27$.

Ya que $\sqrt[3]{25}$ está más cerca a 3, voy a empezar a verificar los intervalos de las décimas entre 2.9 y 3. $\sqrt[3]{25}$ está entre 2.9 y 3 ya que $2.9^3 = 24.389$ y $3^3 = 27$.

Al verificar los intervalos de centésimas, $\sqrt[3]{25}$ está entre 2.92 y 2.93 ya que $2.92^3 = 24.897088$ y $2.93^3 = 25.153757$.

Ya que 25 está más cerca a 2.92^3 que 2.93^3, la aproximación del dígito de dos decimales es 2.92.

> Cuando uso la aproximación racional, necesito elevar los valores al cubo en vez de al cuadrado porque estoy tratando de aproximar la raíz cúbica de 25.

1. Usa la aproximación racional para determinar la expansión decimal de $\frac{14}{9}$.

$$\frac{14}{9} = \frac{9}{9} + \frac{5}{9}$$
$$= 1 + \frac{5}{9}$$

Sé que $\frac{14}{9}$ está entre los enteros 1 y 2.

El dígito de las unidades es 1.

En el intervalo de décimas, estamos buscando los enteros m *y* $m+1$ *así que*

$$\frac{m}{10} < \frac{5}{9} < \frac{m+1}{10},$$

Ya que estoy buscando el dígito de las décimas, voy a usar el denominador de 10 con mis numeradores consecutivos de m y $m+1$.

lo cual es lo mismo que

$$m < \frac{50}{9} < m + 1.$$

Multiplica cada término por 10.

$$\frac{50}{9} = \frac{45}{9} + \frac{5}{9}$$
$$= 5 + \frac{5}{9}$$

El dígito de las décimas es 5. *La diferencia entre* $\frac{5}{9}$ *y* $\frac{5}{10}$ *es*

$$\frac{5}{9} - \frac{5}{10} = \frac{5}{90}.$$

En el intervalo de las centésimas, estamos buscando los enteros m *y* $m+1$ *así que*

$$\frac{m}{100} < \frac{5}{90} < \frac{m+1}{100},$$

lo cual es lo mismo que

$$m < \frac{500}{90} < m + 1$$

Ya hice esto cuando estaba buscando el dígito de las décimas.

Sin embargo, ya sabemos que $\frac{500}{90} = \frac{50}{9} = 5 + \frac{5}{9}$*; por lo tanto, el dígito de las centesimas es* 5. *Porque seguimos dando con* $\frac{5}{9}$*, podemos suponer que el dígito de* 5 *continuará repitiéndose. Por lo tanto, la expansión decimal de* $\frac{14}{9}$ *es* $1.555\ldots$.

2. Usa la aproximación decimal para determinar la expansión decimal de $\frac{83}{37}$ a por lo menos 3 dígitos decimales.

Este problema pide la expansión decimal de $\frac{9}{37}$.

$$\frac{83}{37}=\frac{74}{37}+\frac{9}{37}$$
$$=2+\frac{9}{37}$$

Voy a usar el mismo proceso del Problema 1 para encontrar los dígitos de las décimas, centésimas y milésimas.

El dígito de las unidades es 2.

En el intervalo de las décimas, estamos buscando los enteros m y $m+1$ así que

$$\frac{m}{10}<\frac{9}{37}<\frac{m+1}{10},$$

lo cual es lo mismo que

Hasta ahora, tengo 2.2 como mi expansión decimal.

$$m<\frac{90}{37}<m+1.$$
$$\frac{90}{37}=\frac{74}{37}+\frac{16}{37}=2+\frac{16}{37}$$

El dígito de las décimas es 2.

La diferencia entre $\frac{9}{37}$ y $\frac{2}{10}$ es

$$\frac{9}{37}-\frac{2}{10}=\frac{16}{370}.$$

Necesito encontrar la diferencia entre $\frac{9}{37}$ y 0.2.

En el intervalo de las centésimas, estamos buscando los enteros m y $m+1$ así que

$$\frac{m}{100}<\frac{16}{370}<\frac{m+1}{100},$$

lo cual es lo mismo que

Hasta ahora, tengo 2.24 como mi expansión decimal.

$$m<\frac{1600}{370}<m+1.$$
$$\frac{1600}{370}=\frac{160}{37}=\frac{148}{37}+\frac{12}{37}=4+\frac{12}{37}$$

Necesito encontrar la diferencia entre $\frac{9}{37}$ y los dígitos de décimas y centésimas y usar el resultado para encontrar el dígito de las milésimas.

El dígito de las centésimas es 4.

La diferencia entre $\frac{9}{37}$ y $\left(\frac{2}{10}+\frac{4}{100}\right)$ es

$$\frac{9}{37}-\left(\frac{2}{10}+\frac{4}{100}\right)=\frac{9}{37}-\frac{24}{100}=\frac{12}{3700}.$$

En el intervalo de las milésimas, estamos buscando los enteros m y $m+1$ así que

$$\frac{m}{1000} < \frac{12}{3700} < \frac{m+1}{1000},$$

lo cual es lo mismo que

$$m < \frac{12000}{3700} < m+1.$$

$$\frac{12000}{3700} = \frac{120}{37} = \frac{111}{37} + \frac{9}{37} = 3 + \frac{9}{37}$$

La fracción $\frac{9}{37}$ es donde empecé. Los decimales se repetirán de este punto en adelante.

El dígito de las milésimas es 3.

Vemos de nuevo la fracción $\frac{9}{37}$, así que podemos esperar que los dígitos decimales se repitan en este punto. Por lo tanto, la aproximación decimal de $\frac{83}{37}$ es $2.243243243\ldots$.

3. Usa la aproximación racional para determinar cuál número es más grande, $\sqrt{12}$ o $\frac{11}{3}$.

El número $\sqrt{12}$ está entre 3 y 4. En la secuencia de décimas, $\sqrt{12}$ está entre 3.4 y 3.5 porque $3.4^2 < \left(\sqrt{12}\right)^2 < 3.5^2$. En la secuencia de centésimas, $\sqrt{12}$ está entre 3.46 y 3.47 porque $3.46^2 < \left(\sqrt{12}\right)^2 < 3.47^2$. En la secuencia de milésimas, $\sqrt{12}$ está entre 3.464 y 3.465 porque $3.464^2 < \left(\sqrt{12}\right)^2 < 3.465^2$. La expansión decimal de $\sqrt{12}$ es aproximadamente $3.464\ldots$.

$$\frac{11}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{2}{3}$$

En el intervalo de las décimas, estamos buscando los enteros m y $m+1$ así que

$$\frac{m}{10} < \frac{2}{3} < \frac{m+1}{10}$$

lo cual es lo mismo que

$$m < \frac{20}{3} < m+1.$$

$$\frac{20}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = 6 + \frac{2}{3}$$

Recuerdo este tipo de problema de la última lección.

El dígito de las décimas es 6. Ya que la fracción $\frac{2}{3}$ ha vuelto a aparecer, podemos suponer que el próximo dígito también es 6, y el trabajo se seguirá repitiendo. Por lo tanto, la expansión decimal de $\frac{11}{3}$ es $3.666\ldots$, y $\frac{11}{3} > \sqrt{12}$.

1. ¿Cuál número es más pequeño, $\sqrt[3]{125}$ o $\sqrt{30}$? Explica tu respuesta.

Puedo usar lo que sé sobre los cuadrados perfectos para aproximar $\sqrt{30}$.

$$\sqrt[3]{\mathbf{125}} = \sqrt[3]{\mathbf{5^3}} = \mathbf{5}$$

El número $\sqrt{30}$ está entre 5 y 6 pero definitivamente es más que 5. Por lo tanto, $\sqrt[3]{125} < \sqrt{30}$ y $\sqrt[3]{125}$ es más pequeño.

2. ¿ Cuál número es más pequeño, $\sqrt{64}$ o $\sqrt[3]{512}$? Explica tu respuesta.

$$\sqrt{\mathbf{64}} = \sqrt{\mathbf{8^2}} = \mathbf{8}$$
$$\sqrt[3]{\mathbf{512}} = \sqrt[3]{\mathbf{8^3}} = \mathbf{8}$$

Los números $\sqrt{64}$ y $\sqrt[3]{512}$ son iguales porque ambos son iguales a 8.

3. ¿Cuál número es más grande, $\sqrt{68}$ o $\frac{829}{99}$? Explica tu respuesta.

Puedo usar el método de aproximación racional o división larga para encontrar la expansión decimal de $\frac{829}{99}$.

El número $\frac{829}{99}$ es igual a $8.\overline{37}$.

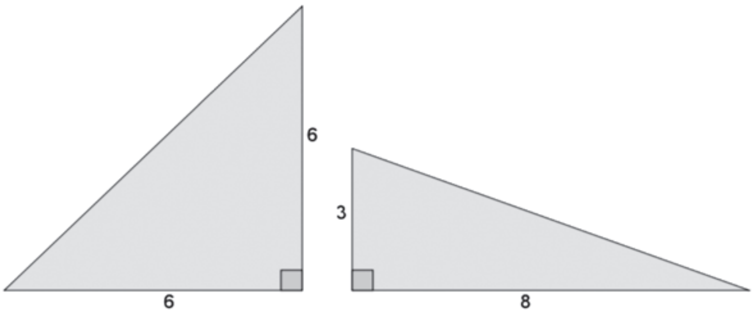
El número $\sqrt{68}$ está entre 8 y 9 porque $8^2 < \left(\sqrt{68}\right)^2 < 9^2$. El número $\sqrt{68}$ está entre 8.2 y 8.3 porque $8.2^2 < \left(\sqrt{68}\right)^2 < 8.3^2$. El valor decimal aproximado de $\sqrt{68}$ es $8.2\ldots$. Ya que $8.2 < 8.\overline{37}$, entonces $\sqrt{68} < \frac{829}{99}$. Por lo tanto, la fracción $\frac{829}{99}$ es más grande.

Solo necesito determinar la aproximación decimal para el dígito de las décimas de $\sqrt{68}$ para determinar cuál número es más grande.

4. ¿Cuál número es más grande, $\frac{11}{15}$ o $0.\overline{732}$? Explica tu respuesta.

El número $\frac{11}{15}$ es igual a $0.7\overline{3}$. Ya que $0.7\overline{3} > 0.\overline{732}\ldots$, entonces $\frac{11}{15} > 0.\overline{732}$.
Por lo tanto, el número $\frac{11}{15}$ es más grande.

5. ¿Cuál de los dos triángulos rectángulos que aparecen a continuación, medidos en unidades, tiene la hipotenusa más larga? ¿Aproximadamente cuánto más de largo es?



Que x represente la longitud de la hipotenusa del triángulo a la izquierda.

$$6^2 + 6^2 = x^2$$
$$36 + 36 = x^2$$
$$72 = x^2$$
$$\sqrt{72} = \sqrt{x^2}$$
$$\sqrt{72} = x$$

Necesito usar dos variables diferentes ya que no sé el valor de ninguna de ellas o si son el mismo número.

El número $\sqrt{72}$ ***está entre*** 8 ***y*** 9 ***porque*** $8^2 < \left(\sqrt{72}\right)^2 < 9^2$. ***El número*** $\sqrt{72}$ ***está entre*** 8.4 ***y*** 8.5 ***porque*** $8.4^2 < \left(\sqrt{72}\right)^2 < 8.5^2$. ***El número*** $\sqrt{72}$ ***está entre*** 8.48 ***y*** 8.49 ***porque*** $8.48^2 < \left(\sqrt{72}\right)^2 < 8.49^2$. ***El valor decimal aproximado de*** $\sqrt{72}$ ***es*** $8.48\ldots$.

Que y represente la longitud de la hipotenusa del triángulo a la derecha.

$$3^2 + 8^2 = y^2$$
$$9 + 64 = y^2$$
$$73 = y^2$$
$$\sqrt{73} = \sqrt{y^2}$$
$$\sqrt{73} = y$$

Sé que $\sqrt{72} < \sqrt{73}$, pero la pregunta busca aproximadamente cuánto más de largo es $\sqrt{73}$ que $\sqrt{72}$, así que necesito determinar la aproximación decimal de y.

El número $\sqrt{73}$ ***está entre*** 8 ***y*** 9 ***porque*** $8^2 < \left(\sqrt{73}\right)^2 < 9^2$. ***El número*** $\sqrt{73}$ ***está entre*** 8.5 ***y*** 8.6 ***porque*** $8.5^2 < \left(\sqrt{73}\right)^2 < 8.6^2$. ***El número*** $\sqrt{73}$ ***está entre*** 8.54 ***y*** 8.55 ***porque*** $8.54^2 < \left(\sqrt{73}\right)^2 < 8.55^2$.

El valor decimal aproximado de $\sqrt{73}$ ***es*** $8.54\ldots$.

El triángulo a la derecha tiene la hipotenusa más larga. Es aproximadamente 0.06 ***unidades más largas que la hipotenusa del triángulo a la izquierda.***

1. Carrie calculó aproximadamente π como $3.10 < \pi < 3.21$. Si ella usa esta aproximación de π para determinar el área de un círculo con un radio de 7 in, ¿cuál podría ser el área?

   El área de un círculo con un radio de 7 in estará entre 151.9 in^2 y 157.29 in^2.

   Necesito sustituir los valores de π y el radio en la fórmula para el área de un círculo, específicamente $A = \pi r^2$.

2. Winston calculó aproximadamente la circunferencia de un círculo con un radio de 8.3 in como 52.29 in. ¿Qué valor aproximado de π usó él? ¿Es una aproximación aceptable de π? Explica.

$$C = 2\pi r$$
$$52.29 = 2\pi(8.3)$$
$$52.29 = 16.6\pi$$
$$\frac{52.29}{16.6} = \pi$$
$$3.15 = \pi$$

   Necesito resolver π usando propiedades de la igualdad.

   Winston usó 3.15 para aproximar π. Esta es una aproximación aceptable de π porque está en el intervalo en el que aproximamos que estaba π en la lección, $3.10 < \pi < 3.21$.

3. Calcula aproximadamente el valor del número irracional $(2.3856\ldots)^2$.

   Necesito sumar 0.0001 más 2.3856 y después elevarlo al cuadrado.

$$2.3856^2 < (2.3856\ldots)^2 < 2.3857^2$$
$$5.691\,087\,36 < (2.3856\ldots)^2 < 5.691\,564\,49$$

   $(2.3856\ldots)^2 = 5.691$ ***es correcto hasta tres dígitos decimales.***

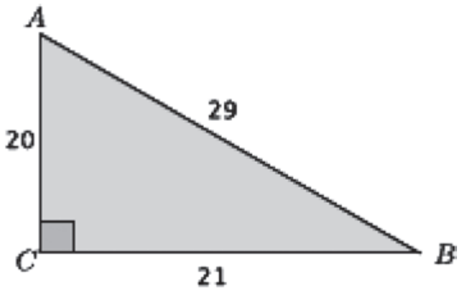
4. Calcula aproximadamente el valor del número irracional $(0.956321\ldots)^2$.

   Necesito contar en cuántas posiciones decimales son exactamente iguales los valores.

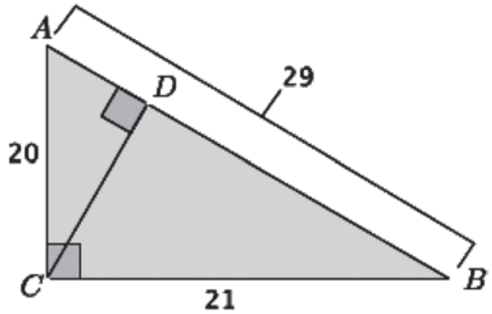
$$0.956\,321^2 < (0.956\,321\ldots)^2 < 0.956\,322^2$$
$$0.914\,549\,855 < (0.956\,321\ldots)^2 < 0.914\,551\,797\,7$$

   $(0.956321\ldots)^2 = 0.9145$ ***es correcto hasta cuatro dígitos decimales.***

1. Para el triángulo rectángulo que aparece a continuación, identifica y usa triángulos semejantes para ilustrar el teorema de Pitágoras.

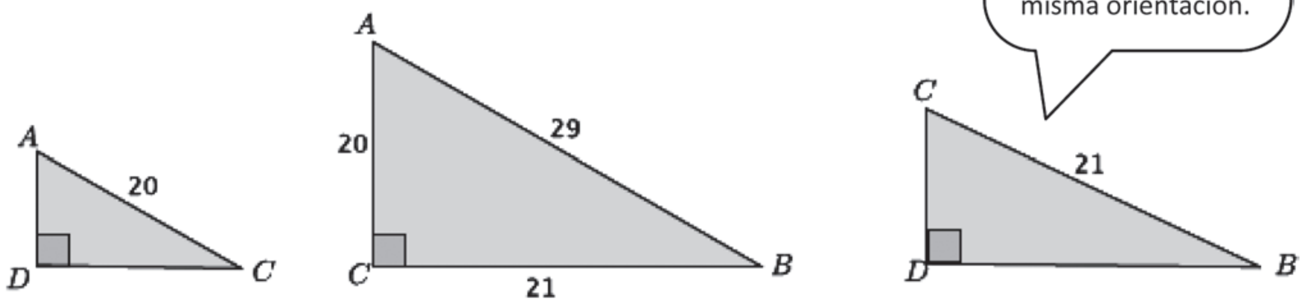


Primero, dibuja un segmento que sea perpendicular al lado $\overline{AB}$ que cruce el punto C. El punto de intersección de ese segmento y del lado $\overline{AB}$ se marcará como el punto D.



Usando una secuencia de transformaciones, puedo ver cada triángulo rectángulo en la misma orientación.

Después, tengo tres triángulos semejantes, $\triangle ABC$, $\triangle CBD$ y $\triangle ACD$, según se muestra a continuación.



$\triangle ABC$ y $\triangle CBD$ son semejantes porque cada uno tiene un ángulo recto, y ambos comparten $\angle B$. Según el criterio de AA, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$.

$\triangle ABC$ y $\triangle ACD$ son semejantes porque cada uno tiene un ángulo recto y ambos comparten $\angle A$. Según el criterio de AA, $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

Por la propiedad transitiva, también sabemos que $\triangle ACD \sim \triangle CBD$.

Ya que los triángulos son semejantes, tienen lados correspondientes que son iguales en proporción.

Para $\triangle ABC$ y $\triangle CBD$,

$$\frac{21}{29}=\frac{|BD|}{21},$$

lo cual es lo mismo que $21^2 = 29(|BD|)$.

Para $\triangle ABC$ y $\triangle ACD$,

$$\frac{20}{29}=\frac{|AD|}{20},$$

lo cual es lo mismo que $20^2 = 29(|AD|)$.

Porque mis triángulos rectángulos están en la misma orientación, puedo hacer la siguiente proporción usando $\triangle ABC$ y $\triangle CBD$: $\frac{\text{base}}{\text{hipotenusa}}=\frac{\text{base}}{\text{hipotenusa}}$. Puedo resolver cualquier proporción usando la multiplicación cruzada.

Cuando sumo estas ecuaciones, me da

$$21^2 + 20^2 = 29(|BD|) + 29(|AD|).$$

Por la propiedad distributiva,

$$21^2 + 20^2 = 29(|BD| + |AD|);$$

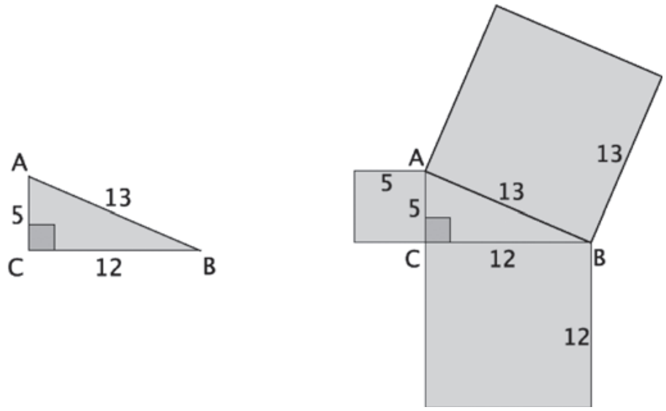
sin embargo, $|BD| + |AD| = |AB| = 29$. Por lo tanto,

$$20^2 + 21^2 = 29(29)$$

$$20^2 + 21^2 = 29^2.$$

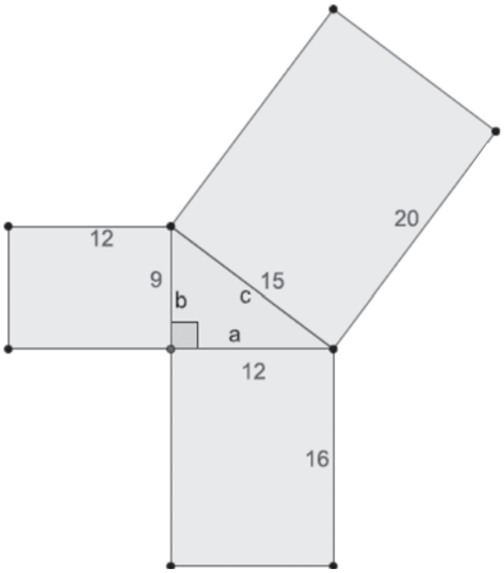
Encontré esto mirando mi triángulo original y el triángulo donde se dibujó la altitud.

2. Para el triángulo rectángulo que aparece a continuación, identifica y usa los cuadrados formados por los lados del triángulo para ilustrar el teorema de Pitágoras.



La suma de las áreas de los cuadrados más pequeños es $5^2 + 12^2$, lo cual es 169. El área del cuadrado más grande es 13^2, lo cual es 169. La suma de las áreas de los cuadrados de los catetos es igual al área del cuadrado de la hipotenusa; por lo tanto, para los catetos a y b, y la hipotenusa c, vemos que $a^2 + b^2 = c^2$.

3. ¿Se puede dibujar alguna figura semejante de los lados del triángulo rectángulo para comprobar el teorema de Pitágoras? Usa las computaciones para mostrar que la suma de las áreas de las figuras de los lados a y b equivale al área de la figura del lado c.



Los rectángulos son semejantes porque sus longitudes laterales correspondientes son iguales en el factor escala.

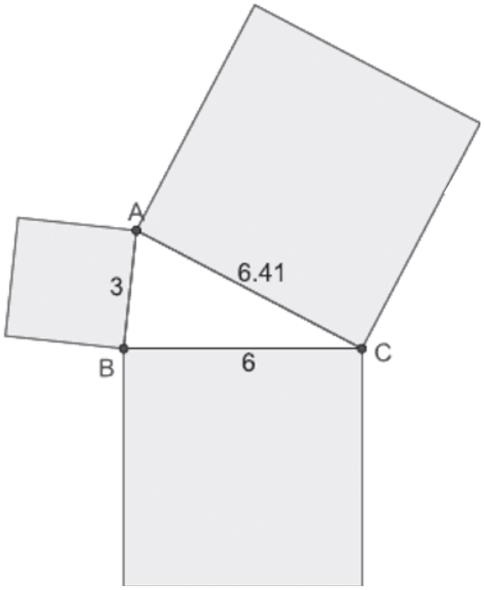
$$\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{12}} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{16}} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{20}} = \mathbf{0.75}$$

El área de los rectángulos más pequeños es $\mathbf{108}$ unidades cuadradas y $\mathbf{192}$ unidades cuadradas, y el área del rectángulo más grande es $\mathbf{300}$ unidades cuadradas. La suma de las áreas más pequeñas es igual al área más grande.

$$\mathbf{108 + 192 = 300}$$
$$\mathbf{300 = 300}$$

Por lo tanto, la suma de las áreas de los rectángulos semejantes y más pequeños no es igual al área del rectángulo semejante y más grande comprobando el teorema de Pitágoras con figuras semejantes.

4. La siguiente imagen del teorema de Pitágoras contiene un error. Explica qué está mal.



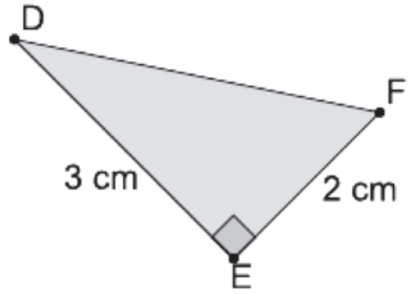
En base a la prueba que se mostró en clase, se esperaría que la suma de las dos áreas más pequeñas fuera igual al área más grande. Las áreas más pequeñas son $\mathbf{9}$ y $\mathbf{36}$, mientras que el área más grande es $\mathbf{41.0881}$. O sea, $\mathbf{9 + 36}$ debe ser igual a $\mathbf{41.0881}$. Sin embargo, $\mathbf{9 + 36 = 45}$.

Sabemos que el teorema de Pitágoras solo funciona con triángulos rectángulos. Considerando el recíproco del teorema de Pitágoras, cuando usamos las longitudes laterales dadas, no obtenemos una declaración verdadera.

$$\mathbf{3^2 + 6^2 = 6.41^2}$$
$$\mathbf{9 + 36 = 41.0881}$$
$$\mathbf{45 \neq 41.0881}$$

Por lo tanto, el triángulo original no es un triángulo rectángulo, así que tiene sentido que las áreas de los cuadrados no se sumen como se esperaba.

1. ¿Cuál es la longitud del lado desconocido del triángulo rectángulo que se muestra a continuación? Muestra tu trabajo y contesta con oraciones completas. Provee una respuesta exacta y una respuesta aproximada redondeada a la posición de las décimas.



Que c cm represente la hipotenusa del tríangulo.

$$\begin{aligned} \mathbf{3^2 + 2^2} &= \boldsymbol{c^2} \\ \mathbf{9 + 4} &= \boldsymbol{c^2} \\ \mathbf{13} &= \boldsymbol{c^2} \\ \sqrt{\mathbf{13}} &= \sqrt{\boldsymbol{c^2}} \\ \mathbf{3.6} &\approx \boldsymbol{c} \end{aligned}$$

Para hacer un cálculo aproximado, necesito los dos cuadrados perfectos que rodean el 13, los cuales son 9 y 16. 13 está un poco más cerca a 16 que 9, así que $\sqrt{13}$ está más cerca a $\sqrt{16} = 4$ que $\sqrt{9} = 3$.

La hipotenusa del triángulo es exactamente $\sqrt{\mathbf{13}}$ cm y aproximadamente $\mathbf{3.6}$ cm.

2. ¿El triángulo con las longitudes de los catetos de $\sqrt{5}$ cm y 7 cm y la hipotenusa de longitud $\sqrt{54}$ cm es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con una oración completa.

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{\mathbf{5}}\right)^2 + \mathbf{7^2} &= \left(\sqrt{\mathbf{54}}\right)^2 \\ \mathbf{5 + 49} &= \mathbf{54} \\ \mathbf{54} &= \mathbf{54} \end{aligned}$$

Para simplificar una raíz cuadrada que ha sido elevada al cuadrado, necesito recordar lo siguiente:

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{5}\right)^2 &= \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \\ \left(\sqrt{5}\right)^2 &= \sqrt{25} \\ \left(\sqrt{5}\right)^2 &= 5 \end{aligned}$$

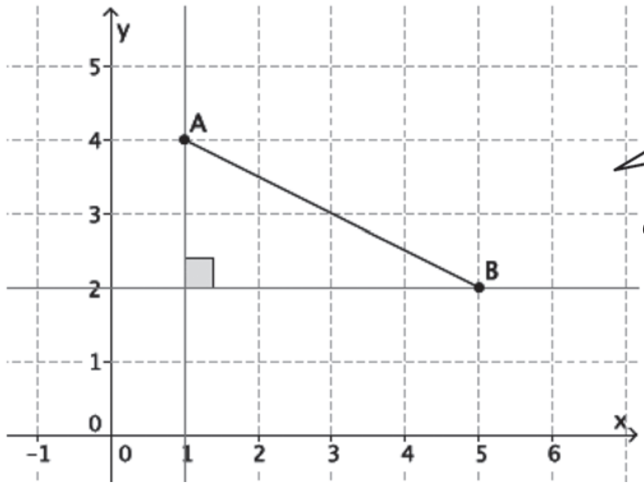
Sí, el triángulo con las longitudes de los catetos de $\sqrt{\mathbf{5}}$ cm y $\mathbf{7}$ cm y la longitud de la hipotenusa de $\sqrt{\mathbf{54}}$ cm es un triángulo rectángulo porque las longitudes satisfacen el teorema de Pitágoras.

3. ¿El triángulo con longitudes de catetos de $\sqrt{8}$ cm y 10 cm y la longitud de la hipotenusa de $\sqrt{164}$ cm es un triángulo rectángulo? Muestra tu trabajo y contesta con una oración completa.

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{\mathbf{8}}\right)^2 + \mathbf{10^2} &= \left(\sqrt{\mathbf{164}}\right)^2 \\ \mathbf{8 + 100} &= \mathbf{164} \\ \mathbf{108} &\neq \mathbf{164} \end{aligned}$$

No, el triángulo con las longitudes de los catetos de $\sqrt{\mathbf{8}}$ cm y $\mathbf{10}$ cm y la longitud de la hipotenusa de $\sqrt{\mathbf{164}}$ cm no es un triángulo rectángulo porque las longitudes no satisfacen el teorema de Pitágoras.

1. Determina la distancia entre los puntos A y B en el plano cartesiano. Redondea tu respuesta a la posición de las décimas.



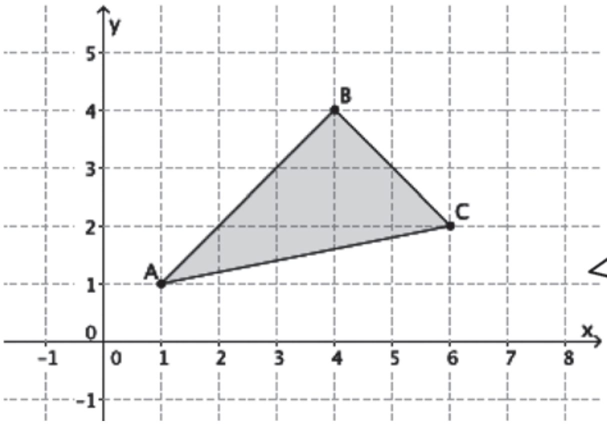
Para determinar la distancia entre los puntos, voy a usar las líneas de la cuadrícula del plano cartesiano para crear un triángulo rectángulo.

Que c represente $|AB|$.

$$\mathbf{2^2 + 4^2 = c^2}$$
$$\mathbf{4 + 16 = c^2}$$
$$\mathbf{20 = c^2}$$
$$\mathbf{\sqrt{20} = c}$$
$$\mathbf{4.5 \approx c}$$

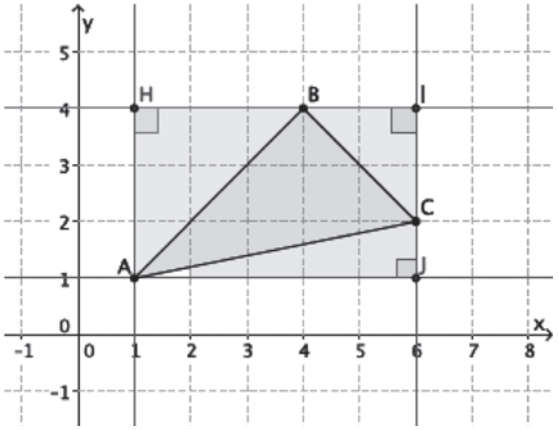
La distancia entre los puntos A y B es de alrededor de 4.5 unidades.

2. ¿El triángulo formado por los puntos A, B y C es un triángulo rectángulo?



Ninguno de estos lados es horizontal o vertical, así que no puedo simplemente contar para encontrar sus longitudes.

Necesito crear triángulos rectángulos para encontrar las longitudes de los lados y después usar esas longitudes en el teorema de Pitágoras.



Que c represente $|AB|$**.**

$$\begin{aligned} 3^2 + 3^2 &= c^2 \\ 9 + 9 &= c^2 \\ 18 &= c^2 \\ \sqrt{18} &= \sqrt{c^2} \\ \sqrt{18} &= c \end{aligned}$$

Que c represente $|BC|$**.**

$$\begin{aligned} 2^2 + 2^2 &= c^2 \\ 4 + 4 &= c^2 \\ 8 &= c^2 \\ \sqrt{8} &= \sqrt{c^2} \\ \sqrt{8} &= c \end{aligned}$$

Que c represente $|AC|$**.**

$$\begin{aligned} 5^2 + 1^2 &= c^2 \\ 25 + 1 &= c^2 \\ 26 &= c^2 \\ \sqrt{26} &= \sqrt{c^2} \\ \sqrt{26} &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{18}\right)^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 &= \left(\sqrt{26}\right)^2 \\ 18 + 8 &= 26 \\ 26 &= 26 \end{aligned}$$

La hipotenusa es el lado $\overline{AC}$ ya que $\sqrt{26}$ es el lado más largo. Sustituí en el teorema de Pitágoras y obtuve un enunciado verdadero, lo que significa que tengo un triángulo rectángulo.

Sí, los puntos sí forman un triángulo rectángulo.

1. Un televisor de 55 in se anuncia en oferta en una tienda local. ¿Cuál es la longitud y ancho del televisor?

Que x sea el factor que se aplica a la razón $\mathbf{4:3}$.

$$(4x)^2 + (3x)^2 = 55^2$$
$$16x^2 + 9x^2 = 3025$$
$$25x^2 = 3025$$
$$\frac{25}{25}x^2 = \frac{3025}{25}$$
$$x^2 = 121$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{121}$$
$$x = 11$$

Recuerdo de las notas que las dimensiones del televisor tienen una razón de $4:3$ y que el tamaño del televisor es realmente la longitud de la diagonal. Por lo tanto, $4x$ y $3x$ son los catetos del triángulo rectángulo mientras que 55 es la hipotenusa.

Ya que $x = 11$, $3x = 33$ ***y*** $4x = 44$. ***Por lo tanto, las dimensiones del televisor son*** $\mathbf{44}$ **in** ***por*** $\mathbf{33}$ **in.**

2. Al equipo de fútbol se le instruyó que corriera el perímetro de la cancha de fútbol, la cual tiene dimensiones de 115 yardas por 74 yardas. Un futbolista decidió correr la longitud y el ancho y después terminó corriendo diagonalmente. A la décima de yarda más cercana, ¿cuántas yardas menos completó corriendo este futbolista comparado con el resto del equipo?

$$P = 2l + 2w$$
$$P = 2(115) + 2(74)$$
$$P = 230 + 148$$
$$P = 378$$

El equipo corrió $\mathbf{378}$ ***yardas***.

Que a ***yardas representen la longitud de la cancha, que*** b ***yardas representen el ancho de la cancha y que*** c ***yardas representen la longitud diagonal de la cancha***.

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$115^2 + 74^2 = c^2$$
$$13225 + 5476 = c^2$$
$$18701 = c^2$$
$$\sqrt{18701} = \sqrt{c^2}$$
$$136.8 \approx c$$

Necesito encontrar la longitud diagonal de la cancha y después usarla para encontrar la distancia total que corrió ese único futbolista. El número $\sqrt{18,701}$ está entre 136 y 137. En la secuencia de décimas, el número está entre 136.7 y 136.8 porque $136.7^2 < \left(\sqrt{18,701}\right)^2 < 136.8^2$. Ya que $18,701$ está más cerca de 136.8^2 que 136.7^2, la longitud aproximada de la hipotenusa es 136.8 yardas.

$$115 + 74 + 136.8 = 325.8$$

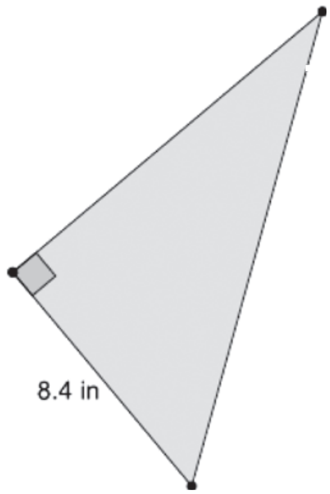
***El futbolista corrió aproximadamente* 325.8 *yardas*.**

$$378 - 325.8 = 52.2$$

***El futbolista corrió aproximadamente* 52.2 *yardas menos que el resto del equipo*.**

3. El área del triángulo rectángulo que aparece a continuación es $51.24\ \text{in}^2$.

 a. ¿Cuál es la altura del triángulo?



***Que* h in *represente la altura del triángulo*.**

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}bh \\ 51.24 &= \frac{1}{2}(8.4)h \\ 51.24 &= 4.2h \\ \frac{51.24}{4.2} &= \frac{4.2}{4.2}h \\ 12.2 &= h \end{aligned}$$

***La altura del triángulo es* 12.2 in.**

 b. ¿Cuál es el perímetro del triángulo rectángulo? Redondea tu respuesta a la posición de las décimas.

***Que* c in *represente la longitud de la hipotenusa*.**

$$\begin{aligned} 8.4^2 + 12.2^2 &= c^2 \\ 70.56 + 148.84 &= c^2 \\ 219.4 &= c^2 \\ \sqrt{219.4} &= \sqrt{c^2} \\ 14.8 &\approx c \end{aligned}$$

Para encontrar el perímetro, primero necesito encontrar los tres lados. Para encontrar la hipotenusa, puedo usar el teorema de Pitágoras.

***El número* $\sqrt{219.4}$ *está entre* 14 *y* 15. *En la secuencia de décimas, el número está entre* 14.8 *y* 14.9 *porque* $14.8^2 < \left(\sqrt{219.4}\right)^2 < 14.9^2$. *Ya que* 219.4 *está más cerca de* 14.8^2 *que* 14.9^2, *la longitud aproximada de la hipotenusa es* 14.8 in.**

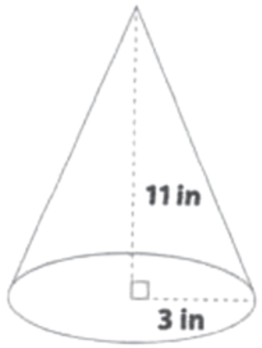
$$8.4 + 12.2 + 14.8 = 35.4$$

***El perímetro del triángulo es aproximadamente* 35.4 in.**

1. ¿Cuál es la longitud lateral del cono que aparece a continuación? Da una respuesta aproximada redondeada a la posición de las décimas.

Que c in sea la longitud lateral en pulgadas.

Sé que a la parte inclinada del cono se le dice longitud lateral. Puedo usar el teorema de Pitágoras para encontrar su longitud.



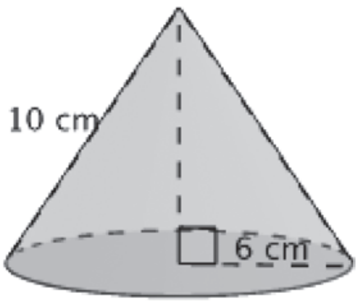
$$\begin{aligned} 11^2 + 3^2 &= c^2 \\ 121 + 9 &= c^2 \\ 130 &= c^2 \\ \sqrt{130} &= \sqrt{c^2} \\ \sqrt{130} &= c \end{aligned}$$

El número $\sqrt{130}$ está entre 11 y 12. En la secuencia de décimas, está entre 11.4 y 11.5. Ya que 130 está más cerca a 11.4^2 que 11.5^2, el valor aproximado del número es 11.4.

La longitud lateral del cono es aproximadamente 11.4 in.

2. El cono a continuación tiene un radio de base de 6 cm de longitud y una longitud lateral de 10 cm. ¿Cuál es el volumen del cono? Da una respuesta exacta.

Que h cm represente la altura del cono.



$$\begin{aligned} 6^2 + h^2 &= 10^2 \\ 36 + h^2 &= 100 \\ h^2 &= 64 \\ \sqrt{h^2} &= \sqrt{64} \\ h &= 8 \end{aligned}$$

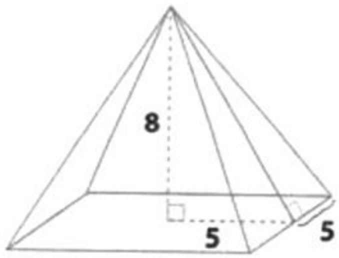
La altura del cono es 8 cm.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi(36)(8) \\ &= 96\pi \end{aligned}$$

Puedo usar el teorema de Pitágoras para encontrar la altura del cono. El volumen del cono es $\frac{1}{3}Bh$. B es el área de la base, la cual es un círculo. No voy a hacer un cálculo aproximado de π porque el problema pide una respuesta exacta.

El volumen del cono es 96π cm^3.

3. Determina el volumen y el área de la superficie de la pirámide que aparece a continuación. Da respuestas exactas.



La base tiene la forma de un cuadrado con longitudes laterales de 10. Los cuatro lados (caras) son las formas de los triángulos con longitudes de base de 10.

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{3}(\mathbf{100})(\mathbf{8})$$
$$= \frac{\mathbf{800}}{\mathbf{3}}$$

El volumen de una pirámide es lo mismo que el volumen de un cono, el cual es $\frac{1}{3}Bh$. B representa el área de la base.

El volumen de la pirámide es $\frac{\mathbf{800}}{\mathbf{3}}$ unidades cúbicas.

Que c unidades representen la longitud lateral.

$$\mathbf{5^2 + 8^2} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\mathbf{25 + 64} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\mathbf{89} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\sqrt{\mathbf{89}} = \sqrt{\boldsymbol{c^2}}$$
$$\sqrt{\mathbf{89}} = \boldsymbol{c}$$

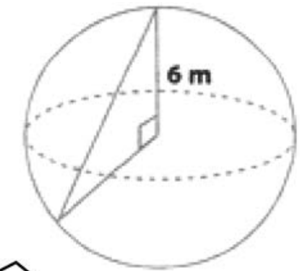
Para encontrar el área de la superficie, necesito sumar las áreas de todas las caras y la base de la pirámide.

El área de una cara es $\frac{\mathbf{10}\sqrt{\mathbf{89}}}{\mathbf{2}}$ unidades cuadradas, lo cual equivale a $\mathbf{5}\sqrt{\mathbf{89}}$ unidades cuadradas. Ya que hay cuatro caras, el área total es $\mathbf{4} \times \mathbf{5}\sqrt{\mathbf{89}}$ unidades cuadradas, lo cual equivale a $\mathbf{20}\sqrt{\mathbf{89}}$ unidades cuadradas.

El área de la base es $\mathbf{100}$ unidades cuadradas y el área total de las caras es $\mathbf{20}\sqrt{\mathbf{89}}$ unidades cuadradas, así que el área de la superficie de la pirámide es $\mathbf{100} + \mathbf{20}\sqrt{\mathbf{89}}$ unidades cuadradas.

4. ¿Cuál es el largo de la cuerda de la esfera que aparece a continuación? Da una respuesta exacta usando una raíz cuadrada.

Que c $\mathbf{m}$ represente la longitud de la cuerda.



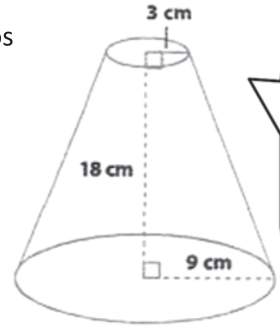
Una cuerda es un segmento que conecta dos puntos cualesquiera en un círculo o esfera. La cuerda en el diagrama es la hipotenusa del triángulo rectángulo.

$$\mathbf{6^2 + 6^2} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\mathbf{36 + 36} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\mathbf{72} = \boldsymbol{c^2}$$
$$\sqrt{\mathbf{72}} = \sqrt{\boldsymbol{c^2}}$$
$$\sqrt{\mathbf{72}} = \boldsymbol{c}$$
$$\sqrt{\mathbf{6^2 \times 2}} = \boldsymbol{c}$$
$$\mathbf{6}\sqrt{\mathbf{2}} = \boldsymbol{c}$$

Los lados del triángulo son las mismas medidas ya que ambos son los radios de la esfera.

La longitud de la cuerda es $\mathbf{6}\sqrt{\mathbf{2}}$ $\mathbf{m}$.

1. Encuentra el volumen de los troncos de conos

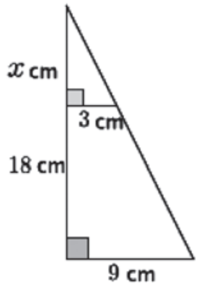


Para encontrar el volumen de un tronco de conos, primero debo determinar la altura de la porción del cono que se ha removido.

a. Escribe una proporción que te permita determinar la altura del cono que se ha removido. Explica qué representa cada parte de la proporción.

$$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{9}} = \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x} + \mathbf{18}}$$

Puedo usar radios que representen los lados correspondientes de triángulos rectángulos. Pictóricamente se ve así:



Que x cm represente la altura del cono pequeño.
Entonces x cm + 18 cm es la altura del cono más grande.
3 cm es el radio de la base del cono pequeño y 9 cm
es el radio de la base del cono grande.

b. Resuelve tu proporción para determinar la altura del cono que se ha removido.

$$\begin{aligned} \mathbf{3}(\boldsymbol{x} + \mathbf{18}) &= \mathbf{9}\boldsymbol{x} \\ \mathbf{3}\boldsymbol{x} + \mathbf{54} &= \mathbf{9}\boldsymbol{x} \\ \mathbf{54} &= \mathbf{6}\boldsymbol{x} \\ \mathbf{9} &= \boldsymbol{x} \end{aligned}$$

Esto significa que la altura del cono antes de que se removiera la porción más pequeña era 27 cm, ya que $9 + 18 = 27$.

c. Muestra una operación sobre el volumen del tronco de cono usando una expresión. Explica lo que representa cada parte de la expresión.

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{\pi}(\mathbf{9})^{2}(\mathbf{27}) - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{\pi}(\mathbf{3})^{2}(\mathbf{9})$$

Necesito determinar la diferencia entre el volumen del cono grande y el volumen del cono pequeño.

La expresión $\frac{1}{3}\pi(9)^2(27)$ representa el volumen del cono grande y $\frac{1}{3}\pi(3)^2(9)$ es el volumen del cono pequeño. La diferencia en volúmenes da el volumen del tronco de cono.

d. Calcula el volumen del tronco de cono.

Volumen del cono pequeño:

$$V = \frac{1}{3}\pi(3)^2(9)$$
$$= 27\pi$$

Volumen del cono grande:

$$V = \frac{1}{3}\pi(9)^2(27)$$
$$= 729\pi$$

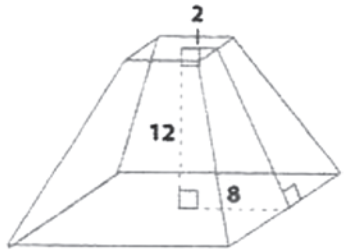
Volumen del tronco de cono:

$$729\pi - 27\pi = 702\pi$$

El volumen del tronco de cono es $\mathbf{702\pi\ cm^3}$.

Puedo usar el mismo proceso que usé para determinar el volumen de un tronco de cono y determinar el volumen de un tronco de pirámide.

2. Encuentra el volumen del tronco de pirámide con una base cuadrada.



Que x unidades representen la altura de la pirámide pequeña.

$$\frac{2}{8} = \frac{x}{x+12}$$
$$2(x+12) = 8x$$
$$2x + 24 = 8x$$
$$24 = 6x$$
$$4 = x$$

Aprendí a determinar los volúmenes de pirámides en la última lección.

Volumen de la pirámide pequeña:

$$V = \frac{1}{3}(16)(4)$$
$$= \frac{64}{3}$$

Volumen de la pirámide grande:

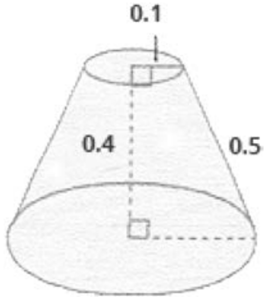
$$V = \frac{1}{3}(256)(16)$$
$$= \frac{4096}{3}$$

Volumen del tronco de pirámide:

$$\frac{4096}{3} - \frac{64}{3} = \frac{4032}{3}$$

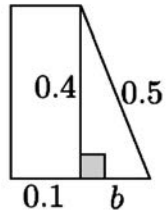
El volumen del tronco de pirámide es $\frac{4032}{3}$ ***unidades cúbicas.***

3. Desafío: encuentra el volumen del tronco de cono.



Ya que la altura del tronco de cono es 0.4 unidades, podemos poner una línea perpendicular de la parte de arriba del cono a la parte de abajo del cono para tener un triángulo rectángulo con una longitud de cateto de 0.4 unidades y una hipotenusa de 0.5 unidades. Según el teorema de Pitágoras, si b unidades representan la longitud del cateto del triángulo recto, entonces

Necesito determinar el radio del cono más grande. Dibujé esta imagen como ayuda:



Para determinar el radio del cono más grande, voy a sumar $0.3 + 0.1 = 0.4$. El radio del cono más grande es 0.4 unidades.

$$\begin{aligned} \mathbf{0.4^2 + b^2} &= \mathbf{0.5^2} \\ \mathbf{0.16 + b^2} &= \mathbf{0.25} \\ \mathbf{b^2} &= \mathbf{0.09} \\ \mathbf{b} &= \mathbf{0.3.} \end{aligned}$$

La parte del radio de la base inferior que se encuentra con el teorema de Pitágoras es 0.3 unidades. Cuando sumamos la longitud del radio superior (porque si traduces a lo largo de la altura del tronco de cono, es igual a la parte restante de la base inferior), el radio de la base inferior es 0.4 unidades. Que x unidades representen la altura del cono pequeño.

Ahora que tengo toda la información que necesito, el problema es el mismo que el Problema 1.

$$\begin{aligned} \frac{0.1}{0.4} &= \frac{x}{x+0.4} \\ 0.1(x+0.4) &= 0.4x \\ 0.1x + 0.04 &= 0.4x \\ 0.04 &= 0.3x \\ \frac{0.04}{0.3} &= x \\ \frac{4}{30} = \frac{2}{15} &= x \end{aligned}$$

La altura del cono grande es $\frac{2}{15} + 0.4$, lo cual equivale a $\frac{8}{15}$.

Volumen del cono pequeño:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi(0.1)^2\left(\frac{2}{15}\right) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{100}\right)\left(\frac{2}{15}\right)\pi \\ &= \frac{2}{4500}\pi \\ &= \frac{1}{2250}\pi \end{aligned}$$

Volumen del cono grande:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi(0.4)^2\left(\frac{8}{15}\right) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{16}{100}\right)\left(\frac{8}{15}\right)\pi \\ &= \frac{128}{4500}\pi \\ &= \frac{64}{2250}\pi \end{aligned}$$

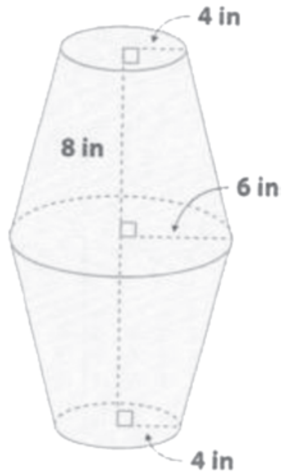
Volumen del tronco de cono:

$$\begin{aligned} V &= \frac{64}{2250}\pi - \frac{1}{2250}\pi \\ &= \left(\frac{64}{2250} - \frac{1}{2250}\right)\pi \\ &= \frac{63}{2250}\pi \end{aligned}$$

El volumen del tronco de cono es $\frac{63}{2250}\ \pi$ unidades cúbicas.

1. ¿Qué volumen de gel se requiere para completamente llenar la lámpara de lava que aparece a continuación? Nota: 8 in es la altura del tronco de cono, no la longitud lateral del cono.

Que x in represente la altura de la porción que se ha removido del cono.



Necesito encontrar el volumen del cono grande y el volumen del cono que se removió así como lo hice en la lección previa.

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{x+8}$$
$$4(x+8) = 6x$$
$$4x + 32 = 6x$$
$$32 = 2x$$
$$\frac{32}{2} = x$$
$$16 = x$$

Volumen del cono removido:

$$V = \frac{1}{3}\pi(4)^2(16)$$
$$= \frac{256}{3}\pi$$

Volumen del cono:

$$V = \frac{1}{3}\pi(6)^2(24)$$
$$= \frac{864}{3}\pi$$

Volumen del tronco de cono:

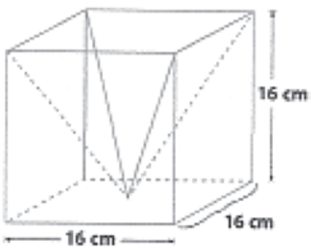
$$\frac{864}{3}\pi - \frac{256}{3}\pi = \left(\frac{864}{3} - \frac{256}{3}\right)\pi$$
$$= \frac{608}{3}\pi$$

Hay dos troncos de conos congruentes que forman el volumen de la lámpara de lava. Necesito multiplicar mi resultado por 2 para el volumen total.

El volumen de gel que se necesita para llenar la lámpara de lava es $\frac{1216}{3}\pi$ in^3.

2.

a. Escribe una expresión para encontrar el volumen del prisma con la porción removida de la pirámide. Explica lo que representa cada parte de tu expresión.



$$(16)^3 - \frac{1}{3}(16)^3$$

Voy a restar el volumen de la pirámide del volumen del cubo.

La expresión $(16)^3$ es el volumen del cubo y $\frac{1}{3}(16)^3$ es el volumen de la pirámide. Ya que el volumen de la pirámide se remueve del cubo, restamos el volumen de la pirámide del cubo.

b. ¿Cuál es el volumen del prisma que aparece arriba con la porción de la pirámide removida?

Volumen del prisma:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= (\mathbf{16})^{\mathbf{3}} \\ &= \mathbf{4096} \end{aligned}$$

Volumen de la pirámide:

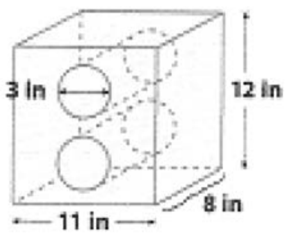
$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}(\mathbf{4096}) \\ &= \frac{\mathbf{4096}}{\mathbf{3}} \end{aligned}$$

Entonces determiné el volumen $4096 - \left(\frac{4096}{3}\right) = \frac{8192}{3}$.

El volumen del prisma con la pirámide removida es $\frac{\mathbf{8192}}{\mathbf{3}}\ \mathbf{cm^3}$**.**

3. ¿Cuál es el volumen aproximado del prisma rectangular con dos huecos cilíndricos congruentes que aparece a continuación? Usa 3.14 para π. Redondea tu respuesta a la posición de las décimas.

El diagrama muestra los diámetros de los huecos cilíndricos. El radio será la mitad del diámetro. La altura del cilindro es igual al ancho del prisma.



Volumen del prisma:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= (\mathbf{11})(\mathbf{8})(\mathbf{12}) \\ &= \mathbf{1056} \end{aligned}$$

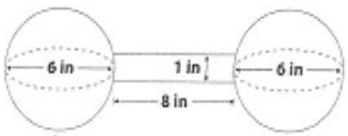
Volumen de ***<u>un</u>*** ***cilindro:***

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= \boldsymbol{\pi}(\mathbf{1.5})^{\mathbf{2}}(\mathbf{8}) \\ &= \mathbf{18}\boldsymbol{\pi} \\ &\circ\ \mathbf{56.52} \end{aligned}$$

$$\mathbf{1056 - 56.52 - 56.52 = 942.96}$$

El volumen del prisma con los huecos cilíndricos es aproximadamente $\mathbf{943\ in^3}$**.**

4. ¿Cuál es el volumen total de la haltera que aparece a continuación? Nota: un cilindro une las dos esferas.



El diagrama muestra los diámetros de las esferas. El radio será la mitad del diámetro.

Volumen de cada esfera:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{\pi}(\mathbf{3})^{\mathbf{3}} \\ &= \mathbf{36}\boldsymbol{\pi} \end{aligned}$$

Volumen del cilindro:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{V} &= (\mathbf{0.5})^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\pi}(\mathbf{8}) \\ &= \mathbf{2}\boldsymbol{\pi} \end{aligned}$$

$$\mathbf{36\pi + 36\pi + 2\pi = (36 + 36 + 2)\pi = 74\pi}$$

El volumen total de la haltera es $\mathbf{74\pi\ in^3}$**.**

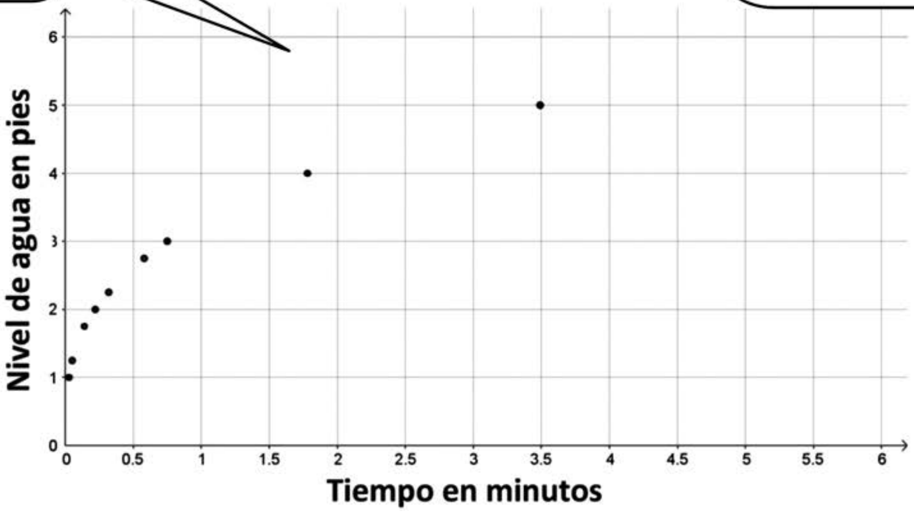
1. Completa la tabla a continuación para más intervalos de niveles de agua del cono discutidos en clase. Después, ubica los datos en un plano cartesiano.

Tiempo (en minutos)	Nivel de agua (en pies)
0.028	1
0.055	1.25
0.15	1.75
0.22	2
0.32	2.25
0.58	2.75
0.75	3
1.78	4
3.49	5

Ya sé cuáles son algunos de los tiempos que requiere llenar el cono del trabajo que hice en clase.

Usaré la proporción $\frac{3}{\text{radio}} = \frac{7.5}{\text{nivel de agua}}$ para encontrar el radio así como lo hicimos en clase. Después, voy a determinar el volumen del cono con el radio que acabo de determinar. Voy a dividir esta cantidad por la tasa, 6 ft^3 por minuto, en la cual el cono se llena para darme el tiempo que requiere llenar el cono a las alturas dadas.

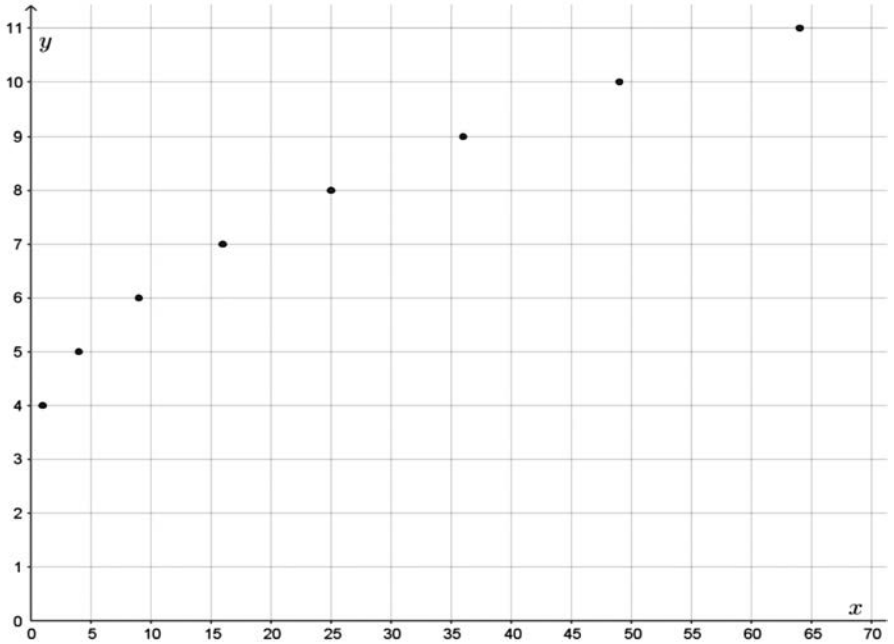
Voy a agregarle a la gráfica que empezamos en clase.



2. Completa la tabla a continuación y ubica los datos en un plano cartesiano. Compara las gráficas de los Problemas 1 y 2. ¿Qué notas? Si pudieras escribir una regla para describir la función de la tasa de cambio del nivel de agua del cono, ¿qué podría incluir la regla?

> Todas las entradas son cuadrados perfectos. Necesito agregar 3 al resultado de $\sqrt{x}$ para cada una de las salidas.

x	$\sqrt{x}+3$
1	**4**
4	**5**
9	**6**
16	**7**
25	**8**
36	**9**
49	**10**
64	**11**



Las gráficas tienen una forma semejante. La regla que describe la función para la tasa de cambio probablemente incluye una raíz cuadrada. Ya que las gráficas de las funciones son las gráficas de ciertas ecuaciones donde sus entradas y salidas son puntos en un plano cartesiano, tiene sentido que la regla que produce tal curva fuera una gráfica de alguna clase de raíz cuadrada.

1. Supón que una escalera mide 12 pies de largo y que la parte superior de la escalera se está resbalando por la pared a un ritmo de 0.9 ft por segundo. Calcula la tasa de cambio promedio en la posición de la parte inferior de la escalera durante los intervalos de tiempo de 0 a 0.5 segundos, 3 a 3.5 segundos, 7 a 7.5 segundos, 9.5 a 10 segundos y 12 a 12.5 segundos. ¿Cómo interpretas estos números?

Puedo usar una calculadora para que me ayude con la sustitución de la entrada, t, en la ecuación para obtener la salida, d.

Entrada t	**Salida** $d = \sqrt{144 - (12 - 0.9t)^2}$
0	$\sqrt{0} = 0$
0.5	$\sqrt{10.60} \approx 3.26$
3	$\sqrt{57.51} \approx 7.58$
3.5	$\sqrt{65.68} \approx 8.1$
7	$\sqrt{111.51} \approx 10.56$
7.5	$\sqrt{116.44} \approx 10.79$
9.5	$\sqrt{132.1} \approx 11.49$
10	$\sqrt{135} \approx 11.62$
12	$\sqrt{142.56} \approx 11.94$
12.5	$\sqrt{143.44} \approx 11.98$

Hicimos un ejemplo como este en clase en el que d representaba la distancia de la parte inferior de la escalera a la esquina donde la pared intersecaba el piso.

La tasa de cambio promedio entre 0 y 0.5 segundos es

$$\frac{3.26 - 0}{0.5 - 0} = \frac{3.26}{0.5} = 6.52.$$

La tasa de cambio promedio entre 3 y 3.5 segundos es

$$\frac{8.1 - 7.58}{3.5 - 3} = \frac{0.52}{0.5} = 1.04.$$

La tasa de cambio promedio entre 7 y 7.5 segundos es

$$\frac{10.79 - 10.56}{7.5 - 7} = \frac{0.23}{0.5} = 0.46.$$

Las tasas promedio no son las mismas a lo largo de los intervalos de tiempo. Esto significa que la escalera no se está deslizando por la pared a una velocidad constante. Esto significa que la tasa de cambio promedio no es lineal.

La tasa de cambio promedio entre* 9.5 *y* 10 *segundos es

$$\frac{\mathbf{11.62 - 11.49}}{\mathbf{10 - 9.5}} = \frac{\mathbf{0.13}}{\mathbf{0.5}} = \mathbf{0.26.}$$

La tasa de cambio promedio entre* 12 *y* 12.5 *segundos es

$$\frac{\mathbf{11.98 - 11.94}}{\mathbf{12.5 - 12}} = \frac{\mathbf{0.04}}{\mathbf{0.5}} = \mathbf{0.08.}$$

Las tasas promedio son más pequeñas a medida que la escalera se desliza por la pared.

La velocidad promedio muestra que la tasa de cambio en la posición de la parte inferior de la escalera no es lineal. Adicionalmente, muestra que la tasa de cambio en la posición en la parte inferior de la escalera es rápida al principio, 6.52 pies por segundo en el primer medio segundo de movimiento, y después desacelera a 0.08 pies por segundo en el intervalo de medio segundo de 12 a 12.5 segundos.

2. ¿Alguna longitud de la escalera, L, y alguna velocidad constante del deslizamiento de la parte superior de la escalera v ft. por segundo, llegan a producir una tasa constante de cambio en la posición de la parte inferior de la escalera? Explica.

No, la tasa de cambio en la posición de la parte inferior de la escalera nunca será constante. Mostramos que si la tasa fuera constante, habría movimiento en el último segundo del deslizamiento de la escalera por la pared que colocaría la escalera en una ubicación imposible. Es decir, si la tasa de cambio fuera constante, entonces la parte inferior de la escalera estaría en una ubicación que excede la longitud de la escalera. También, determinamos que la distancia entre la parte inferior de la escalera y la pared a lo largo de un periodo de tiempo se puede encontrar usando la fórmula $d = \sqrt{L^2 - (L - vt)^2}$, la cual es una ecuación no lineal. Ya que las gráficas de las funciones son iguales a la gráfica de una cierta ecuación, la gráfica de la función representada por la fórmula $d = \sqrt{L^2 - (L - vt)^2}$ no es una línea, y la tasa de cambio en la posición en la parte inferior de la escalera no es constante.

Intenté este experimento con un libro y pude ver que el libro se deslizó por la pared rápidamente al principio pero desaceleró cuando dio con el piso.

En clase aprendimos que la ecuación $d = \sqrt{L^2 - (L - vt)^2}$ no es lineal. Esto significa que las tasas de cambio promedio no van a ser constantes.