Una historia de proporciones®

Eureka Math™

8.º grado Módulo 2

Archivo del estudiante_A

Cuaderno de trabajo del estudiante

Este archivo contiene:

- G8-M2 Trabajo en clase
- G8-M2 Grupos de problemas

Publicado por la organización sin fines de lucro Great Minds.

Impreso en EE. UU.
Este libro puede comprarse directamente en la editorial en eureka-math.org
10 9 8 7 6 5 4 3 2

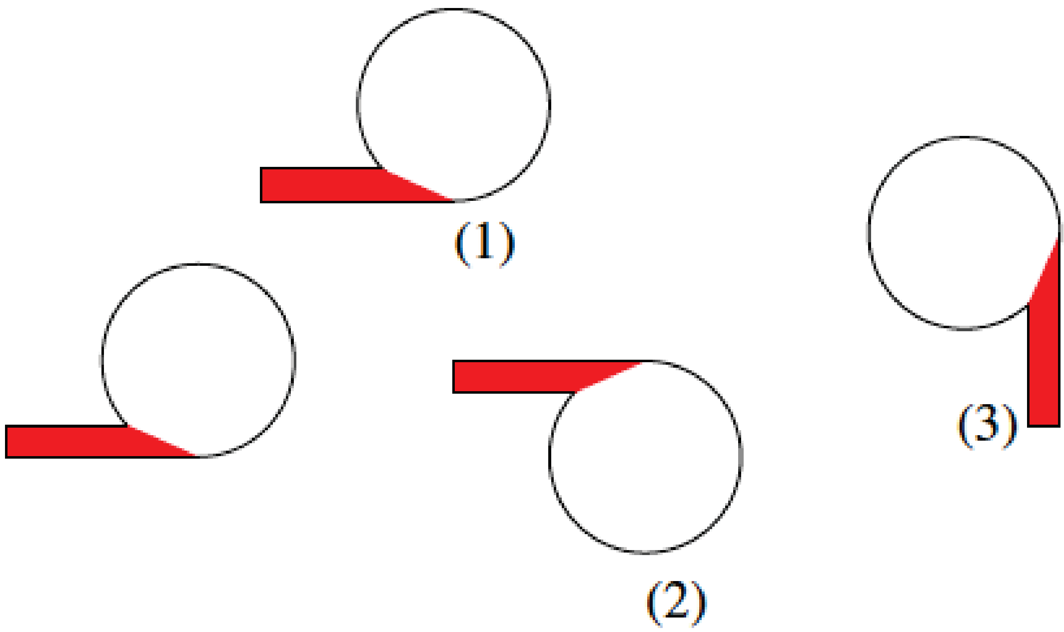
G8-M2-SFA-1.1.0-07.2017

Lección 1: ¿Por qué mover las cosas de lugar?

Trabajo en clase

Desafío exploratorio

a. Describe, de manera intuitiva, qué tipo de transformación se requiere para mover la figura de la izquierda a cada una de las figuras (1)-(3) de la derecha. Para participar en este ejercicio, usa una transparencia para copiar la figura de la izquierda.
Nota: Comienza moviendo la figura de la izquierda a cada una de las ubicaciones en (1), (2), y (3).



b. Dados dos segmentos, $\boldsymbol{AB}$ y $\boldsymbol{CD}$, que pueden estar muy lejos uno del otro, ¿cómo podemos saber si tienen la misma longitud sin medirlos individualmente? ¿Crees que tienen la misma longitud? ¿Cómo puedes comprobarlo? En otras palabras, ¿por qué crees que necesitamos mover las cosas en el plano?

Resumen de la lección

Una transformación F del plano es una función que asigna a cada punto P del plano de un punto $F(P)$ en el plano.

- Por definición, el símbolo $F(P)$ denota un punto simple específico, sin ambigüedades.
- El punto $F(P)$ se llama la imagen de P de F. A veces la imagen de P de F se denota simplemente como P' (se lee "P primo").
- La transformación F se dice que a veces se “mueve” el punto P al punto $F(P)$.
- También decimos F describe P a $F(P)$.

En este módulo, vamos a interesarnos sobre todo en las transformaciones que se dan por reglas, es decir, un conjunto de instrucciones paso a paso que se pueden aplicar a cualquier punto P en el plano para obtener su imagen.

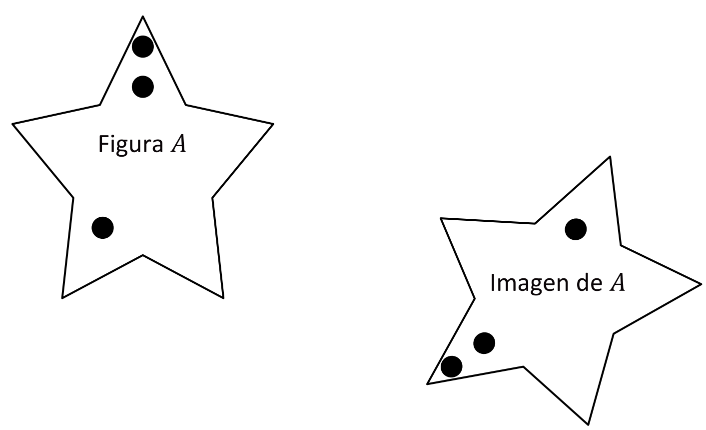
Si dos puntos dados P y Q, la distancia entre las imágenes $F(P)$ y $F(Q)$ es la misma que la distancia entre los puntos originales P y Q, entonces, la transformación F conserva la distancia o preserva la distancia.

- Una transformación con preservación de distancia se llama *movimiento rígido* (o *isometría*), el nombre sugiere que mueve los puntos del plano alrededor de una manera rígida.

Grupo de problemas

1. Utilizando nuestro nuevo vocabulario tanto como se pueda, trata de describir lo que se ve en el siguiente diagrama.

2. Describe, de manera intuitiva, qué tipo de transformación se requiere para mover la figura de la izquierda A a su imagen de la derecha.

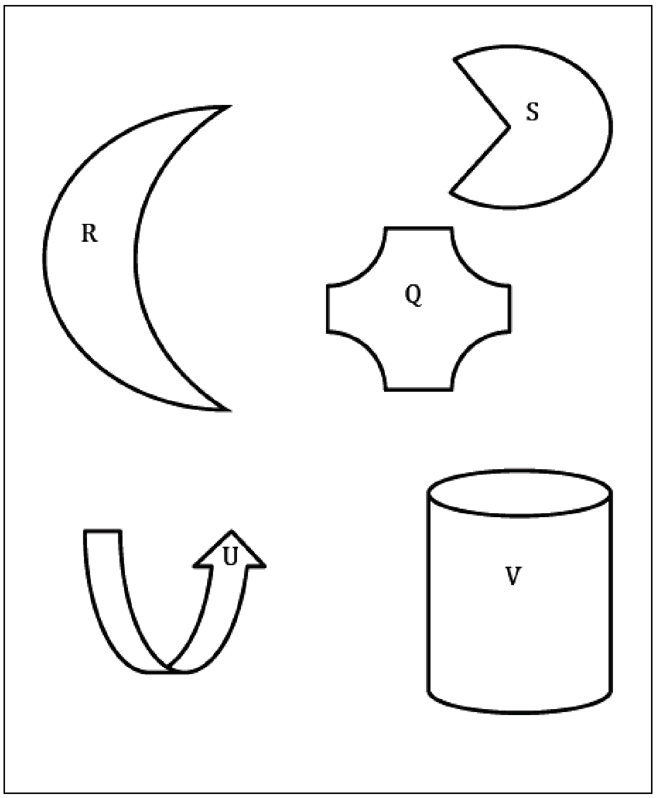


Lección 2: Definir la traslación y tres propiedades básicas

Trabajo en clase

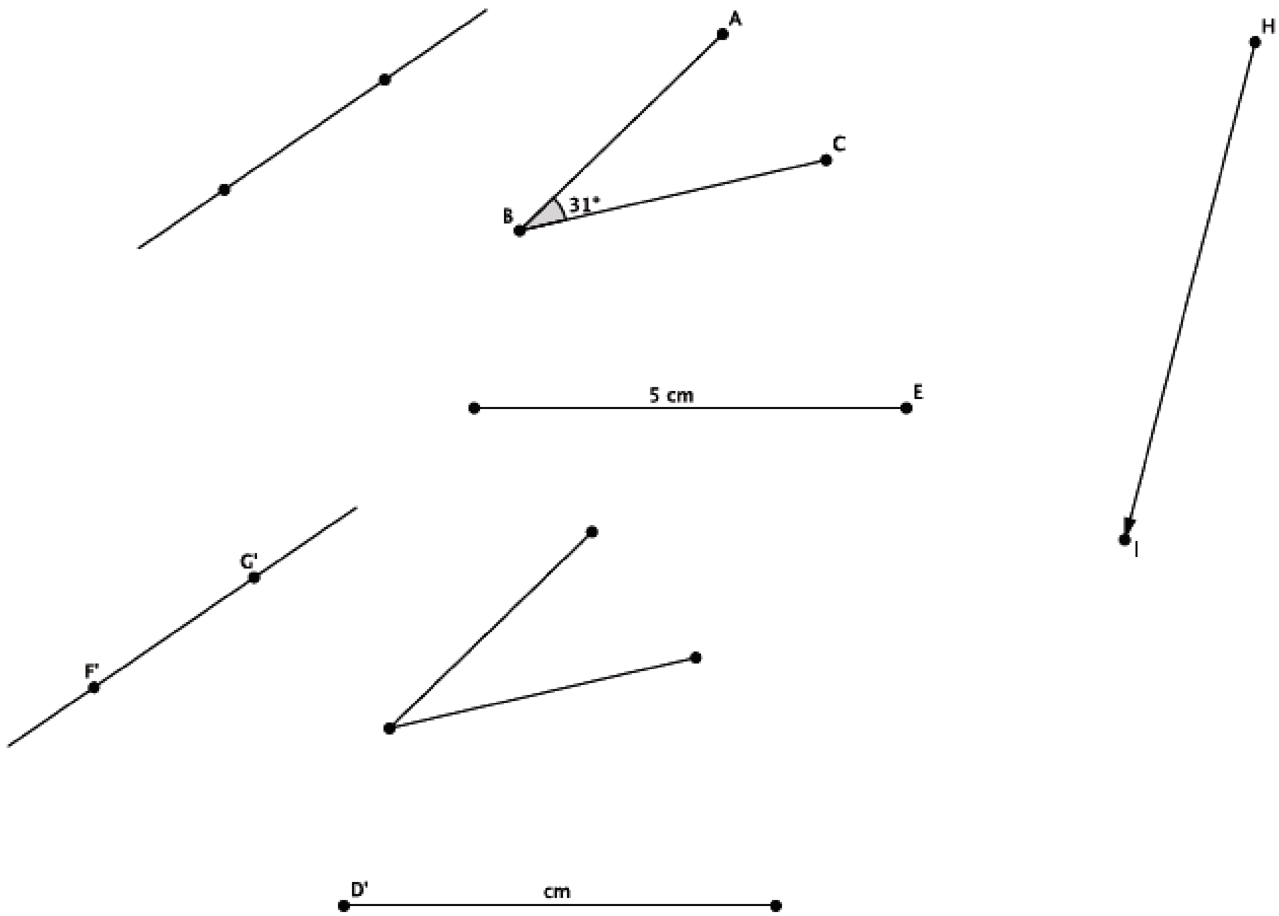
Ejercicio 1

Dibuja al menos tres vectores diferentes y muestra cómo se vería una traslación del plano a lo largo de cada vector. Describe lo que sucede a las siguientes figuras bajo cada traslación usando el vocabulario y la notación apropiados según sea necesario.



Ejercicio 2

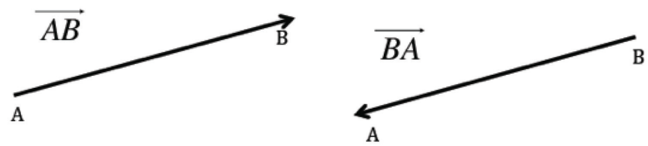
El diagrama a continuación muestra las figuras y sus imágenes bajo una traslación a lo largo de $\overrightarrow{HI}$. Usa las figuras originales y las imágenes trasladadas para llenar las etiquetas faltantes de los puntos y las medidas.



Resumen de la lección

La traslación se produce a lo largo de un vector dado:

- **Un *vector* es un segmento de línea dirigido, es decir, es un segmento con una dirección dada mediante la conexión de uno de sus extremos (llamado *punto inicial o punto de partida*) al otro extremo (llamado *punto terminal* o simplemente el *punto final*). Con frecuencia se representa como una "flecha" con una "cola" y una "punta".**
- **La longitud de un *vector* es, por definición, la longitud de su segmento subyacente.**
- **Pictóricamente señale los puntos de partida y finales:**



Una traslación de un plano a lo largo de un vector dado es un movimiento rígido básico de un plano.

Las tres propiedades básicas de la traslación son los siguientes:

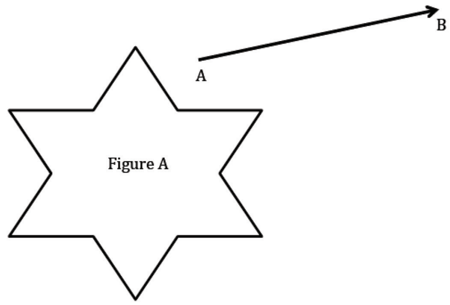
(Traslación 1) Una traslación mapea una línea a una línea, una raya a una raya, un segmento a un segmento, y un ángulo a un ángulo.
(Traslación 2) Una traslación conserva las longitudes de segmentos.
(Traslación 3) Una traslación conserva los grados de ángulos.

Terminología

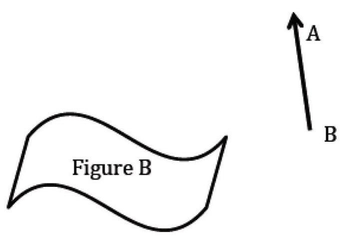
TRASLACIÓN (descripción): Para un vector $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$, una *traslación* a lo largo $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ es la transformación del plano que mapea cada punto $\boldsymbol{C}$ del plano a su imagen $\boldsymbol{C}'$ de modo que la línea $\overleftrightarrow{\boldsymbol{CC}'}$ es paralela al vector (o lo contiene), y el vector $\overrightarrow{\boldsymbol{CC}'}$ apunta en la misma dirección y tiene la misma longitud que el vector $\overrightarrow{AB}$.

Grupo de problemas

1. Traslada el plano que contiene la Figura $\boldsymbol{A}$ a lo largo de $(\boldsymbol{AB})^{\rightarrow}$. Usa tu transparencia para dibujar la imagen de la Figura $\boldsymbol{A}$ por esta traslación. Marca los puntos en la figura $\boldsymbol{A}$, y etiqueta la imagen de la Figura $\boldsymbol{A}$ acordemente.



2. Traslada el plano que contiene la Figura B a lo largo de $\overrightarrow{\boldsymbol{BA}}$. Usa tu transparencia para dibujar la imagen de la Figura B por esta traslación. Marca los puntos en la figura B, y etiqueta la imagen de la Figura B acordemente.



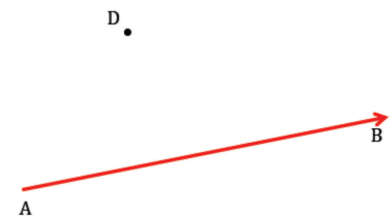
3. Dibuja un ángulo agudo (con los grados de tu elección), un segmento con longitud $\mathbf{3\ cm}$, un punto, un círculo con radio $\mathbf{1\ in}$, y un vector (con la longitud de tu elección, es decir, el punto de partida y el punto final). Etiqueta los puntos y las medidas (las mediciones no tienen que ser precisas, pero tu figura debe estar etiquetada correctamente). Usa tu transparencia para trasladar todas las figuras que has dibujado a lo largo del vector. Dibuja las imágenes de las figuras trasladadas y etiquétalas.

4. ¿Cuál es la longitud del segmento trasladado? ¿Cómo esta longitud se compara a la longitud del segmento original? Explique.

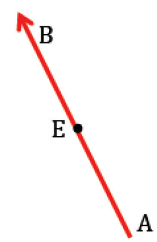
5. ¿Cuál es la longitud del radio en el círculo trasladado? ¿Cómo esta longitud de radio se compara al radio del círculo original? Explique.

6. ¿Cuál es el grado del ángulo trasladado? ¿Cómo este grado se compara al grado del ángulo original? Explique.

7. Traslada el punto D a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$, y etiqueta la imagen D'. ¿Qué notas acerca de la línea que contiene el vector $\overrightarrow{AB}$ y la línea que contiene los puntos D y D'? (Pista: ¿Las líneas alguna vez se cruzarán?)



8. Traslada el punto E a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$, y etiqueta la imagen E'. ¿Qué notas acerca de la línea que contiene el vector $\overrightarrow{AB}$ y la línea que contiene los puntos E y E'?

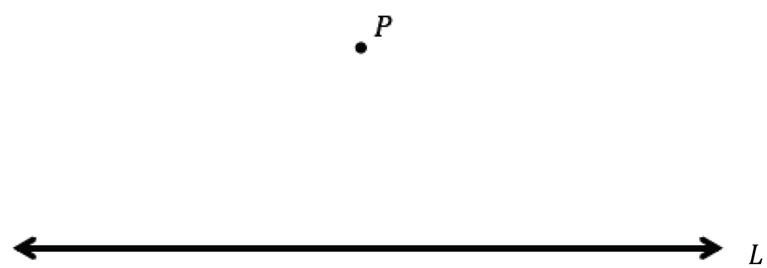


Lección 3: Traslación de rectas

Trabajo en clase

Ejercicios

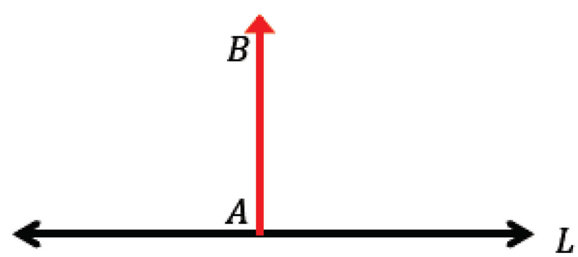
1. Dibuja una línea que pasa por el punto P que es paralela a la línea L. Dibuja una segunda línea que pasa por el punto P que es paralela a la línea L y distinta (es decir, diferente) de la primera. ¿Qué notan?



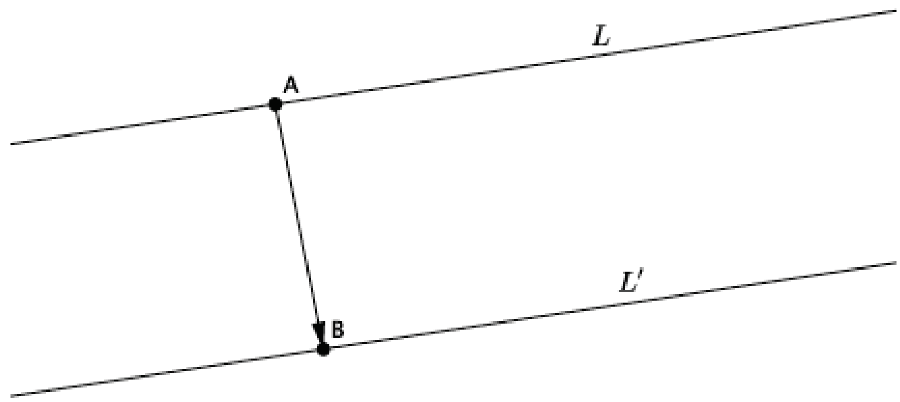
2. Traslada la línea L a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$. ¿Qué notas sobre L y su imagen, L'?

3. La línea L es paralela al vector $\overrightarrow{AB}$. Traslada la línea L a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$. ¿Qué notas sobre L y su imagen, L'?

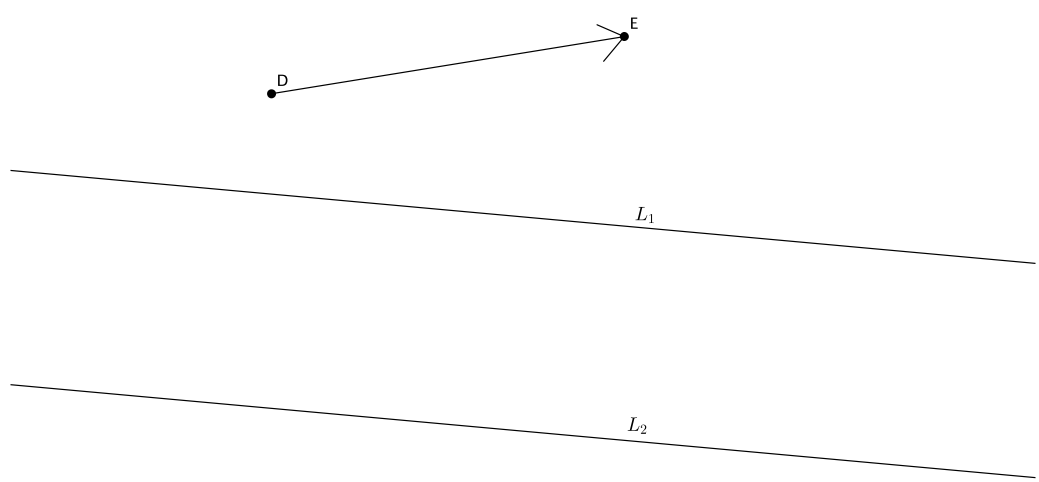
4. Traslada la línea L a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$. ¿Qué notas sobre L y su imagen, L'?



5. La línea L se ha trasladado a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$, resultando en L'. ¿Qué sabes sobre las líneas L y L'?



6. Traslada L_1 y L_2 a lo largo del vector $\overrightarrow{DE}$. Marca las imágenes de las líneas. Si las líneas L_1 y L_2 son paralelas, ¿qué sabes sobre sus imágenes trasladadas?

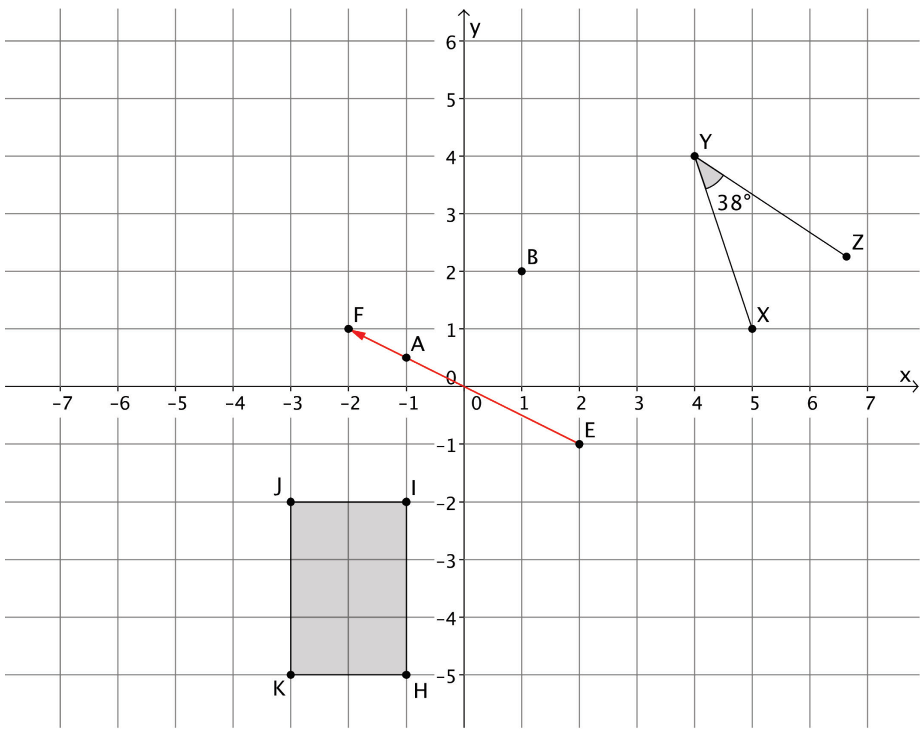


Resumen de la lección

- Dos líneas en el plano son paralelas si no se intersectan.
- Las traslaciones trazan líneas paralelas a líneas paralelas.
- Dada una línea L y un punto P que no se encuentra en L, hay una línea única pasando a través de P y que es paralela a L.

Grupo de problemas

1. Traslada $\triangle XYZ$, el punto A, el punto B, y el rectángulo $HIJK$ a lo largo del vector $\overrightarrow{EF}$. Traza las imágenes y marca todos los puntos usando la notación primaria.



2. ¿Cuál es la medida de la imagen trasladada de $\triangle XYZ$? ¿Cómo lo sabes?

3. Conecta B a B'. ¿Qué sabes acerca de la línea que contiene el segmento formado por BB' y el vector que contiene la línea $\overrightarrow{EF}$?

4. Conecta A a A'. ¿Qué sabes acerca de la línea que contiene el segmento formado por AA' y el vector que contiene la línea $\overrightarrow{EF}$?

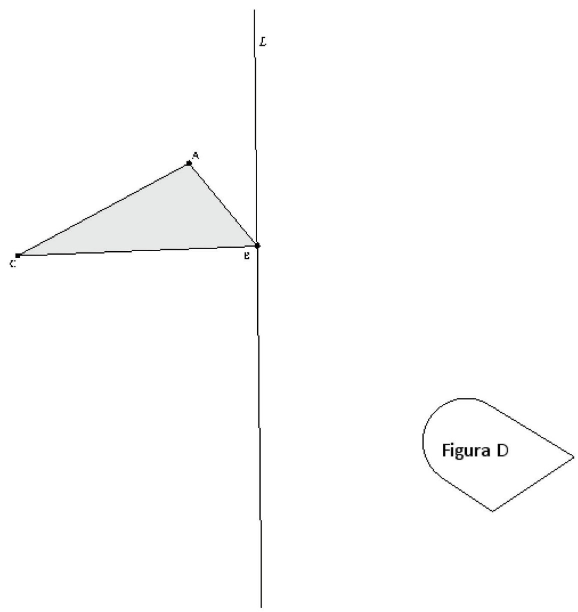
5. Dado que la figura $HIJK$ es un rectángulo, ¿qué sabes acerca de las líneas que contienen los segmentos HI y JK y sus imágenes trasladadas? Explica.

Lección 4: Definir la reflexión y propiedades básicas

Trabajo en clase

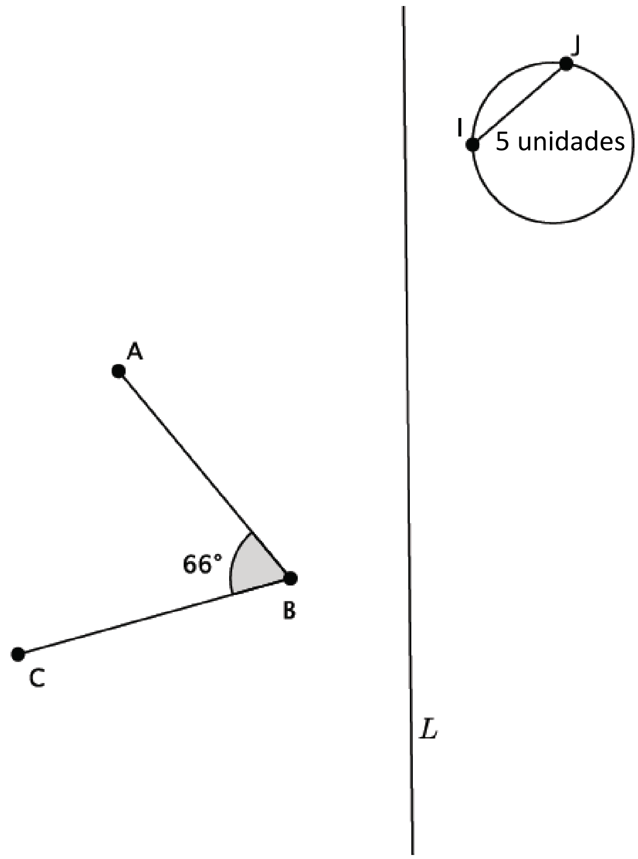
Ejercicios

1. Refleja $\triangle ABC$ y la Figura D a través de la línea L. Etiqueta las imágenes reflejadas.



2. ¿Qué figura(s) no se movieron a una nueva ubicación en el plano en esta transformación?

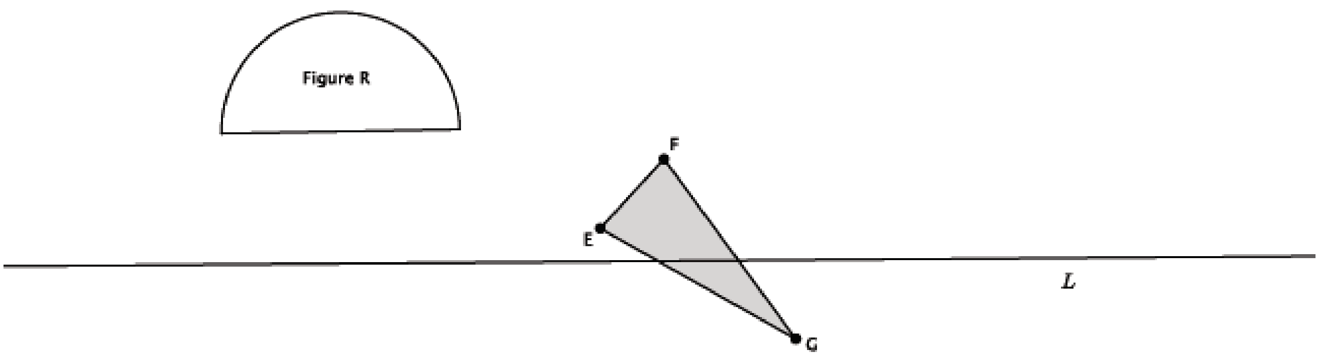
3. Refleja las imágenes a través de la línea L. Etiqueta las imágenes reflejadas.



4. Responde a las preguntas sobre la imagen de arriba.
   a. Usa un transportador para medir $\angle ABC$ reflejado. ¿Qué notas?

   b. Use una regla para medir la longitud de IJ y la longitud de la imagen de IJ después de la reflexión. ¿Qué notan?

5. Refleja la Figura R y $\triangle EFG$ a través de la línea L. Etiqueta las imágenes reflejadas.



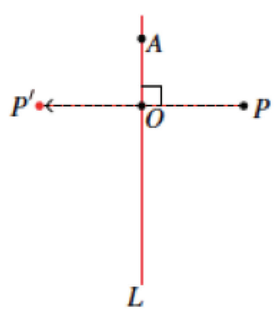
Propiedades básicas de la reflexión:

(Reflexión 1) Una reflexión mapea una línea a una línea, una raya a una raya, un segmento a un segmento y un ángulo a un ángulo.

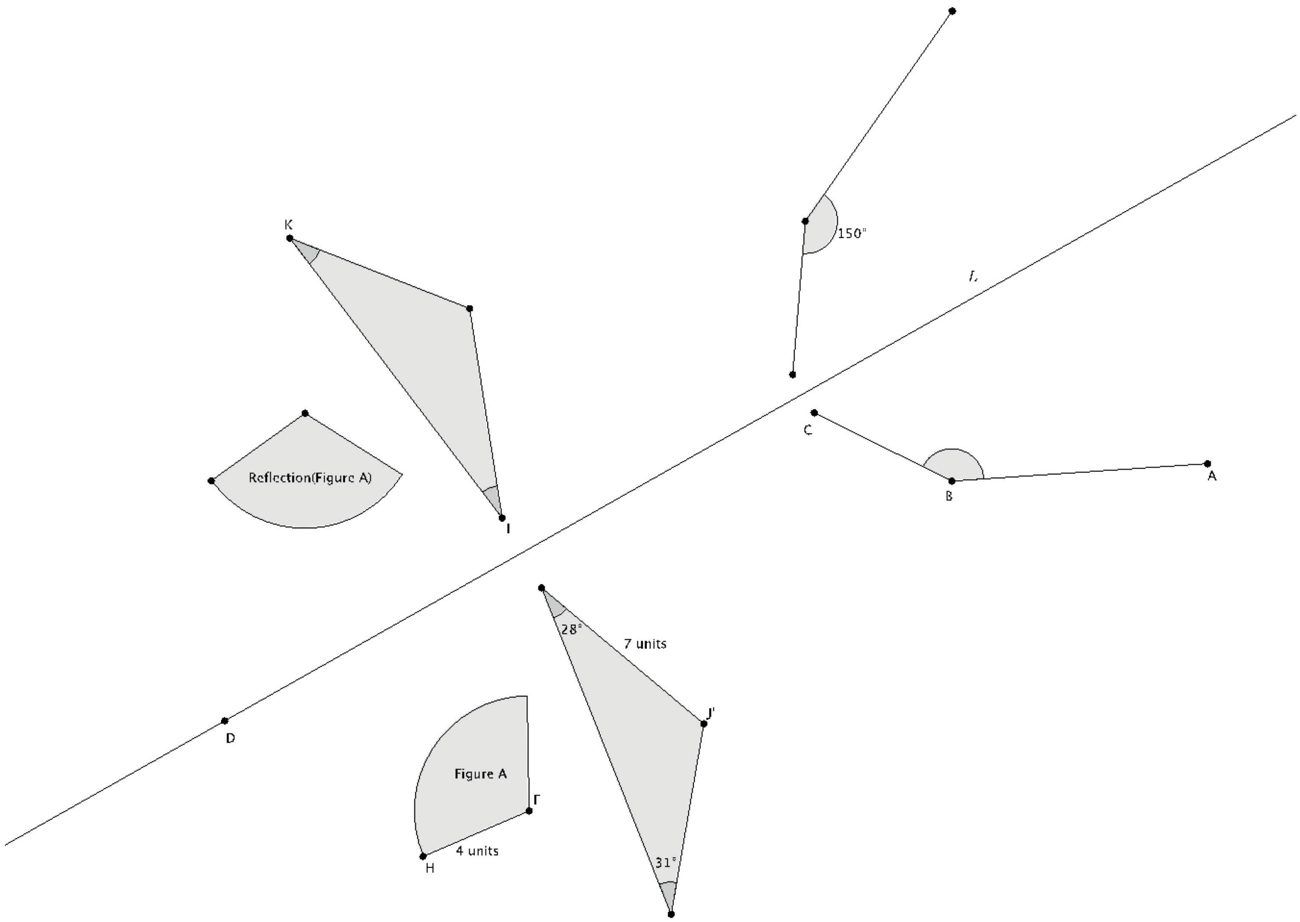
(Reflexión 2) Una reflexión conserva las longitudes de los segmentos.

(Reflexión 3) Una reflexión conserva los grados de los ángulos.

Si la reflexión es a través de una línea L y P es un punto exterior a L, entonces L biseca y es perpendicular al segmento PP', uniendo P a su imagen reflejada P'. Es decir, las longitudes de OP y OP' son iguales.



Usa la imagen de abajo para los Ejercicios 6-9.



6. Usa la imagen para etiquetar los puntos sin nombrar.

7. ¿Cuál es la medida de $\angle JKI$? ¿$\angle KIJ$? ¿$\angle ABC$? ¿Cómo lo sabes?

8. ¿Cuál es la longitud del segmento $Reflexión\ (FH)$? ¿IJ? ¿Cómo lo sabes?

9. ¿Cuál es la ubicación de $Reflexión\ (D)$? Explica.

Resumen de la lección

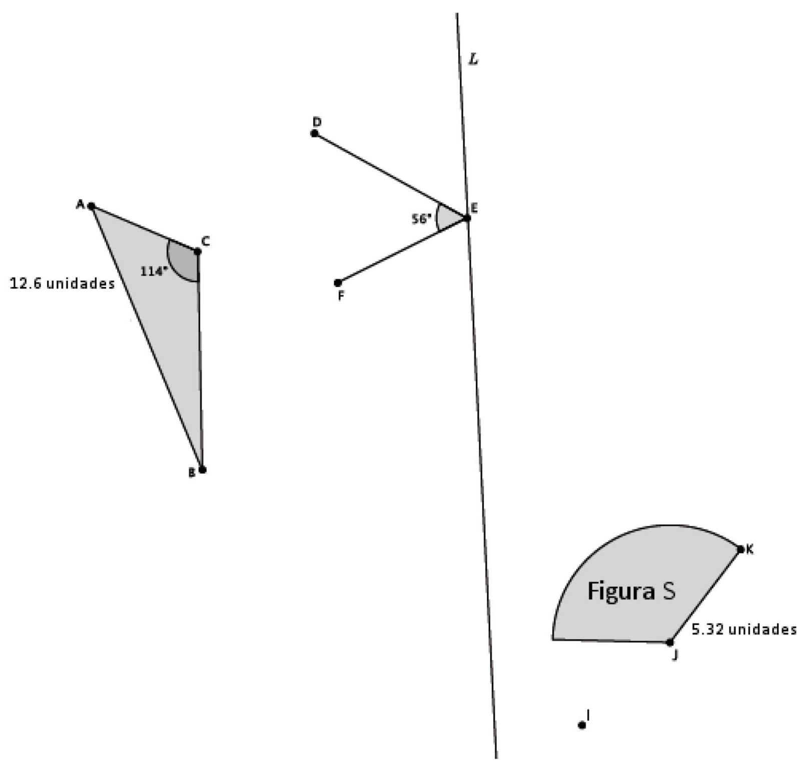
- Una reflexión es otro tipo de movimiento rígido básico.
- Una reflexión a través de una línea mapea un semiplano a otro semiplano; es decir, mapea puntos de un lado de la línea al otro lado de la línea. La reflexión mapea cada punto en la línea a sí mismo. La línea que se refleja se llama la línea de reflexión.
- Cuando un punto, P se une con su reflexión, P' para formar el segmento PP', la línea de reflexión biseca y es perpendicular al segmento PP'.

Vocabulario

REFLEXIÓN (descripción): Dada una línea L en el plano, una reflexión *a través de* L es la transformación del plano que mapea cada punto en la línea L a sí mismo y mapea cada punto restante P del plano a su imagen P' de tal manera que L es la bisectriz perpendicular del segmento PP'.

Grupo de problemas

1. En la imagen de abajo, $\angle DEF = 56°$, $\angle ACB = 114°$, $AB = 12.6$ unidades, $JK = 5.32$ unidades, el punto E está en la línea L, y el punto I está fuera de la línea L. Que haya una reflexión a través de la línea L. Refleja y etiqueta cada una de las figuras y responde las preguntas que siguen.



2. ¿Cuál es la medida de $Reflexión\ (\angle DEF)$? Explica.

3. ¿Cuál es la longitud de $Reflexión\ (JK)$? Explica.

4. ¿Cuál es la medida de $Reflexión\ (\angle ACB)$?

5. ¿Cuál es la longitud de $Reflexión\ (AB)$?

6. Dos figuras en la imagen no se movieron en la reflexión. Nombra las dos figuras y explica por qué no se movieron.

7. Conecta los puntos I y I'. Nombre del punto de intersección del segmento con la línea del punto de reflejo Q. ¿Qué sabes acerca de las longitudes de los segmentos IQ y QI''?

Lección 5: Definir la rotación y propiedades básicas

Trabajo en clase

Ejercicios

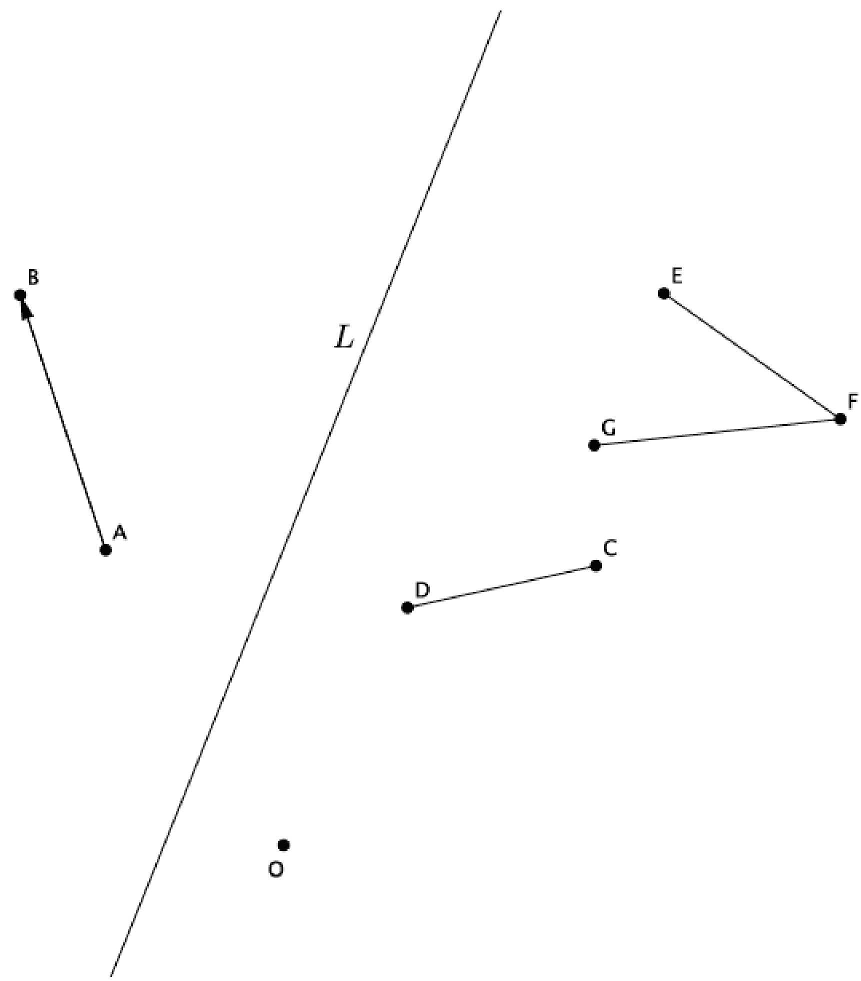
1. Sea una rotación de d grados alrededor del centro O. Sea P un punto diferente de O. Selecciona d de manera que $d \geq 0$. Encuentra P' (es decir, el punto de rotación P) usando una transparencia.

2. Sea una rotación de d grados alrededor del centro O. Sea P un punto diferente de O. Selecciona d de manera que $d < 0$. Encuentra P' (es decir, el punto de rotación P) usando una transparencia.

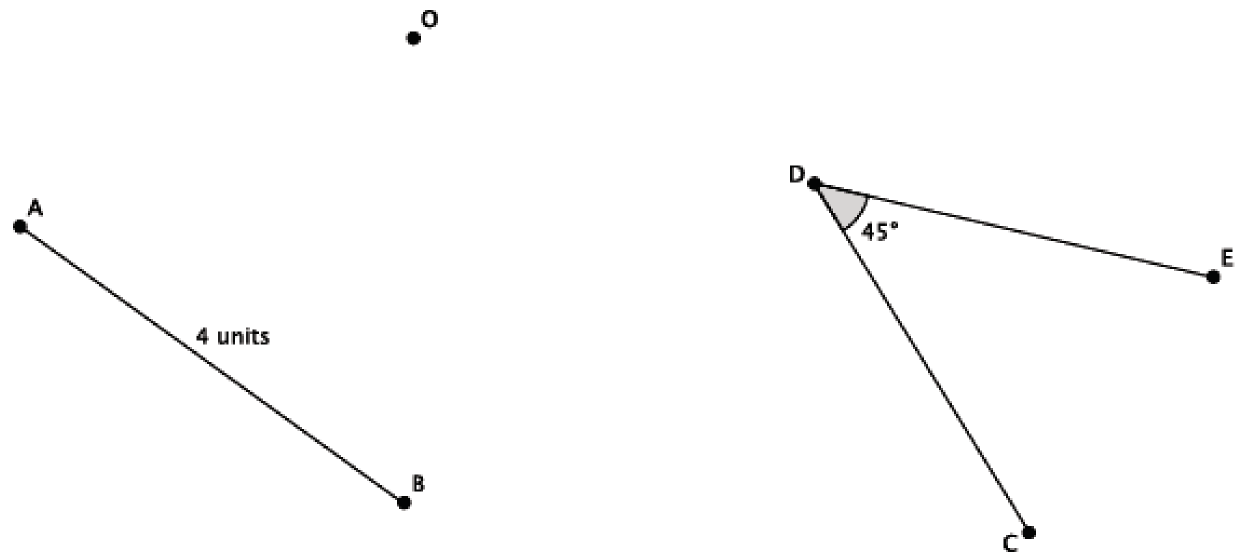
3. ¿En qué dirección rotó el punto $\boldsymbol{P}$ cuando $\boldsymbol{d} \geq \boldsymbol{0}$?

4. ¿En qué dirección rotó el punto $\boldsymbol{P}$ cuando $\boldsymbol{d} < \boldsymbol{0}$?

5. Sea L una línea, $\overrightarrow{AB}$ una raya, $\overline{CD}$ un segmento y $\angle EFG$ un ángulo, como se muestra. Sea una rotación de d grados alrededor del punto O. Encuentra las imágenes de todas las figuras cuando $d \geq 0$.



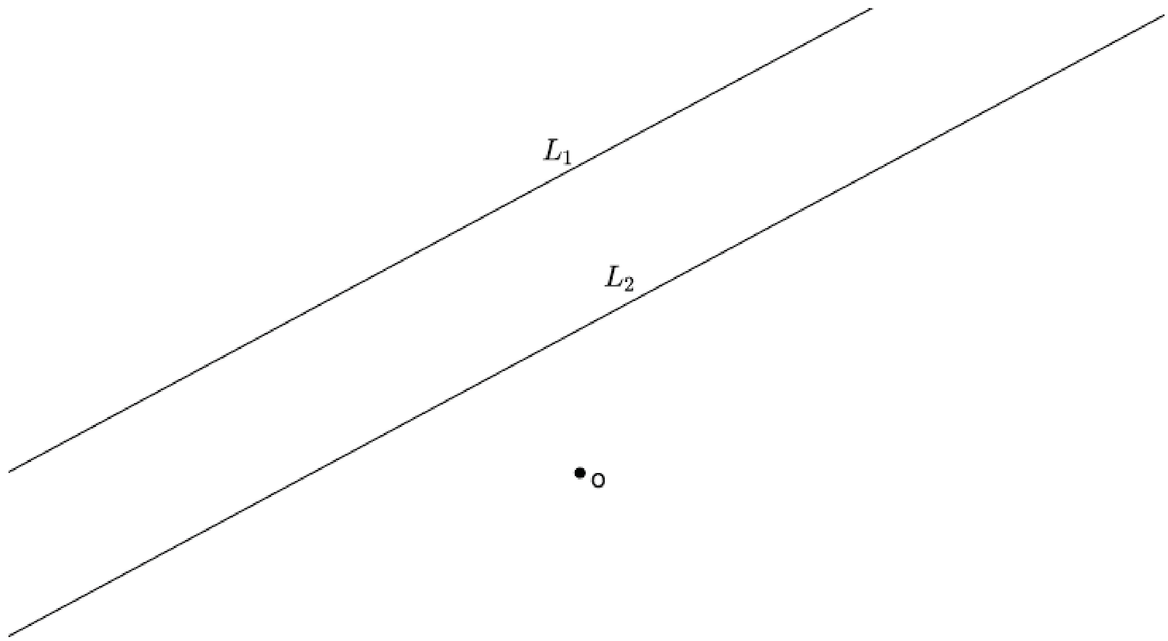
6. Sea $\overline{AB}$ un segmento de 4 unidades de longitud y sea $\angle CDE$ un ángulo de $45°$. Sea una rotación de d grados, donde $d < 0$, alrededor de O. Encuentra las imágenes de las figuras proporcionadas. Responde las preguntas que siguen.



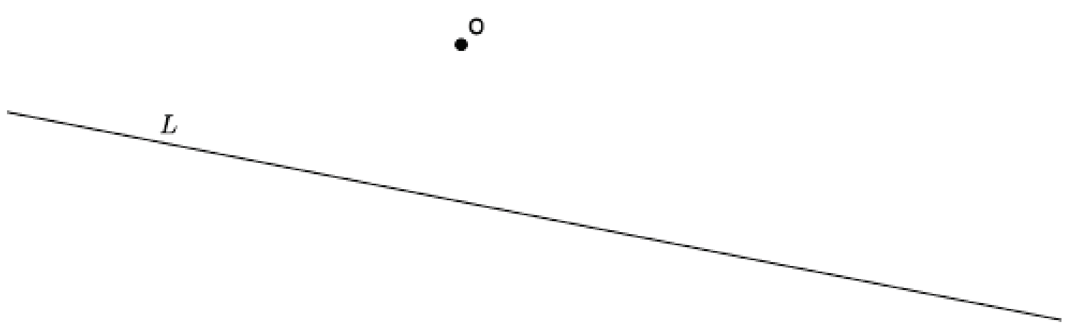
a. ¿Cuál es la longitud del segmento rotado, $Rotación\ (AB)$?

b. ¿Cuál es el grado del ángulo rotado, $Rotación\ (\angle CDE)$?

7. Sean L_1 y L_2 líneas paralelas. Sea una rotación de d grados, donde $-360 < d < 360$, alrededor de O. ¿Es $(L_1)' \parallel (L_2)'$?



8. Sea L una línea y sea O el centro de rotación. Sea una rotación de d grados, donde $d \neq 180$, alrededor de O. ¿Son paralelas las líneas L y L'?



Resumen de la lección

Las rotaciones requieren información acerca del centro de rotación y el grado en que se va a rotar. Los grados de rotación positivos mueven la figura en la dirección contraria al sentido de las manecillas del reloj. Los grados de rotación negativos mueven la figura en la dirección del sentido de las manecillas del reloj.

Propiedades básicas de las rotaciones:

- (Rotación 1) Una rotación hace coincidir una línea con una línea, una raya con una raya, un segmento con un segmento y un ángulo con un ángulo.
- (Rotación 2) Una rotación conserva las longitudes de los segmentos.
- (Rotación 3) Una rotación conserva las medidas de los ángulos.

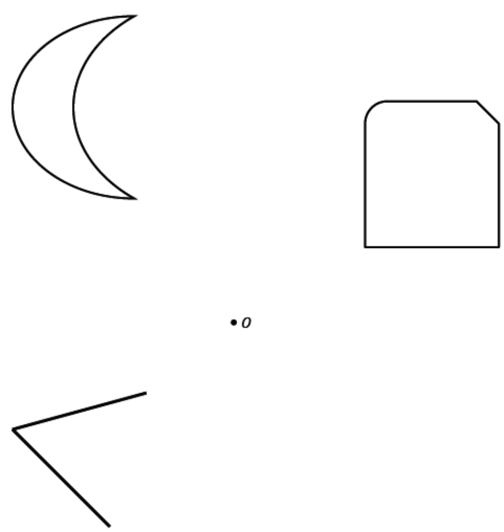
Cuando se rotan líneas paralelas, sus imágenes también son líneas paralelas. Una línea solo es paralela a sí misma cuando se rota exactamente $\mathbf{180}°$.

Vocabulario

ROTACIÓN (descripción): Para un número d entre 0 y 180, la *rotación de d grados alrededor del centro O* es la transformación del plano que hace coincidir un punto O consigo mismo y hace coincidir el otro punto restante P en el plano con sus imágenes P' en el medio plano de la raya $\overrightarrow{OP}$ en el sentido contrario a las manecillas del reloj para que P y P' estén a la misma distancia de O y la medida de $\angle P'OP$ sea de d grados.
El medio plano en el sentido contrario a las manecillas del reloj es el medio plano que está a la izquierda de $\overrightarrow{OP}$ cuando se mueve alrededor de $\overrightarrow{OP}$ en la dirección de O a P.

Grupo de problemas

1. Sea una rotación de $-90°$ alrededor de un centro O.



2. Explica por qué una rotación de $90°$ alrededor de cualquier punto O nunca hará coincidir una línea con una línea paralela a sí misma.

3. Un segmento con longitud de 94 cm se rotó d grados alrededor de un centro O. ¿Cuál es la longitud de segmento rotado? ¿Cómo lo sabes?

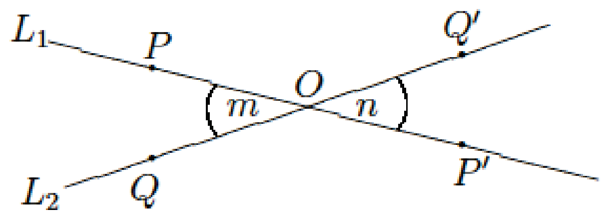
4. Un ángulo del tamaño de $124°$ ha sido rotado d grados alrededor de un centro O. ¿De qué tamaño es el ángulo rotado? ¿Cómo lo sabes?

Lección 6: Rotaciones de 180 grados

Trabajo en clase

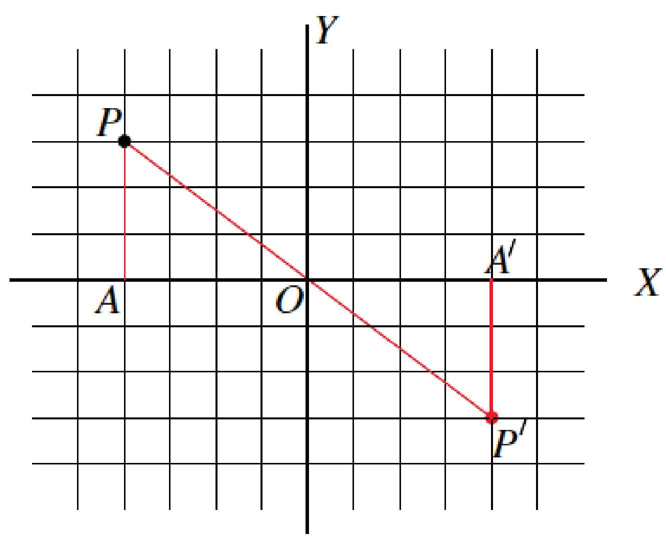
Ejemplo 1

La siguiente imagen muestra lo que sucede cuando se da una rotación de $180°$ en torno al centro O.



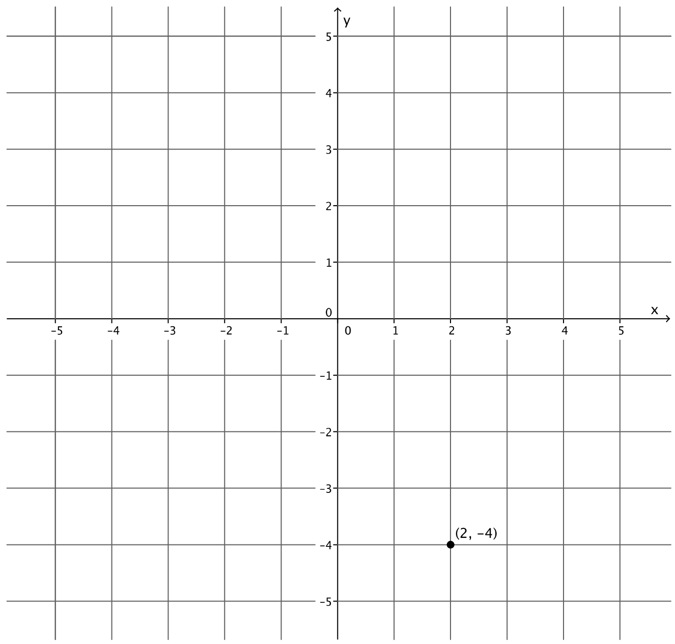
Ejemplo 2

La siguiente imagen muestra lo que sucede cuando se da una rotación de $180°$ en torno al centro O, el origen de plano de coordenadas.

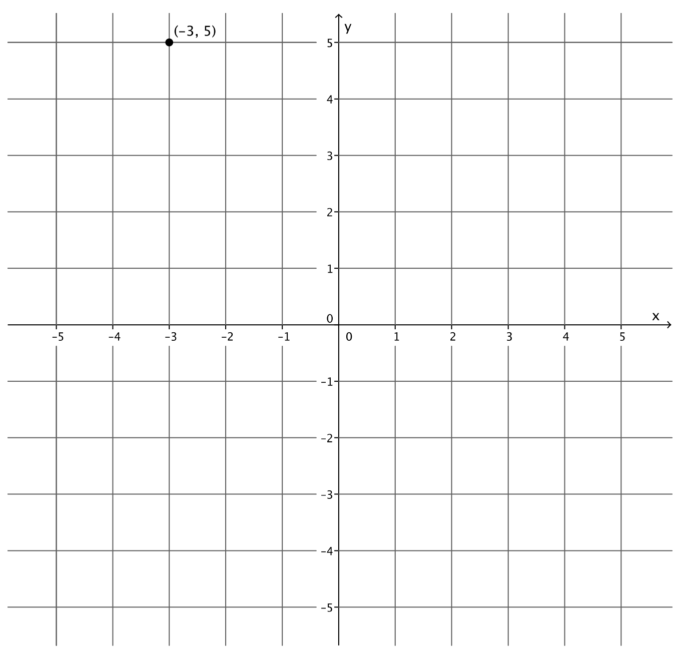


Ejercicios 1–9

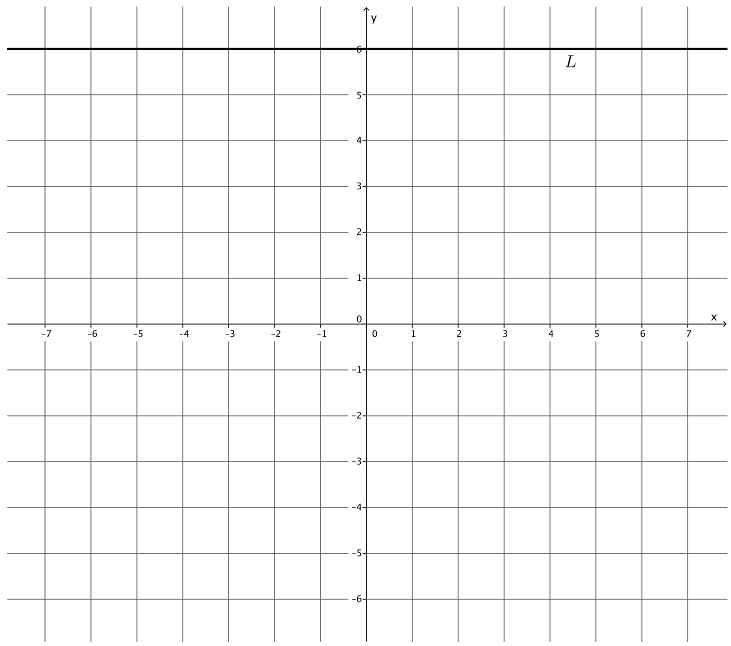
1. Usando tu transparencia, rota el plano 180^o, en torno al origen. Sea esta rotación $Rotación_0$. ¿Cuáles son las coordenadas de $Rotación_0(2, -4)$?



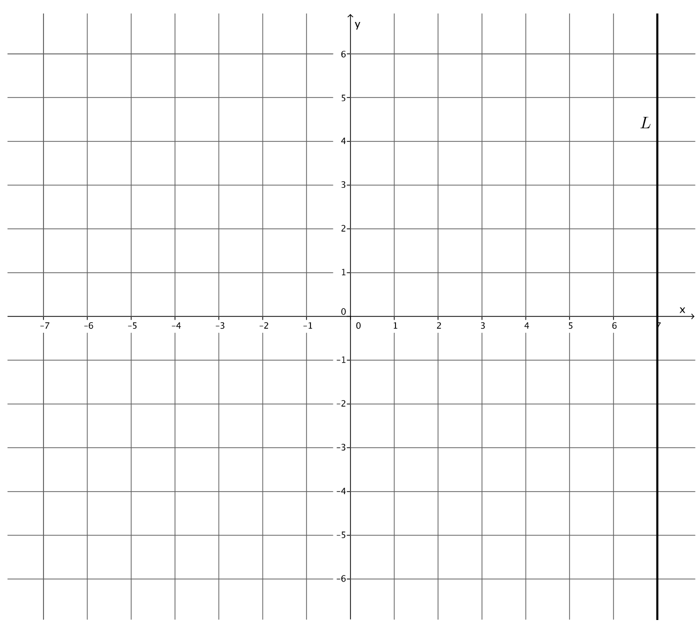
2. Sea $Rotación_0$ la rotación del plano en 180 grados en torno del origen. Sin usar la transparencia, encuentra $Rotación_0(-3, 5)$.



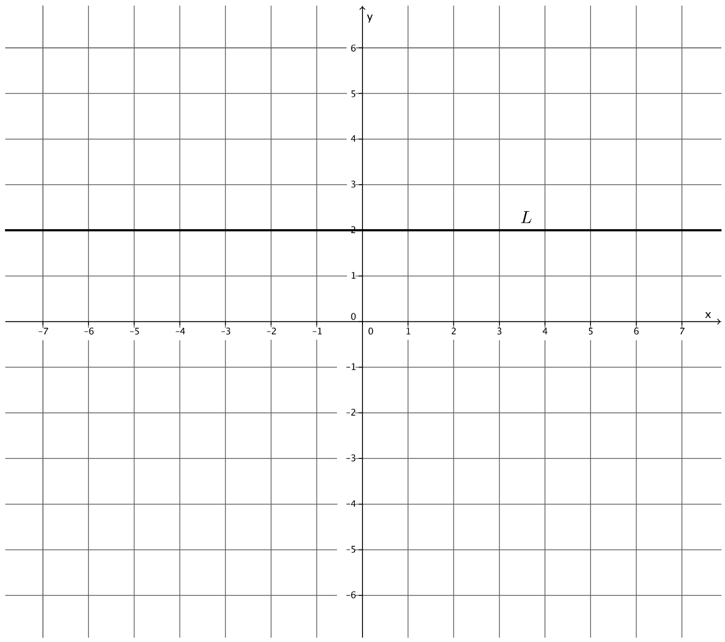
3. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180° en torno al origen. Sea L la línea que pasa por $(-6,6)$ paralela al eje x. Encuentra $Rotación_0(L)$. Usa tu transparencia, si es necesario.



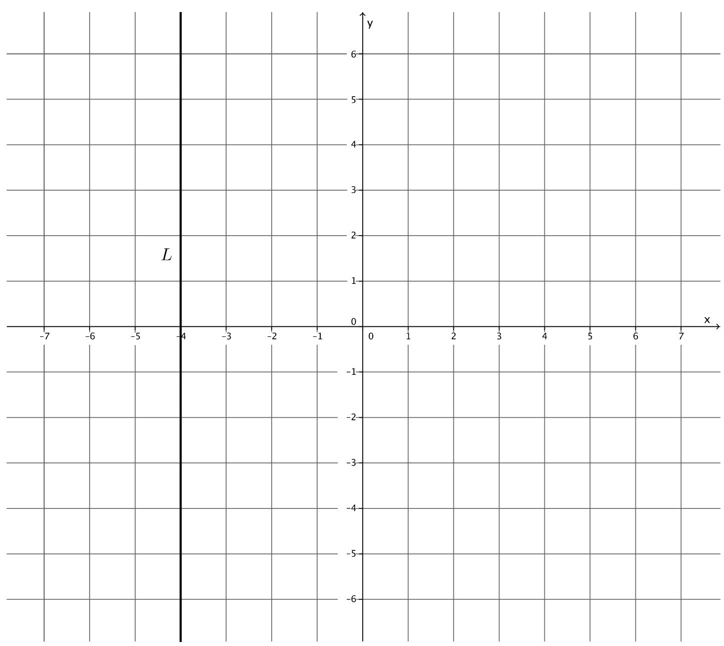
4. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180 grados en torno al origen. Sea L la línea que pasa por $(7,0)$ paralela al eje y. Encuentra $Rotación_0(L)$. Usa tu transparencia, si es necesario.



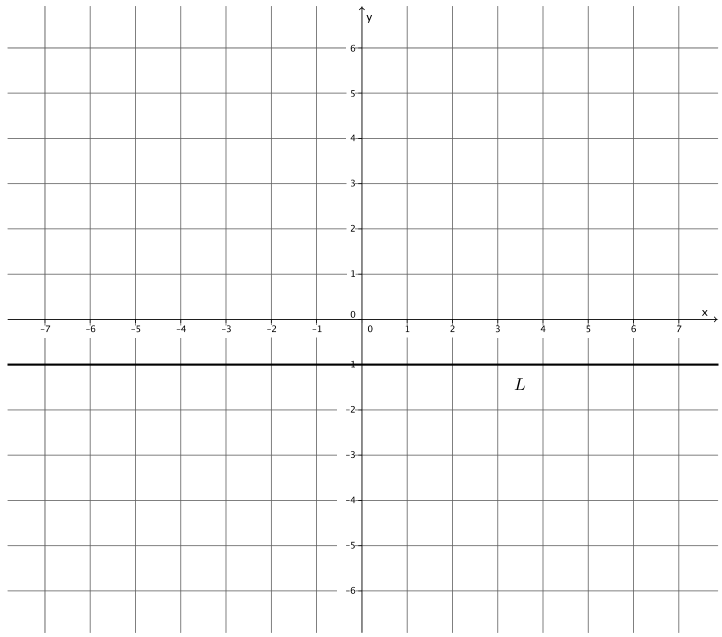
5. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180 grados en torno al origen. Sea L la línea que pasa por $(0,2)$ paralela al eje x. ¿Es L paralela a $Rotación_0(L)$?



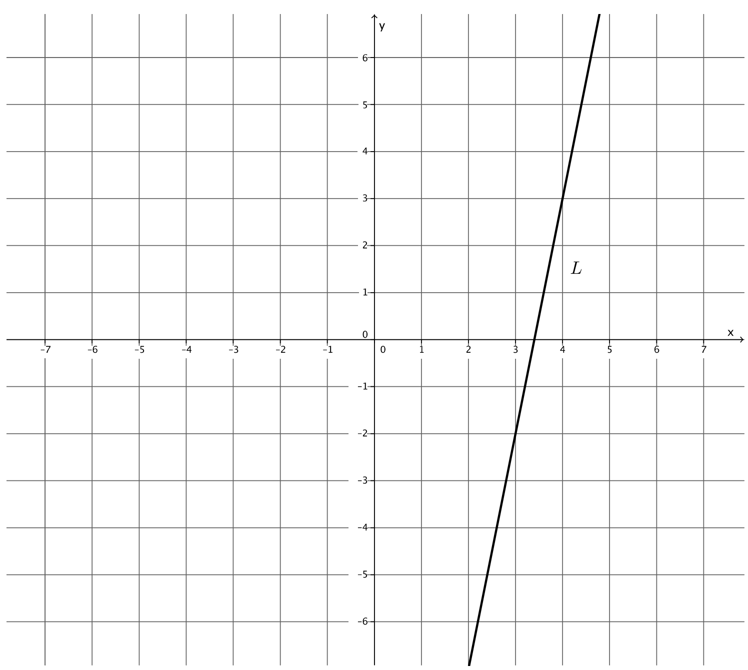
6. Sea $Rotación_0$ sea la rotación de 180 grados en torno al origen. Sea L la línea que pasa por $(4,0)$ paralela al eje y. ¿Es L paralela a $Rotación_0(L)$?



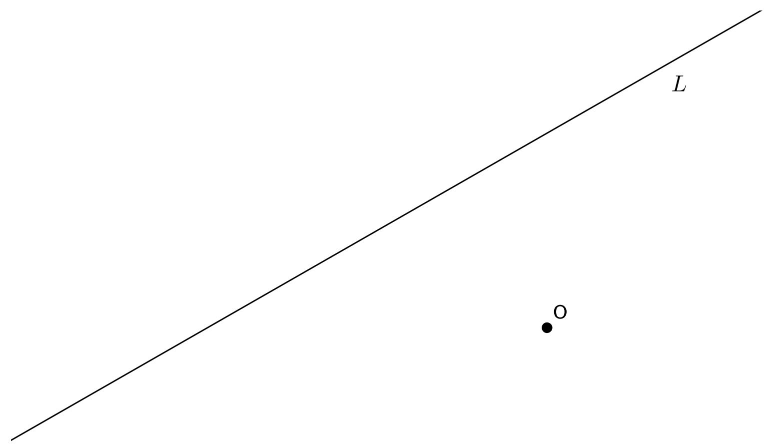
7. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180 grados en torno al origen. Sea L la línea que pasa por $0, -1$ paralela al eje x. ¿Es L paralela a $Rotación_0(L)$?



8. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180° en torno al origen. ¿Es L paralela a $Rotación_0(L)$? Usa tu transparencia, si es necesario.



9. Sea $Rotación_0$ la rotación de 180 grados en torno al centro O. ¿Es L paralela a $Rotación_0(L)$? Usa tu transparencia, si es necesario.



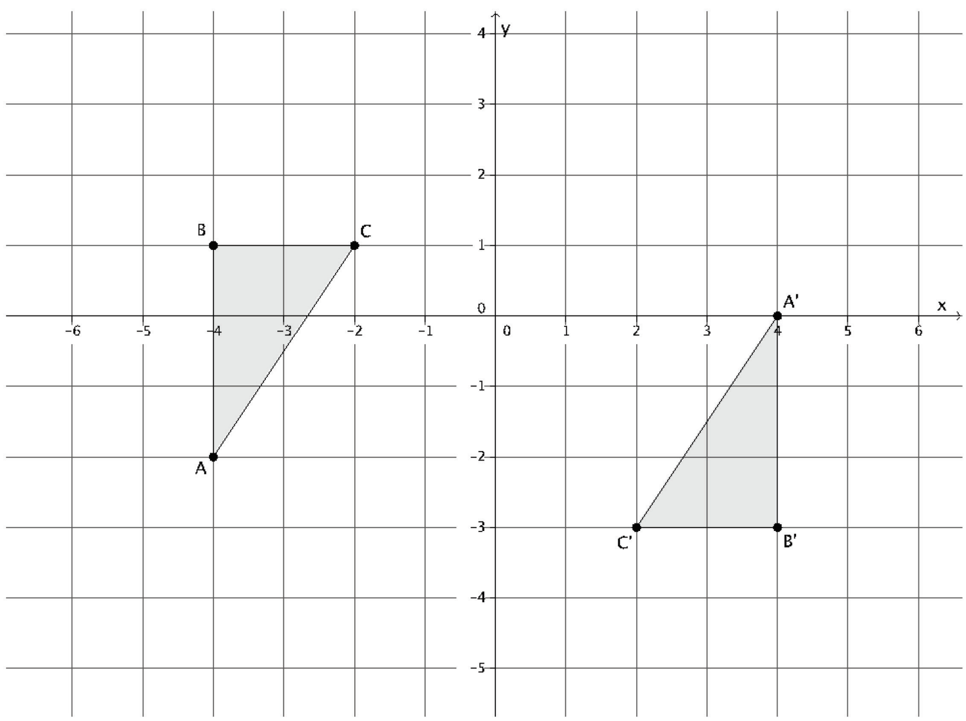
Resumen de la lección

- **Una rotación de 180 grados alrededor de O es un movimiento rígido, de manera que si P es cualquier punto en el plano, P, O y $Rotación(P)$ son colineales (es decir, que se tienden en la misma línea).**
- **Al tener una rotación de 180 grados en torno al centro O de un sistema de coordenadas, R_0, y un punto P con coordenadas (a, b), se dice, por lo general, que $R_0(P)$ es el punto con coordenadas $(-a, -b)$.**

TEOREMA: Sea O un punto que no se ubique en una línea determinada L. Entonces, la rotación de 180 grados alrededor de O mapea o es la imagen de L una línea paralela a L.

Grupo de problemas

Utiliza el siguiente diagrama para los Problemas 1–5. Usa tu transparencia si es necesario.



1. Viendo solamente el segmento BC, ¿es posible que una rotación de $180°$ sería la imagen del segmento BC en el segmento $B'C'$? ¿Por qué sí o por qué no?

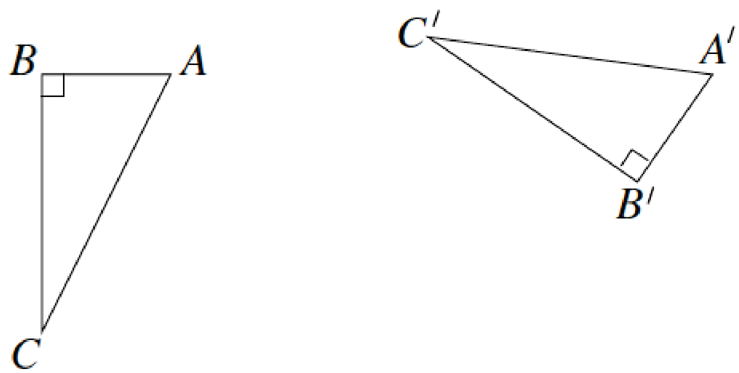
2. Viendo solamente el segmento AB, ¿es posible que una rotación de $180°$ sería la imagen del segmento AB en el segmento $A'B'$? ¿Por qué sí o por qué no?

3. Viendo solamente el segmento AC, ¿es posible que una rotación de $180°$ sería la imagen del segmento AC en el segmento $A'C'$? ¿Por qué sí o por qué no?

4. Conecte el punto B al punto B', punto C al punto C', y el punto A al punto A'. ¿Qué notan? ¿Qué crees tú que es ese punto?

5. ¿Una rotación sería la imagen del triángulo ABC con el triángulo $A'B'C'$? De ser así, define la rotación (es decir, grado y centro). Si no es así, explica por qué.

6. La siguiente imagen muestra los triángulos rectángulos ABC *y* $A'B'C'$, donde los ángulos rectos se encuentran en B y B'. Dado que $AB = A'B' = 1$, y $BC = B'C' = 2$, y que $\overline{AB}$ *no es paralela a* $\overline{A'B'}$, ¿hay una rotación de $180°$ que sea la imagen de $\triangle\ ABC$ a $\triangle\ A'B'C''$? Explica.

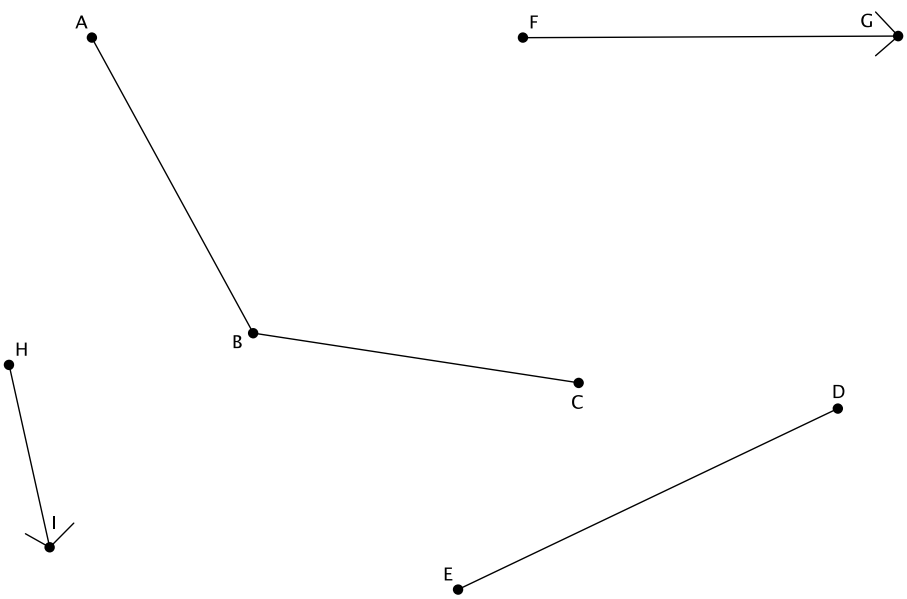


Lección 7: Secuencias de traslaciones

Trabajo en clase

Desafío exploratorio

1.



a. Traslada $\triangle ABC$ y segmenten ED a lo largo del vector $\overrightarrow{FG}$. Nombren adecuadamente las imágenes trasladadas, es decir, el segmento $\triangle A'B'C'$ y $E'D'$.

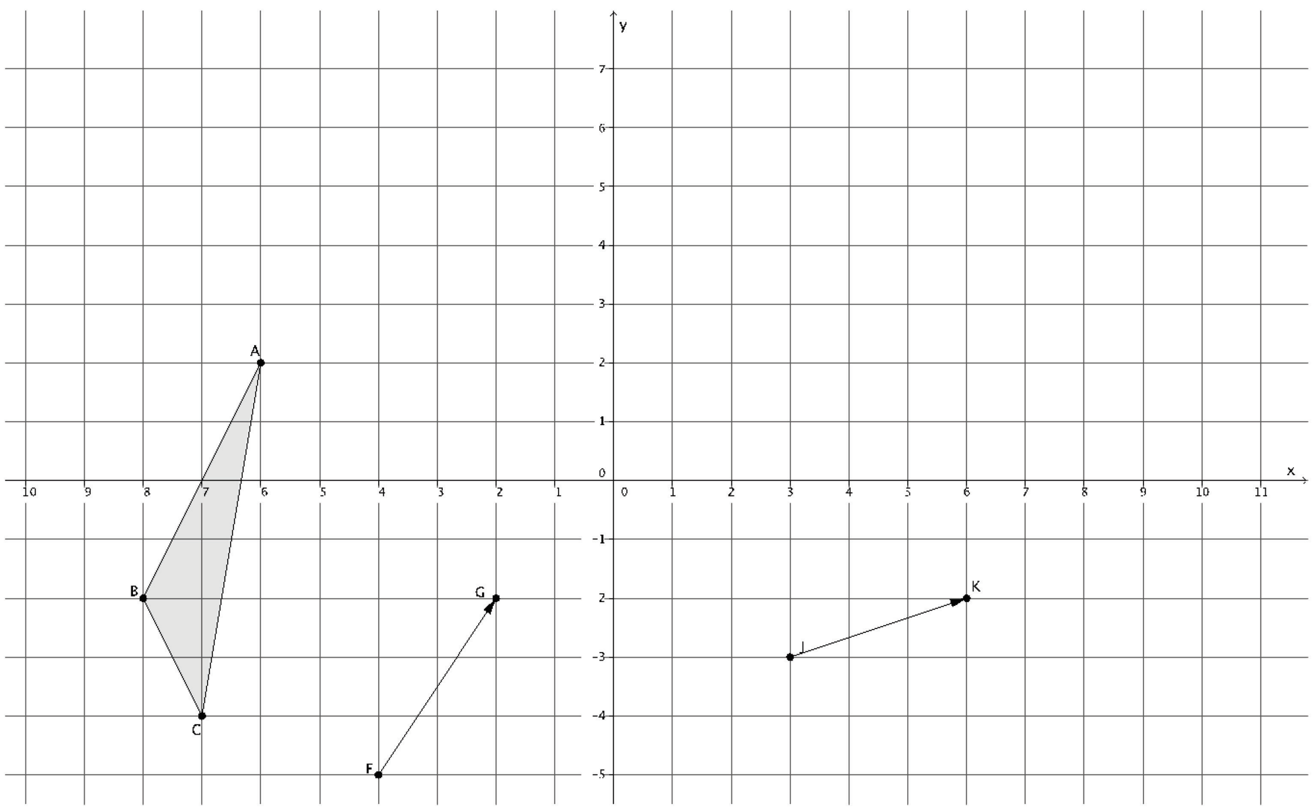
b. Traslada $\angle A'B'C'$ y segmenten $E'D'$ a lo largo del vector $\overrightarrow{HI}$. Nombra adecuadamente las imágenes trasladadas, es decir, el segmento $\triangle A''B''C''$ y $E''D''$.

c. ¿De qué manera el tamaño de $\triangle ABC$ se compara con el tamaño de $\triangle A''B''C''$?

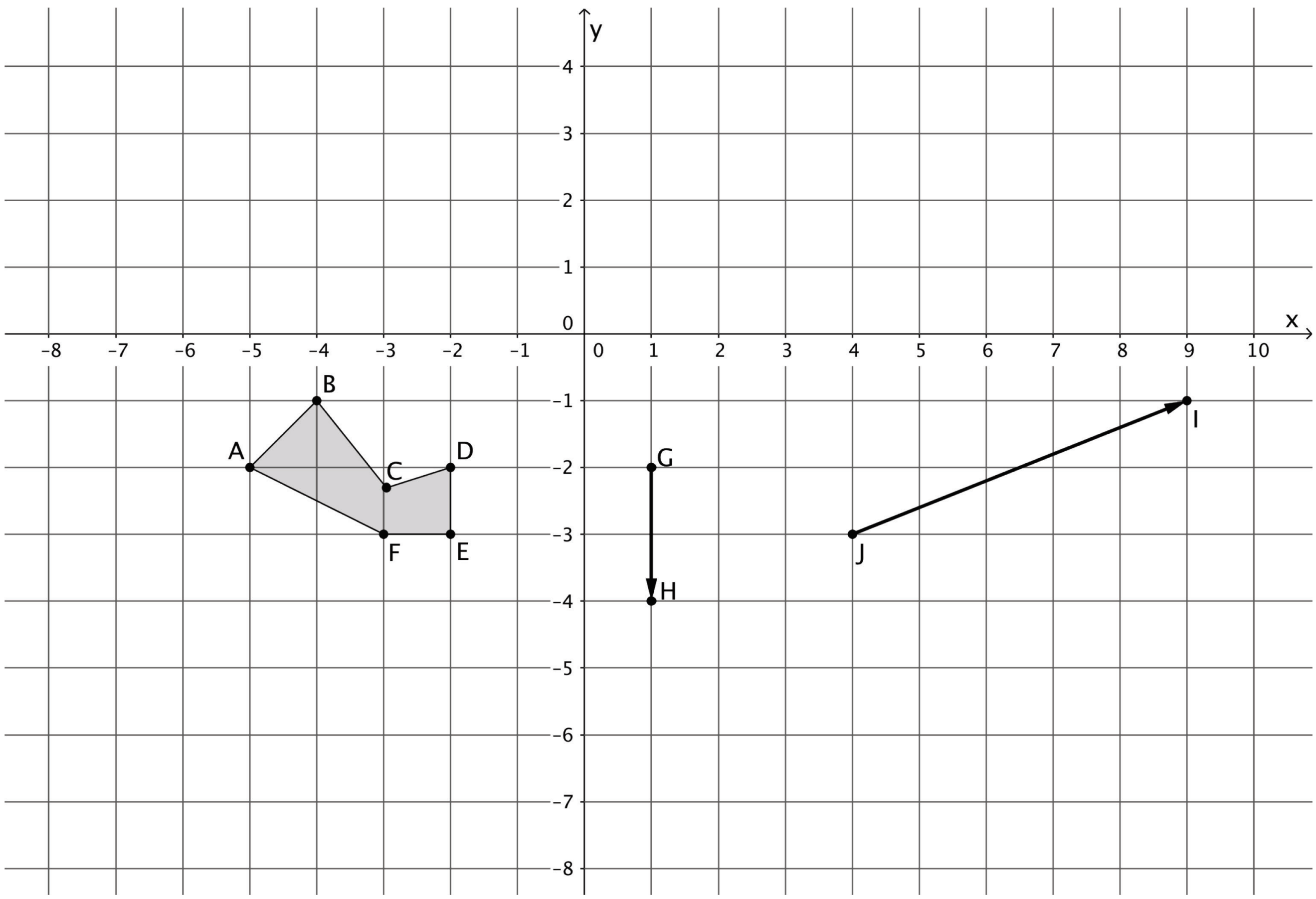
d. ¿Cómo se compara la longitud del segmento ED con la longitud del segmento $E''D''$?

e. ¿Por qué piensas que lo que observaste en las partes (d) y (e) es verdadero?

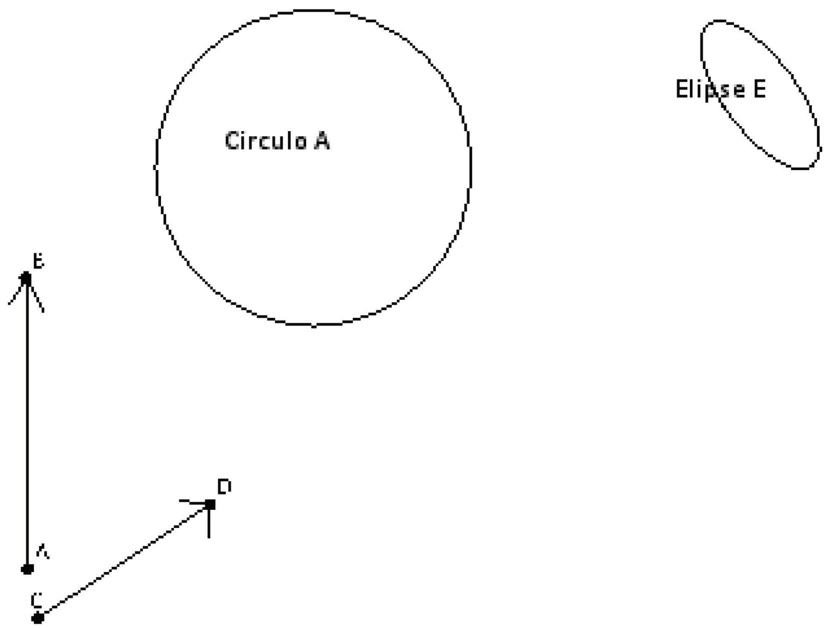
2. Traslada $\triangle ABC$ a lo largo del vector $\overrightarrow{JK}$ y luego, trasladen su imagen a lo largo del vector $\overrightarrow{FG}$. Asegúrense de nombrar adecuadamente las imágenes.



3. Traslada la figura $ABCDEF$ a lo largo del vector $\overrightarrow{GH}$. Después, trasladen su imagen a lo largo del vector $\overrightarrow{JI}$. Nombren adecuadamente cada imagen.



4.

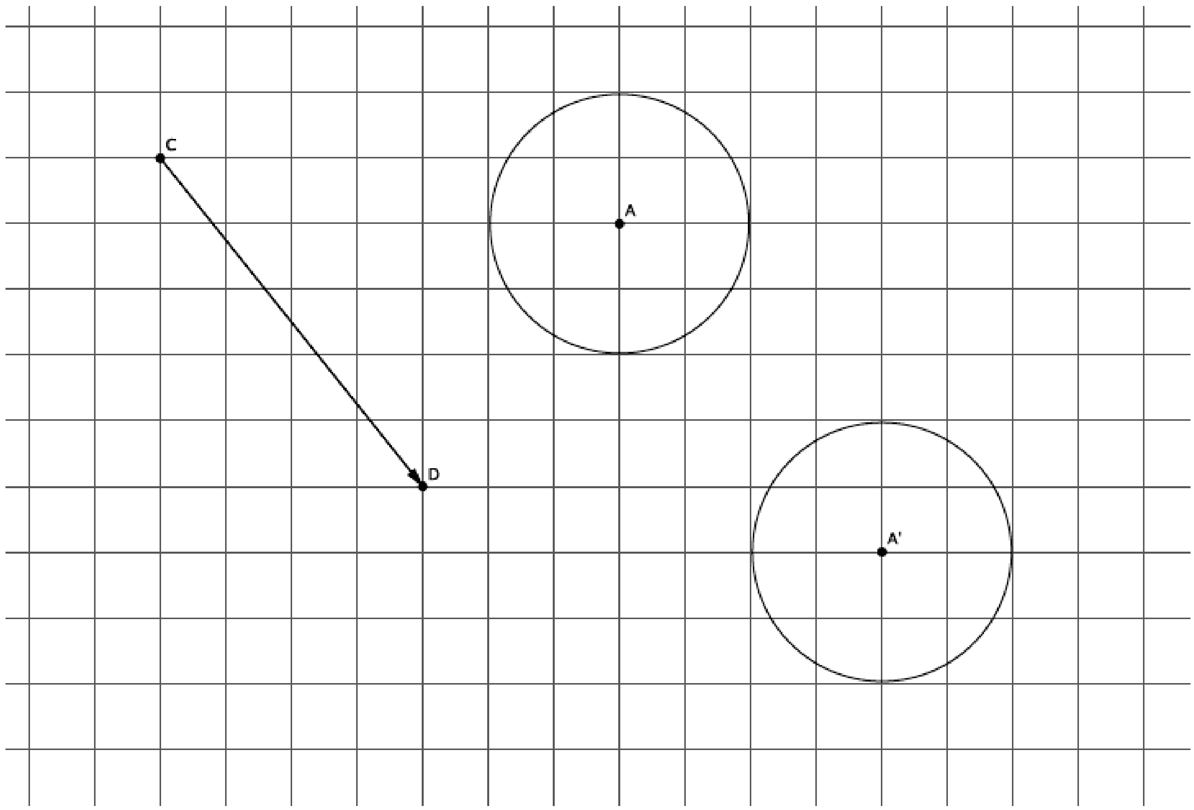


a. Traslada el círculo A y la elipse E a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$. Nombren adecuadamente las imágenes.

b. Traslada el círculo A' y la elipse E' a lo largo del vector $\overrightarrow{CD}$. Nombren adecuadamente cada imagen.

c. ¿Cambió el tamaño o la forma de las figuras después de realizar la secuencia de traslación? Explica.

5. La siguiente imagen muestra la traslación del círculo A a lo largo del vector $\overrightarrow{CD}$. Nombra el vector que devuelve la imagen del círculo A a su posición original.



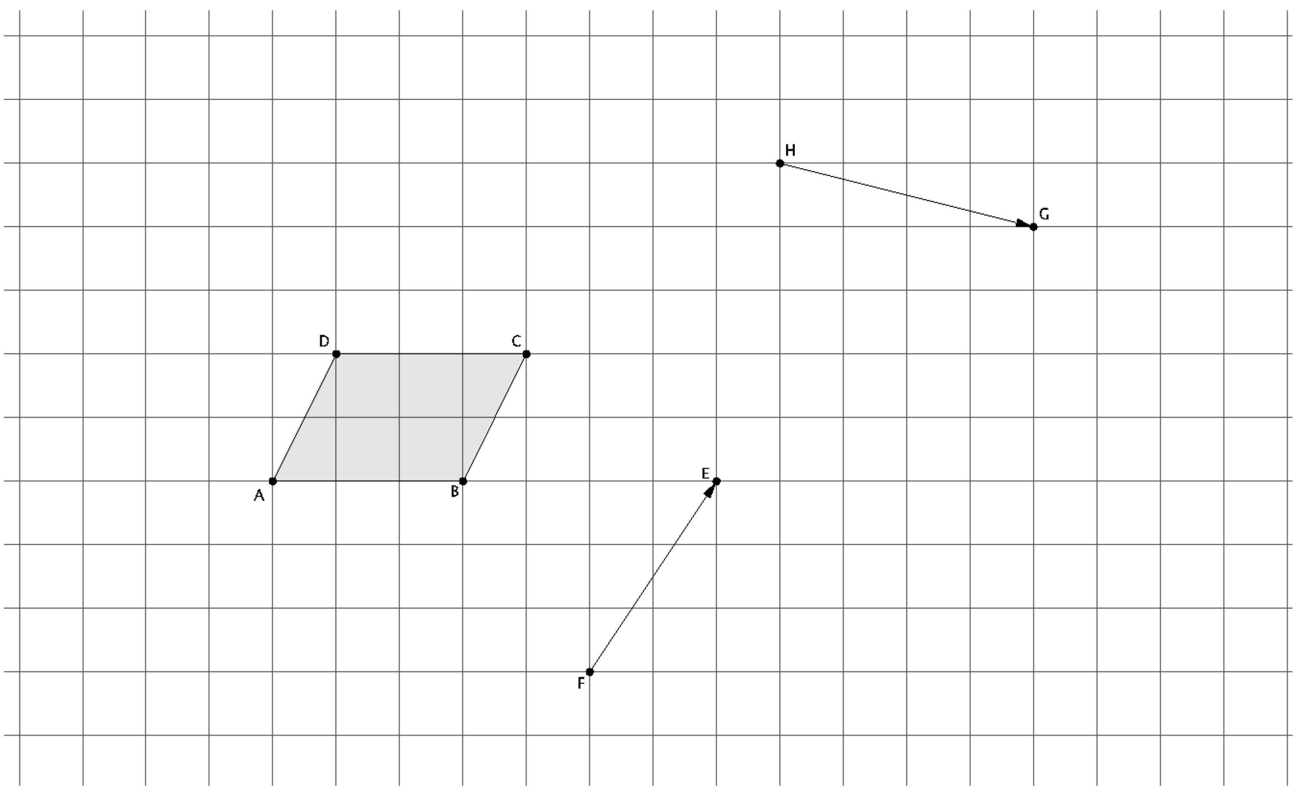
6. Si una figura es trasladada a lo largo del vector $\overrightarrow{QR}$, ¿qué traslación regresará la figura a su ubicación original?

Resumen de la lección

- Trasladar una figura a lo largo de un vector y luego, trasladarla a lo largo de otro vector es un ejemplo de una secuencia de transformaciones.
- Una secuencia de traslaciones tiene las mismas propiedades de una simple traslación. Específicamente, se conservan tanto la longitud de las figuras como los grados de los ángulos.
- Si una figura es objeto de dos transformaciones $\boldsymbol{F}$ y $\boldsymbol{G}$ y termina en su lugar de origen, entonces la figura ha sido mapeada sobre sí misma.

Grupo de problemas

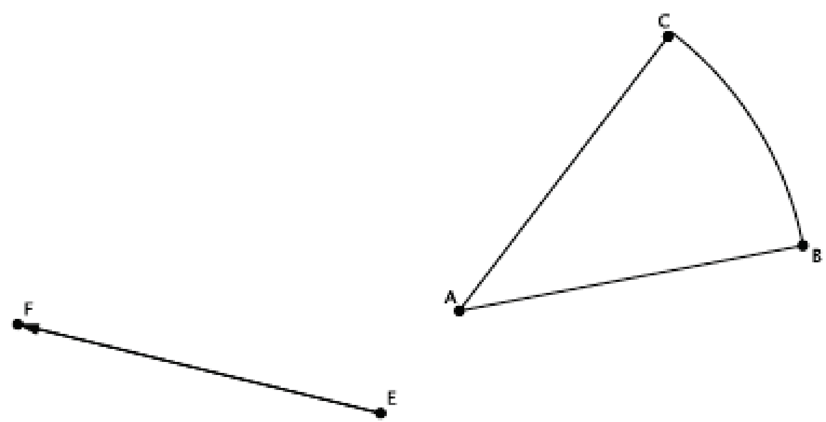
1. Secuencia traslación del paralelogramo $ABCD$ (un cuadrilátero donde los pares de lados opuestos son paralelos) a lo largo de los vectores $\overrightarrow{HG}$ y $\overrightarrow{FE}$. Nombra las imágenes trasladadas.



2. ¿Qué saben de $\overline{AD}$y $\overline{BC}$ comparados con $\overline{A'D'}$ y $\overline{B'C'}$? Explica.

3. ¿Los segmentos $A'B'$ y $A''B''$ son iguales en longitud? ¿Cómo lo sabes?

4. Traslada la figura curva ABC a lo largo del vector dado. Etiqueta la imagen.



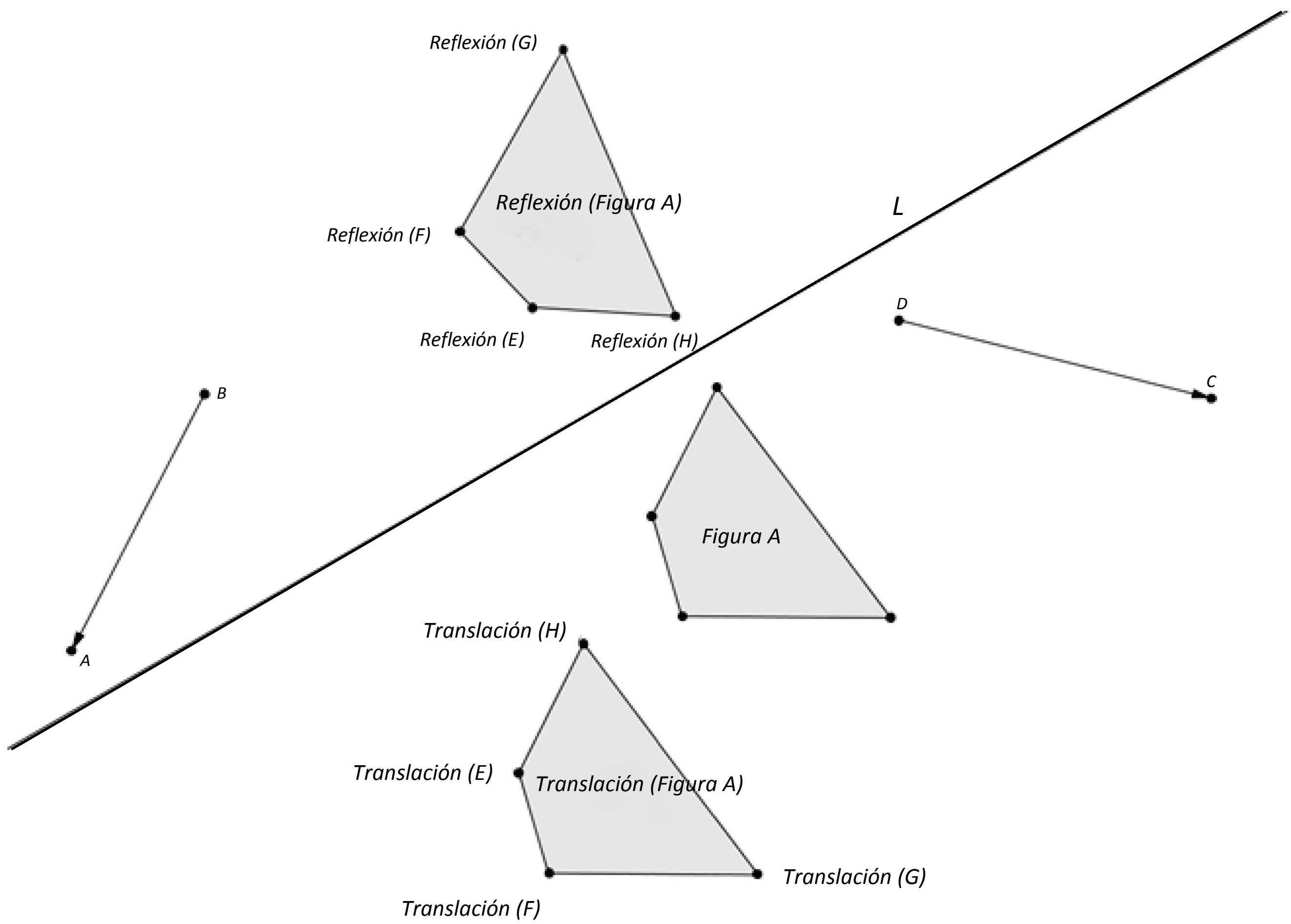
5. ¿Qué vector trazaría la figura $A'B'C'$ de vuelta a la figura ABC?

Lección 8: Secuenciando reflexiones y traslaciones

Trabajo en clase

Ejercicios 1–3

Usa la siguiente figura para responder los Ejercicios 1-3.



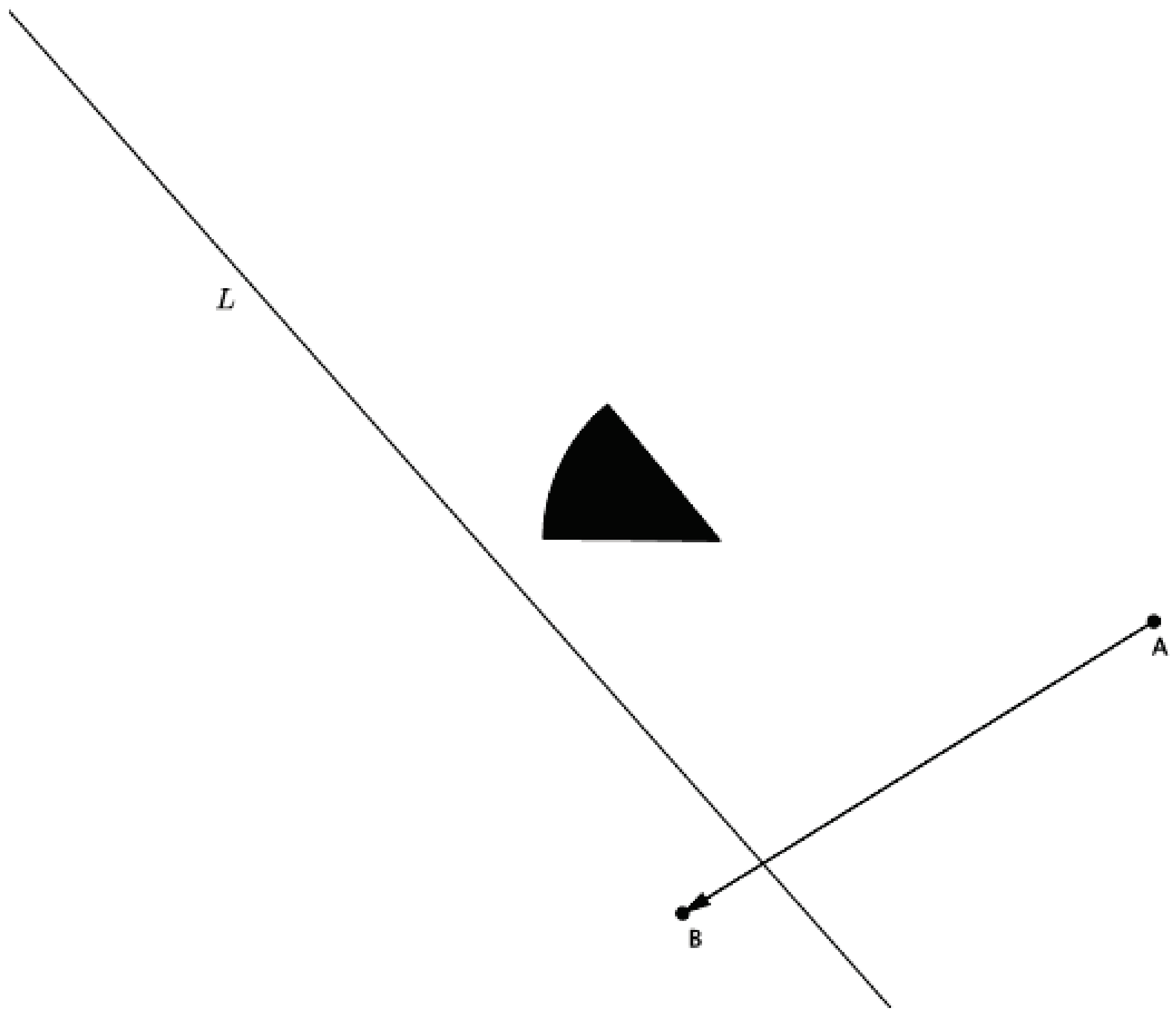
1. La figura A fue trasladada a lo largo del vector $\overrightarrow{BA}$, dando como resultado $Translación(Figura\ A)$. Describe una secuencia de traslaciones que trazarían o mapaería la Figura A de nuevo a su posición original.

2. La Figura A fue reflejada a través de la línea L, dando como resultado $Reflexión(Figura\ A)$. Describe una secuencia de reflexiones que trazarían la Figura$A$ de nuevo a su posición original.

3. ¿Puede $Translación_{\overrightarrow{BA}}$ de la Figura A deshacer la transformación de$Translación_{\overrightarrow{DC}}$ de la Figura A? ¿Por qué sí o por qué no?

Ejercicios 4–7

Sea S la figura negra.



4. Que Sea la traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$ y una reflexión sobre la línea L.

   Usa una transparencia para efectuar la siguiente secuencia: Traslada la figura S; luego, refleja la figura $\boldsymbol{S}$. Etiqueta la imagen $\boldsymbol{S}'$.

5. Que sea la traslación a lo largo del vector $\overrightarrow{AB}$ y una reflexión sobre la línea L.

   Usa la transparencia para efectuar la siguiente secuencia: Refleja la figura $\boldsymbol{S}$; luego, traslada la figura $\boldsymbol{S}$. Etiqueta la imagen $\boldsymbol{S}''$.

6. Usando tu transparencia, muestra que en una secuencia de cualesquiera dos traslaciones, $\boldsymbol{Traslación}$ y $\boldsymbol{Traslación_0}$ (con diferentes vectores), que la secuencia de $\boldsymbol{Traslación}$ seguida por $\boldsymbol{Traslación_0}$ es igual a la secuencia de $\boldsymbol{Traslación_0}$ seguida por $\boldsymbol{Traslación}$. Es decir, dibuja una figura $\boldsymbol{A}$ y dos vectores. Muestra que la traslación con el primer vector, seguida por una traslación con el segundo vector, coloca la figura en el mismo lugar que cuando efectuamos las traslaciones en el orden inverso. (Esta operación se demuestra en la geometría de secundaria). Nombra la imagen transformada $\boldsymbol{A'}$. Ahora, dibuja dos vectores nuevos y trasládalos como lo hiciste antes. Esta vez, nombra la imagen transformada $\boldsymbol{A''}$. Compara tu trabajo con el de un compañero. ¿Fue verdadera la afirmación "la secuencia de $\boldsymbol{Traslación}$ seguida por $\boldsymbol{Traslación_0}$ es igual a la secuencia de $\boldsymbol{Traslación_0}$ seguida por $\boldsymbol{Traslación}$" en todos los casos? ¿Crees que siempre será verdadero?

7. ¿Sigue siendo verdad la misma relación que observaron en el Ejercicio 6 cuando reemplazaste una de las traslaciones por una reflexión? Es decir, es verdad la siguiente afirmación: ¿Una traslación seguida por una reflexión es igual a una reflexión seguida por una traslación?

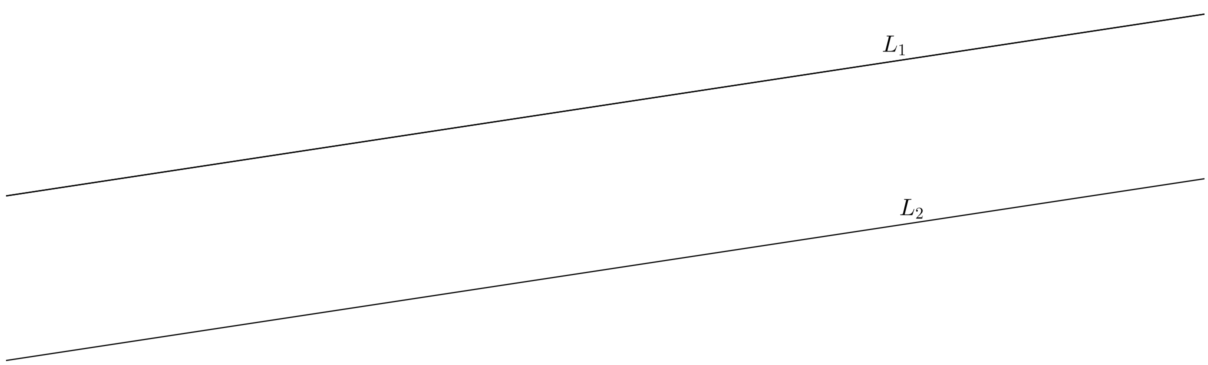
Resumen de la lección

- Una reflexión sobre una línea seguida por una reflexión a través de la misma línea coloca todas las figuras en el plano de vuelta a su posición original.
- Una reflexión seguida por una traslación no necesariamente coloca una figura en el mismo lugar en el plano como una traslación seguida por una reflexión. El orden en el que efectuamos una secuencia de movimientos rígidos es importante.

Grupo de problemas

1. Sea una reflexión sobre la línea $\boldsymbol{L}$ y sea una traslación con el vector $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$, tal como se muestra. Si $\boldsymbol{S}$ denota la figura negra, compara la figura trasladada $\boldsymbol{S}$ seguida por la imagen reflejada de la figura $\boldsymbol{S}$ con la figura reflejada $\boldsymbol{S}$ seguida por la imagen trasladada de la figura S.

2. Sean L_1 y L_2 líneas paralelas y sean $Reflexión_1$ y $Reflexión_2$ las reflexiones sobre L_1 y L_2, respectivamente (en ese orden). Muestra que $Reflexión_2$ seguida por $Reflexión_1$ no es igual a $Reflexión_1$ seguida por $Reflexión_2$. (Pista: Tomemos un punto sobre L_1 y veamos qué le hace cada una de las secuencias).



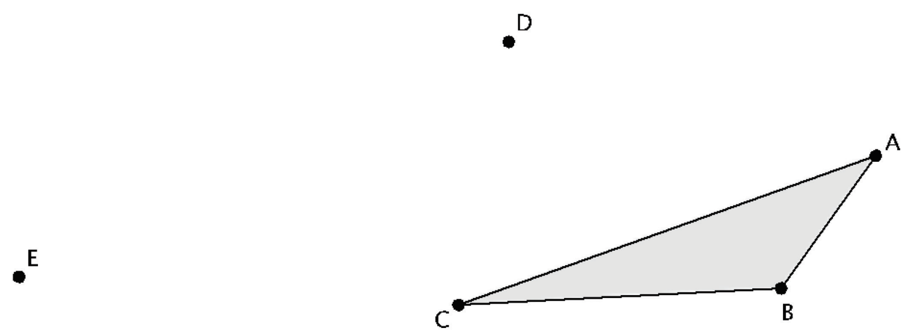
3. Sean $\boldsymbol{L_1}$ y $\boldsymbol{L_2}$ líneas paralelas y sean $\boldsymbol{Reflexi\acute{o}n_1}$ y $\boldsymbol{Reflexi\acute{o}n_2}$ las reflexiones a través de $\boldsymbol{L_1}$ y $\boldsymbol{L_2}$, respectivamente (en ese orden). ¿Puedes adivinar qué es $\boldsymbol{Reflexi\acute{o}n_1}$ seguida por $\boldsymbol{Reflexi\acute{o}n_2}$? Proporciona un argumento lo más persuasivo posible. (Pista: Examina el trabajo que acabas de terminar para el último problema).

Lección 9: Secuencias de rotaciones

Trabajo en clase

Desafío exploratorio

1.



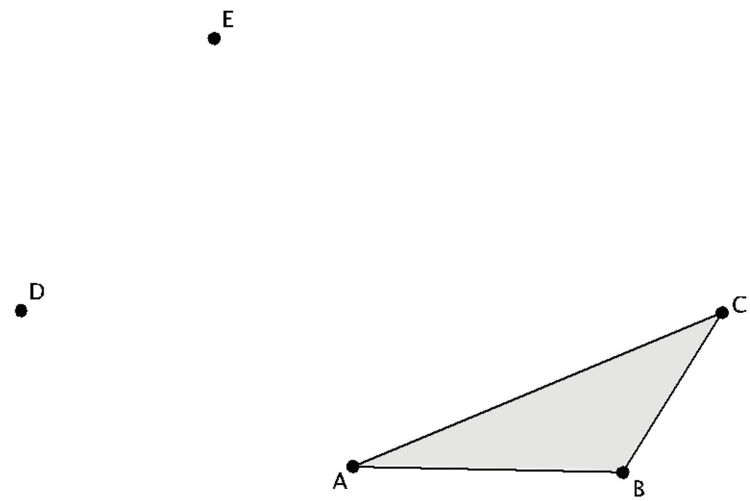
a. Gira $\triangle ABC$ d grados en torno al centro D. Etiqueta la imagen girada como $\triangle A'B'C'$.

b. Rota $\triangle A'B'C'$ d grados alrededor del centro E. Nombra la imagen rotada como $\triangle A''B''C''$.

c. Mide y etiqueta los ángulos y longitudes de los lados de $\triangle ABC$. ¿Cómo se comparan con las imágenes $\triangle A'B'C'$ y $\triangle A''B''C''$?

d. ¿Cómo puedes explicar lo que observaste en la parte (c)? ¿Qué declaración puedes hacer sobre las propiedades de las secuencias de rotaciones según se relacionan a una sola rotación?

2.



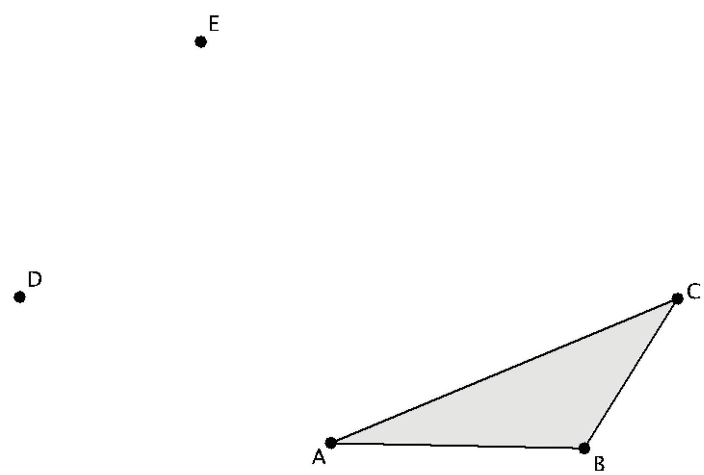
a. Gira $\triangle ABC$ d grados en torno al centro $D.$, y luego girar nuevamente d grados en torno al centro E. Etiqueta la imagen como $\triangle A'B'C'$ después de haber completado las dos rotaciones.

b. ¿Una sola rotación en torno al centro D puede mapear $\triangle A'B'C'$ a $\triangle ABC$?

c. ¿Una sola rotación en torno al centro E puede mapear $\triangle A'B'C'$ a $\triangle ABC$?

d. ¿Puedes encontrar un centro que mapearía $\triangle A'B'C'$ a $\triangle ABC$ en una rotación? Si es así, etiqueta el centro F.

3.

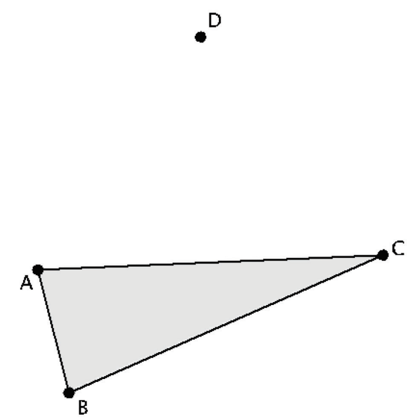


a. Gira $\triangle ABC$ $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D, y luego gira la imagen otros $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro E. Etiqueta la imagen $\triangle A'B'C'$..

b. Gira $\triangle ABC$ $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro E, y luego gira la imagen otros $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D. Etiqueta la imagen $\triangle A''B''C''$.

c. ¿Qué notas acerca de las ubicaciones de $\triangle A'B'C'$ y $\triangle A''B''C''$? ¿El orden en el que se gira una figura en torno a diferentes centros tiene un impacto en la ubicación final de la imagen de la figura?

4.

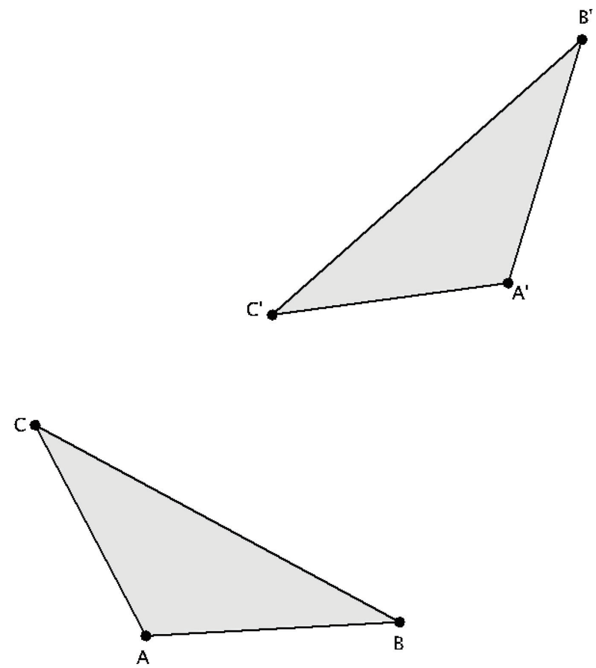


a. Gira $\triangle ABC$ $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D, y luego gira la imagen otros $45°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D. Etiqueta la imagen $\triangle A'B'C'$..

b. Gira $\triangle ABC$ $45°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D, y luego gira la imagen otros $90°$ (contra las manecillas del reloj) en torno al centro D. Etiqueta la imagen $\triangle A''B''C''$.

c. ¿Qué notas acerca de las ubicaciones de $\triangle A'B'C'$ y $\triangle A''B''C''$? ¿El orden en el que se gira una figura en torno a los mismos centros tiene un impacto en la ubicación final de la imagen de la figura?

5. $\triangle ABC$ se ha rotado alrededor dos centros diferentes, y su imagen es $\triangle A'B'C'$. Describe una secuencia de movimientos rígidos que proyecta $\triangle ABC$ en $\triangle A'B'C'$.

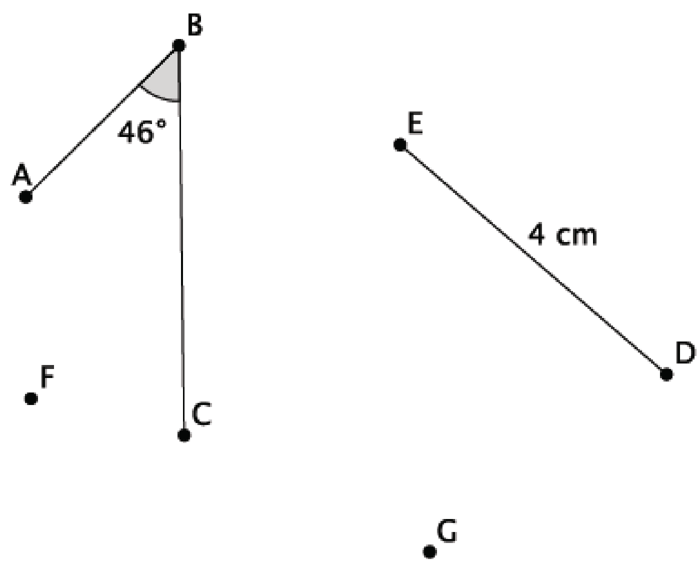


Resumen de la lección

- Las secuencias de rotaciones tienen las mismas propiedades que una sola rotación:
  - Una secuencia de rotaciones conserva los grados de medidas de ángulos.
  - Una secuencia de rotaciones conserva las longitudes de segmentos.
- El orden en el que una secuencia de rotaciones en torno a dos centros diferentes se lleva a cabo sí importa con respecto a la ubicación final de la imagen de la figura que se gira.
- El orden en el que una secuencia de rotaciones en torno al mismo centro se lleva a cabo no importa. La imagen de la figura estará en la misma ubicación.

Grupo de problemas

1. Consulta la figura de abajo.

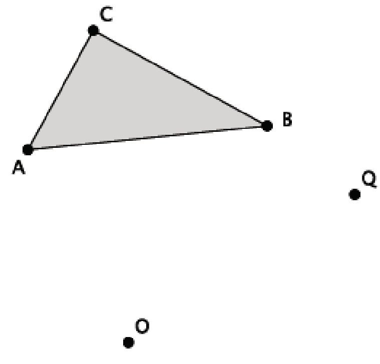


   a. Gira $\angle ABC$ y el segmento DE d grados en torno al centro F, y luego gira nuevamente d grados en torno al centro G. Etiqueta la ubicación final de las imágenes como $\triangle\ A'B'C'$ y el segmento $D'E'$.

   b. ¿Cuál es el tamaño de $\angle ABC$, y cómo se compara con el tamaño de $\angle A'B'C'$?? Explícalo.

   c. ¿Cuál es la longitud del segmento DE , y cómo se compara con la longitud del segmento $D'E'$? Explique.

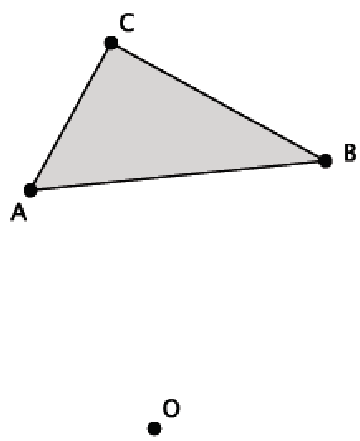
2. Consulta la figura de abajo.



a. Sea $Rotación_1$ una rotación contra las manecillas del reloj de $90°$ en torno al centro O. Sea $Rotación_2$ una rotación en dirección de las manecillas del reloj de $(-45)°$ en torno al centro Q. Determina la ubicación aproximada de $Rotaciónn_1(\triangle ABC)$ seguida por $Rotaciónon_2$. Etiqueta la imagen de como . Nombra la imagen de $\triangle ABC$ como $\triangle A'B'C'$.

b. Describe una secuencia de movimientos rígidos que mapearían $\triangle ABC$ a $\triangle A'B'C'$.

3. Consulta la figura de abajo.



Sea R una rotación de $(-90)°$ en torno al centro O. Sea $Rotación_2$ una rotación de $(-45)°$ alrededor del mismo centro O. Determina la ubicación aproximada de $Rotación_1(\triangle ABC)$ seguida por $Rotación_2(\triangle ABC)$. Etiqueta la imagen de $\triangle ABC$ como $\triangle A'B'C'$.

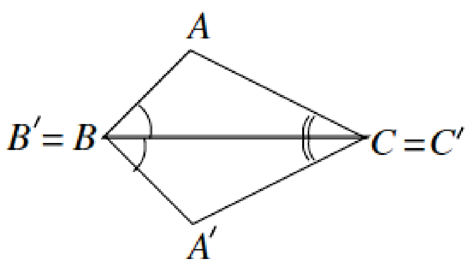
Lección 10: Secuencias de movimientos rígidos

Trabajo en clase

Ejercicios

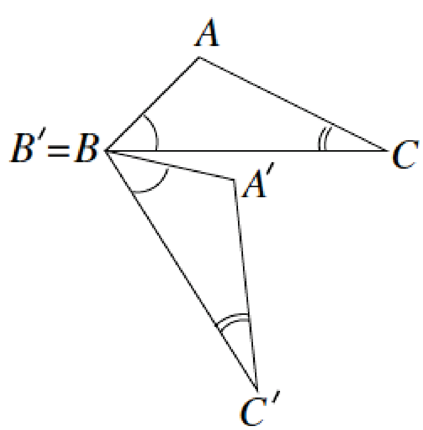
1. En la siguiente imagen el triángulo ABC puede ser trazado sobre una transparencia, y ser trazado sobre otro triángulo $A'B'C'$.

   ¿Cuál movimiento básico rígido, o secuencia de, trazaría un triángulo sobre otro?



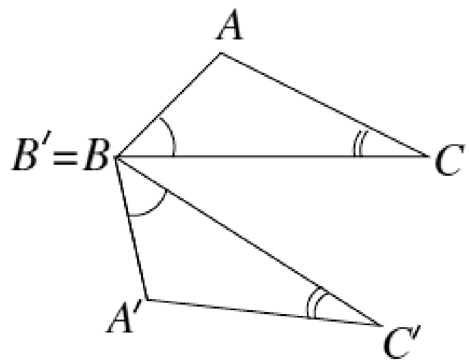
2. En la siguiente imagen el triángulo ABC puede ser trazado sobre una transparencia, y ser trazado sobre otro triángulo $A'B'C'$.

   ¿Cuál movimiento básico rígido, o secuencia de, trazaría un triángulo sobre otro?



3. En la siguiente imagen el triángulo ABC puede ser trazado sobre una transparencia, y ser trazado sobre otro triángulo $A'B'C'$.

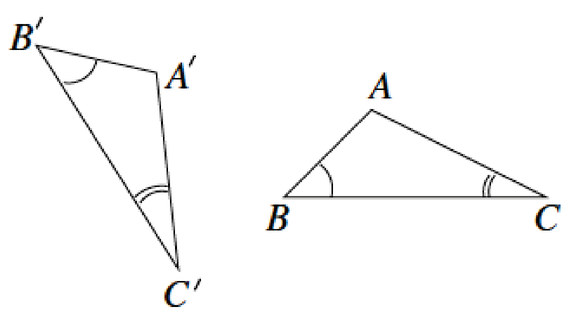
   ¿Cuál movimiento básico rígido, o secuencia de, trazaría un triángulo sobre otro?



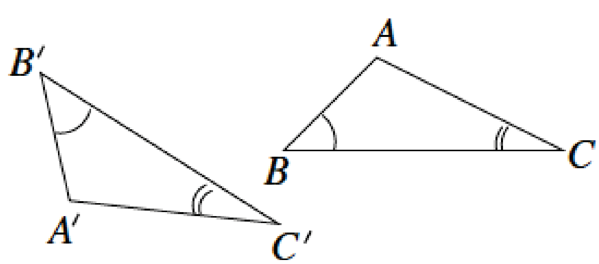
4. En la siguiente imagen, tenemos dos pares de triángulos. En cada par, el triángulo ABC se puede trazar sobre una transparencia y puede trazarse sobre el triángulo $A'B'C'$.

   ¿Cuál movimiento básico rígido, o secuencia de, trazaría un triángulo sobre otro?

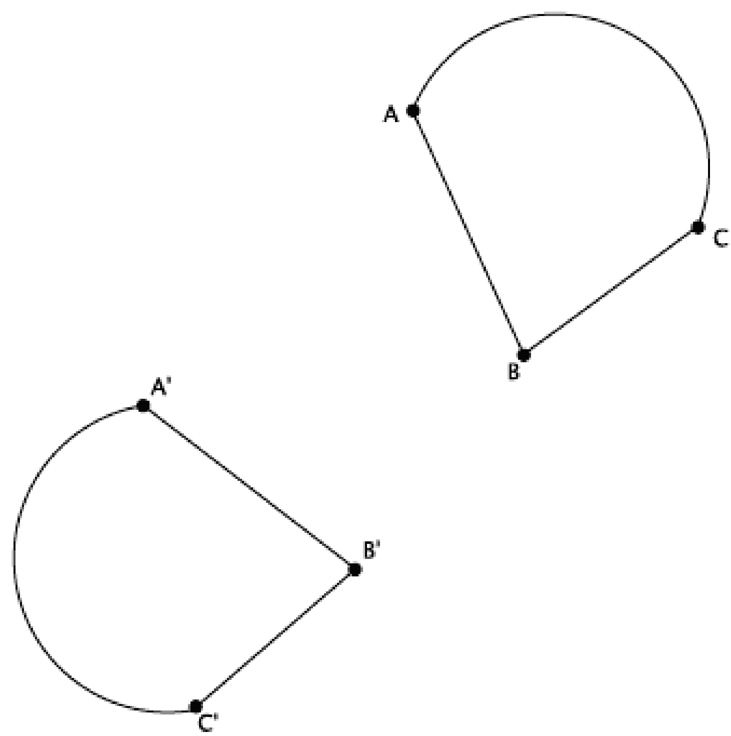
   Escenario 1:



   Escenario 2:

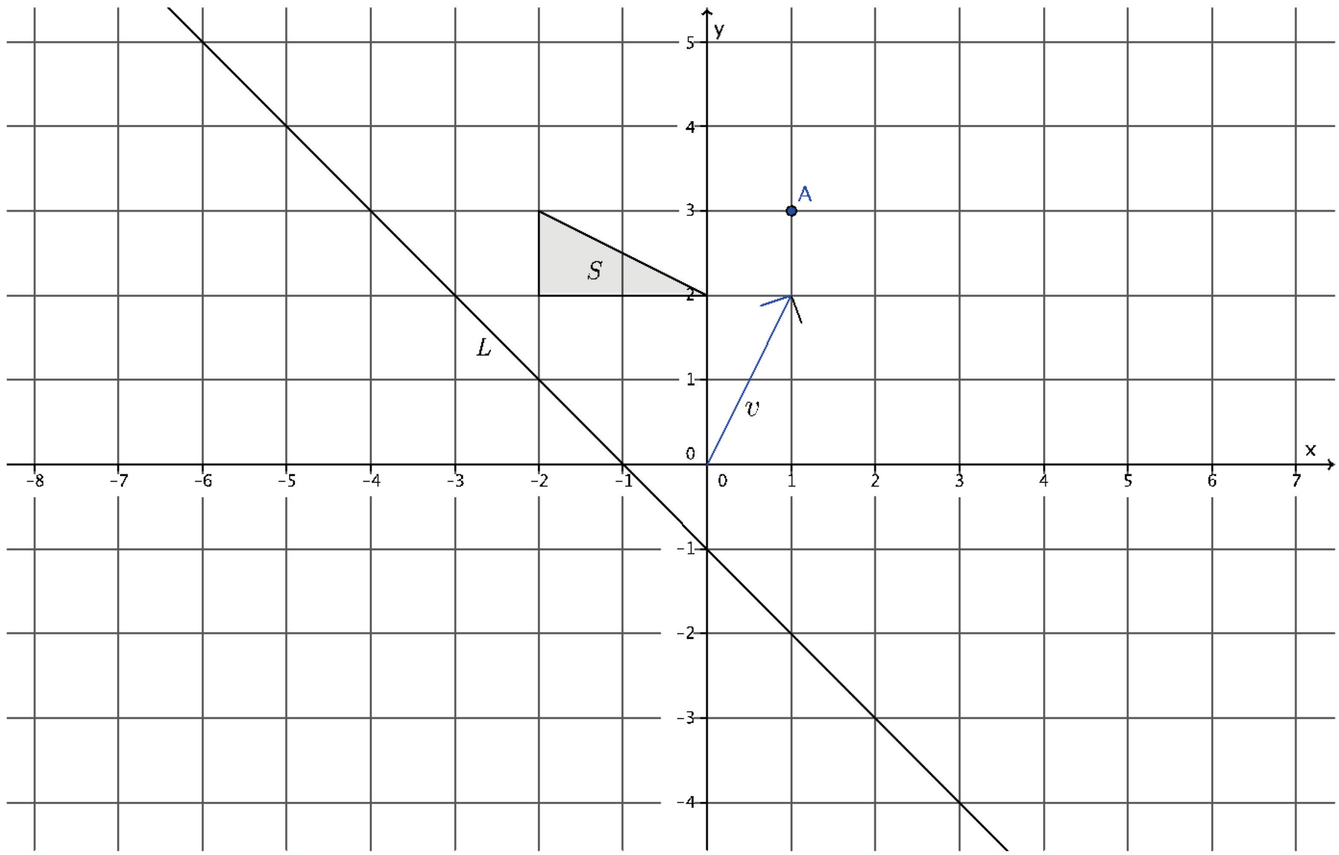


5. Sean dos figuras ABC y $A'B'C'$ para que la longitud del segmento curvo AC sea igual a la longitud del segmento curvo $A'C'$, $|\angle B| = |\angle B'| = 80°$, y $|AB| = |A'B'| = 5$. Con claridad y precisión, describe una secuencia de movimientos rígidos que trazarían la figura ABC sobre la figura $A'B'C'$.



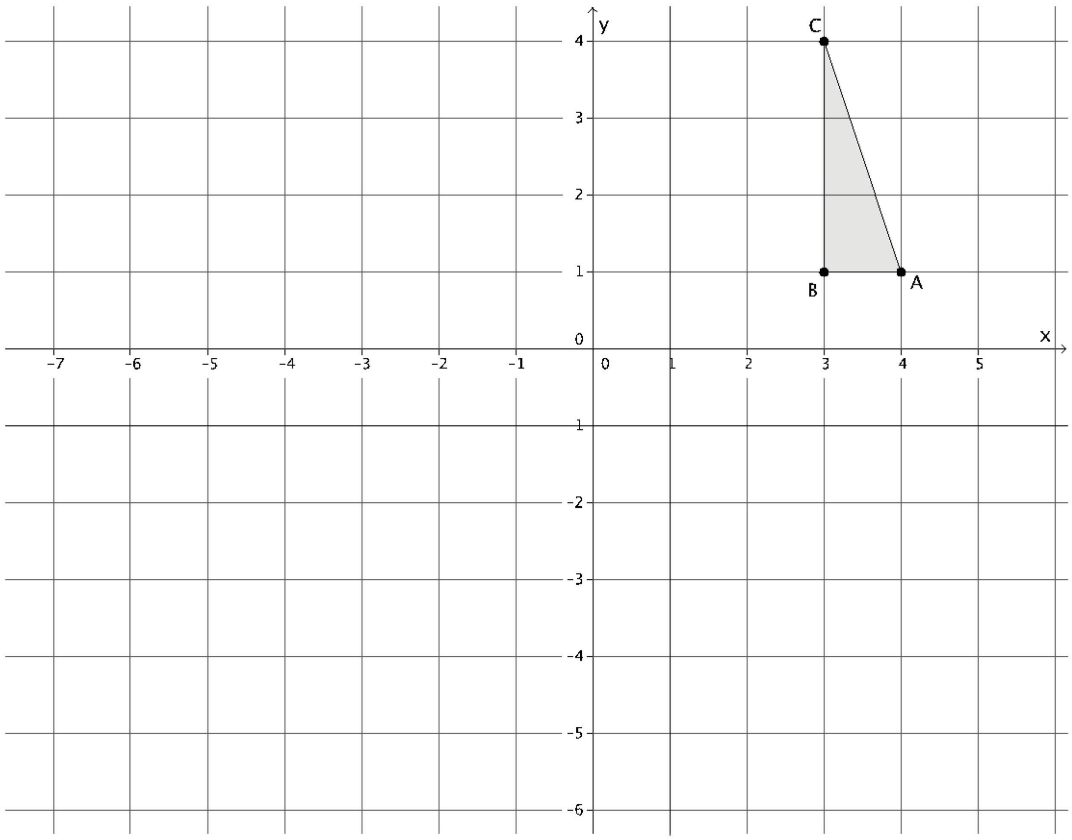
Grupo de problemas

1. *Sea la traslación a lo largo del vector $\vec{v}$, sea la rotación alrededor del punto A -90 grados (a la derecha), y sea la reflexión a través de la línea L.* Sea S la figura como se muestra a continuación. Muestra la ubicación de S después de demostrar la siguiente secuencia: una traslación seguida de una rotación seguida de una reflexión.



2. ¿La ubicación de la imagen de S en el problema previo sería la misma si la traslación se realizara al final en lugar del principio; es decir, ¿la secuencia, traslación seguida de una rotación seguida de una reflexión, equivale a una rotación seguida de una reflexión seguida de una traslación? Explica.

3. Utiliza el mismo diagrama coordinado para completar las partes (a)–(c).



a. Refleja el triángulo ABC a través de la línea vertical, paralelo al eje y, atravesando el punto $(1, 0)$. Marca los puntos transformados A, B, C como A', B', C', respectivamente.

b. Refleja el triángulo $A'B'C'$ a través de la línea horizontal, paralela al eje x, atravesando el punto $(0, -1)$. Marca los puntos transformados de A', B', C' como A'', B'', C'', respectivamente.

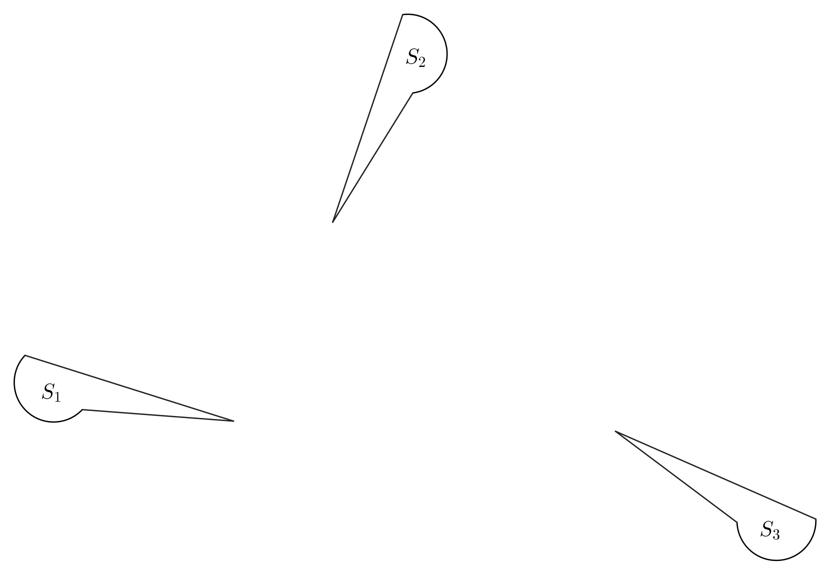
c. ¿Hay algún solo movimiento rígido que trace el triángulo ABC con el triángulo $A''B''C''$?

Lección 11: Definir congruencia y algunas propiedades básicas

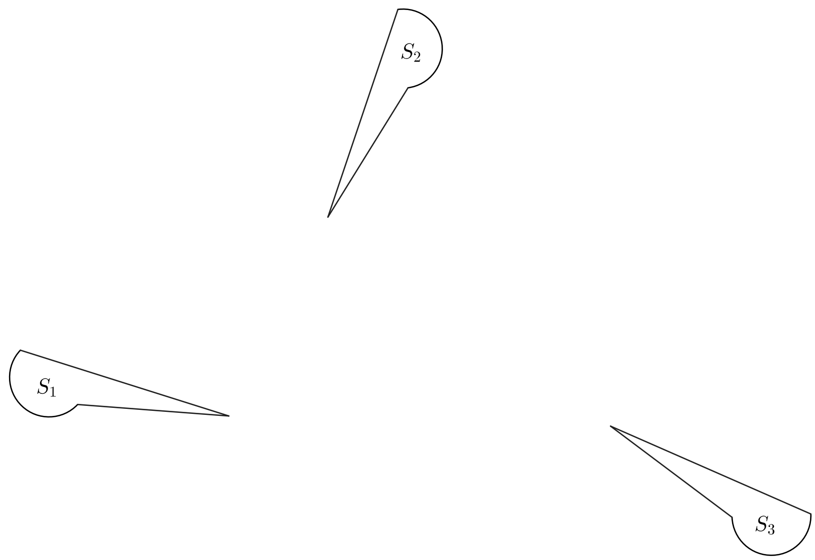
Trabajo en clase

Ejercicio 1

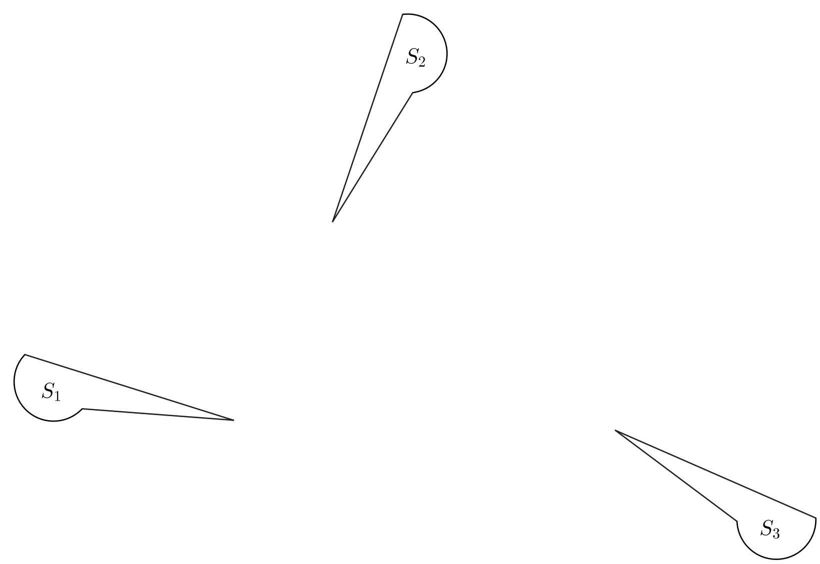
a. Describe la secuencia de movimientos rígidos básicos que muestra $S_1 \cong S_2$.



b. Describe la secuencia de movimientos rígidos básicos que muestra $S_2 \cong S_3$.

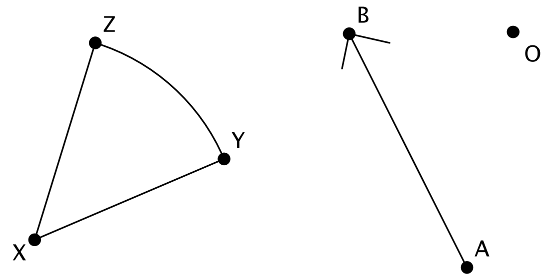


c. Describe una secuencia de movimientos rígidos básicos que muestre $S_1 \cong S_3$.



Ejercicio 2

Realiza la secuencia de una traslación seguida por una rotación de figura XYZ, donde T es una traslación a lo largo de un vector $\overrightarrow{AB}$ y R es una rotación de d grados (escoges d) alrededor de un centro O. Marca la figura transformada $X'Y'Z'$. ¿Es $XYZ \cong X'Y'Z'$?



Resumen de la lección

Dado que las secuencias disfrutan las mismas propiedades básicas de los movimientos básicos rígidos, podemos afirmar tres propiedades básicas de las congruencias:

(Congruencia 1) Una congruencia traza una línea con una línea, un rayo con un rayo, un segmento con un segmento y un ángulo con un ángulo.

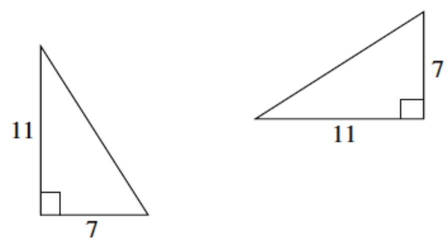
(Congruencia 2) Una congruencia preserva longitudes de segmentos.

(Congruencia 3) Una congruencia preserva medidas de ángulos.

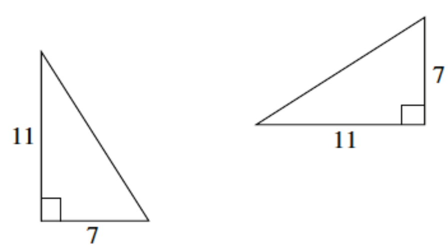
La notación utilizada para la congruencia es ≅.

Grupo de problemas

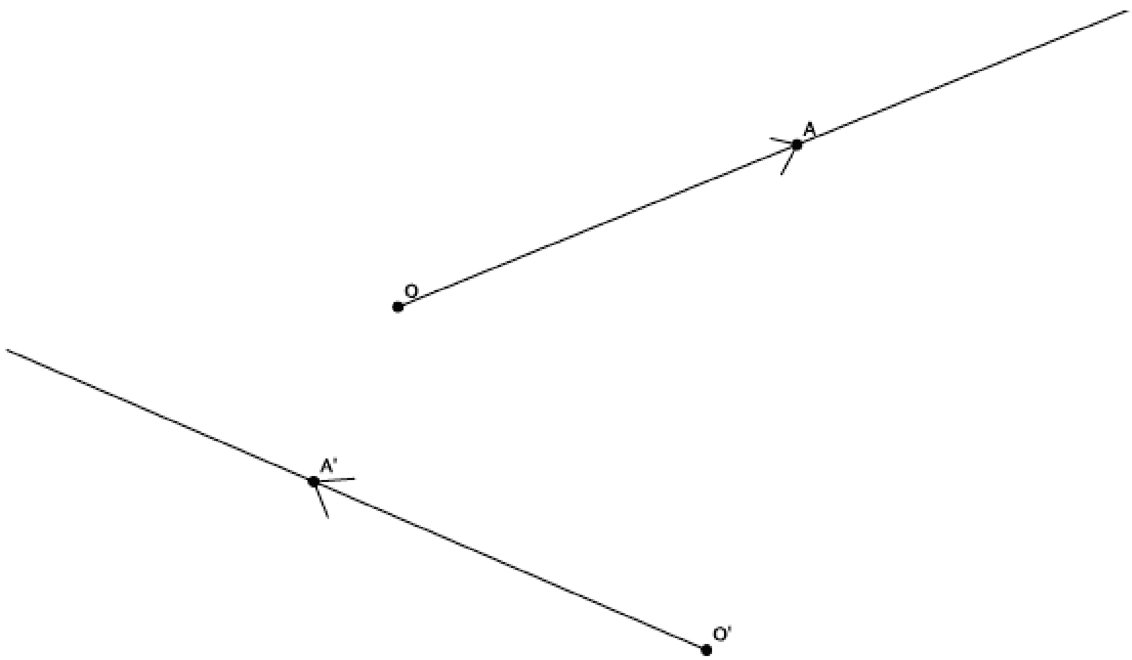
1. Dados dos triángulos rectángulos con longitudes mostradas a continuación, ¿hay un movimiento rígido básico que trace uno con el otro? Explica.



2. ¿Son congruentes los dos triángulos rectángulos mostrados a continuación? Si es así, describe una congruencia que trazaría un triángulo sobre el otro.



3. Dados dos rayos, $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{O'A'}$:



a. Describe una congruencia que trace $\overrightarrow{OA}$ con $\overrightarrow{O'A'}$.

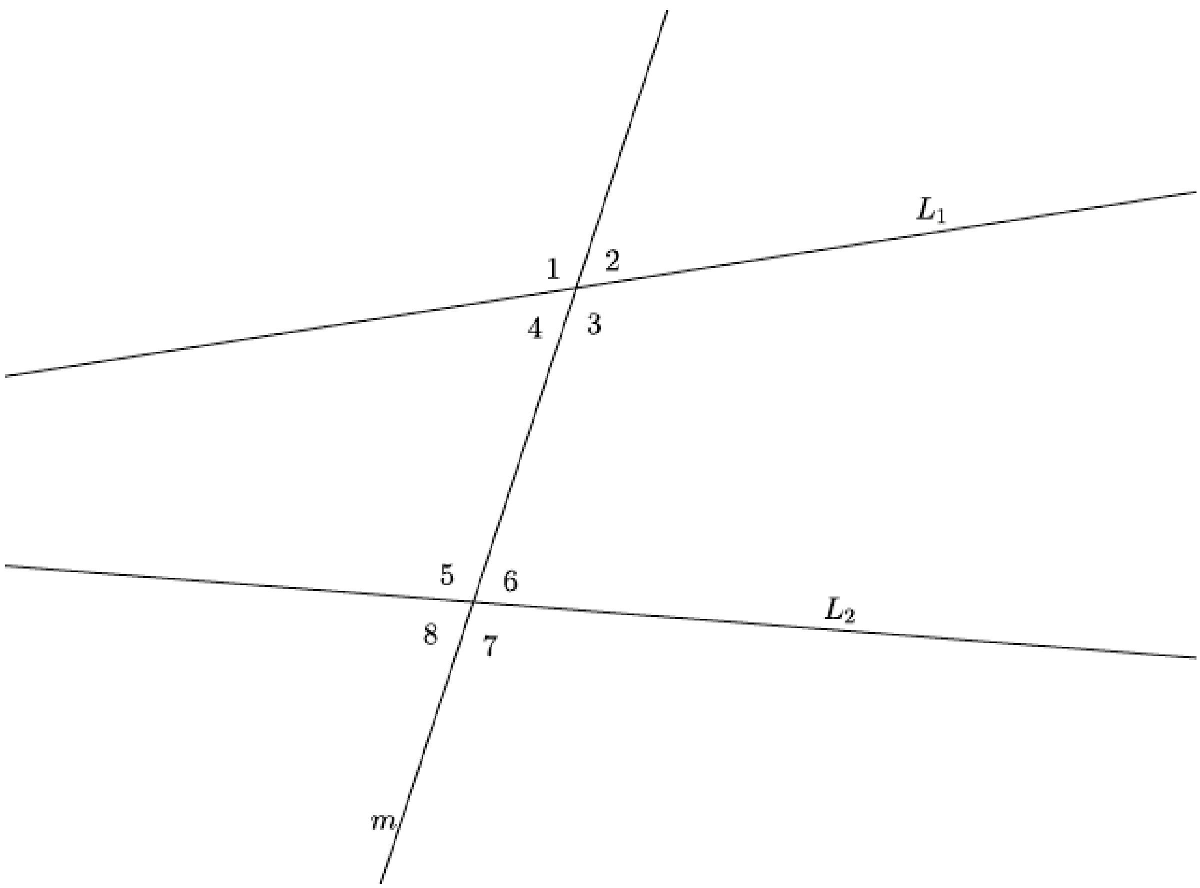
b. Describe una congruencia que trace $\overrightarrow{O'A'}$ con $\overrightarrow{OA}$.

Lección 12: Ángulos asociados con líneas paralelas

Trabajo en clase

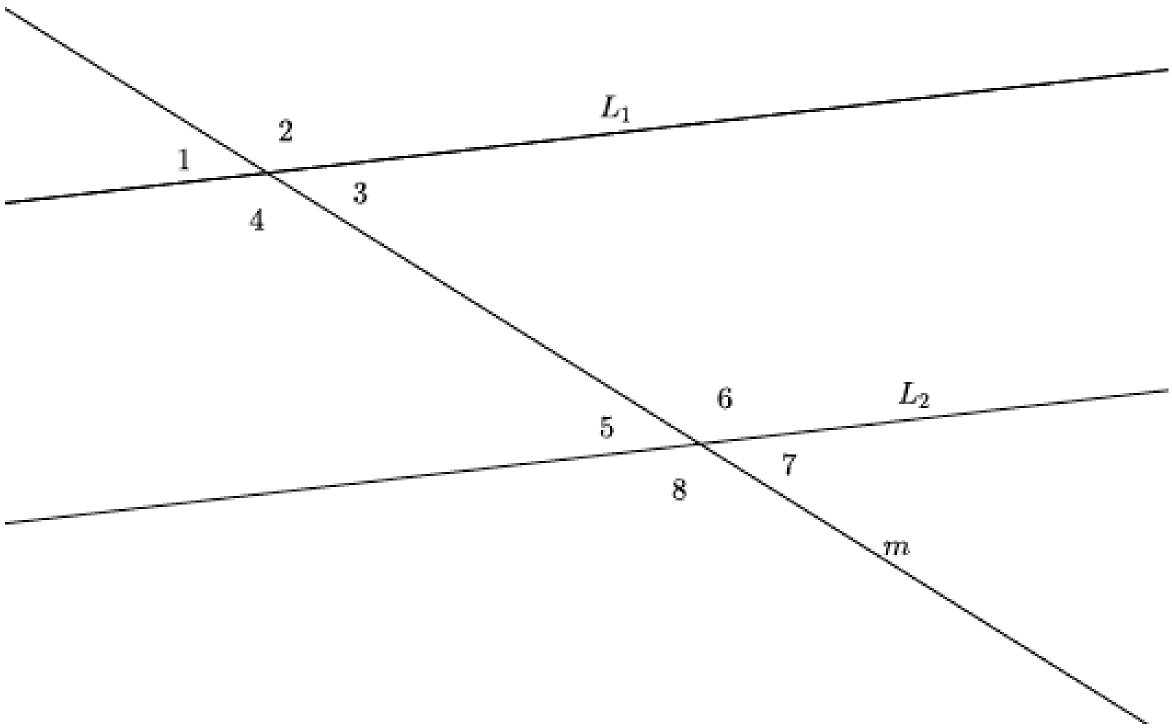
Desafío exploratorio 1

En la siguiente imagen, L_1 no es paralela a L_2 y m es su transversal. Usa un transportador para medir los ángulos del 1 al 8. ¿Cuáles, si los hay, son de igual medida? Explica por qué. (Usa tu transparencia si es necesario).



Desafío de exploración 2

En la siguiente figura, $L_1 \parallel L_2$ y m es la transversal. Usa un transportador para medir los ángulos del 1 al 8. Escribe los ángulos que miden lo mismo.

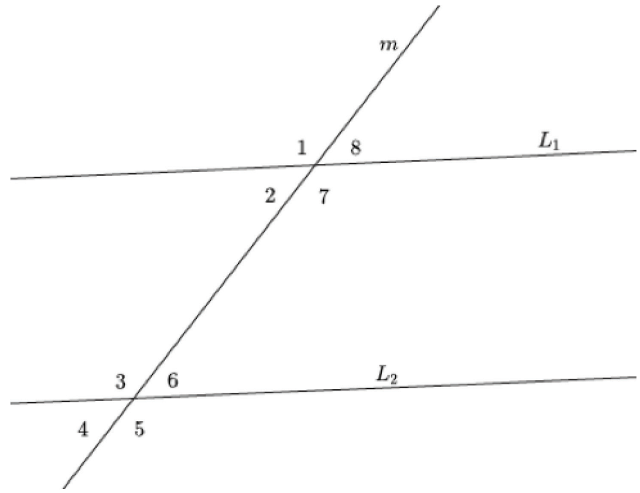


a. ¿Qué notas sobre las medidas de $\angle 1$ y $\angle 5$? ¿Por qué crees que esto es cierto? (Usa tu transparencia si es necesario).

b. ¿Qué notas sobre las medidas de $\angle 3$ y $\angle 7$? ¿Por qué crees que esto es cierto? (Usa tu transparencia si es necesario). ¿Hay otros pares de ángulos con esta misma relación? Si es así, escríbelos.

c. ¿Qué notas sobre las medidas de $\angle 4$ y $\angle 6$? ¿Por qué crees que esto es cierto? (Usa tu transparencia si es necesario). ¿Hay otro par de ángulos con esta misma relación?

Resumen de la lección



Los ángulos que están en el mismo lado de la transversal en posiciones correspondientes (arriba de cada L_1 y L_2 o debajo de cada L_1 y L_2) se denominan *ángulos correspondientes.* Por ejemplo, $\angle 2$ y $\angle 4$ son ángulos correspondientes.

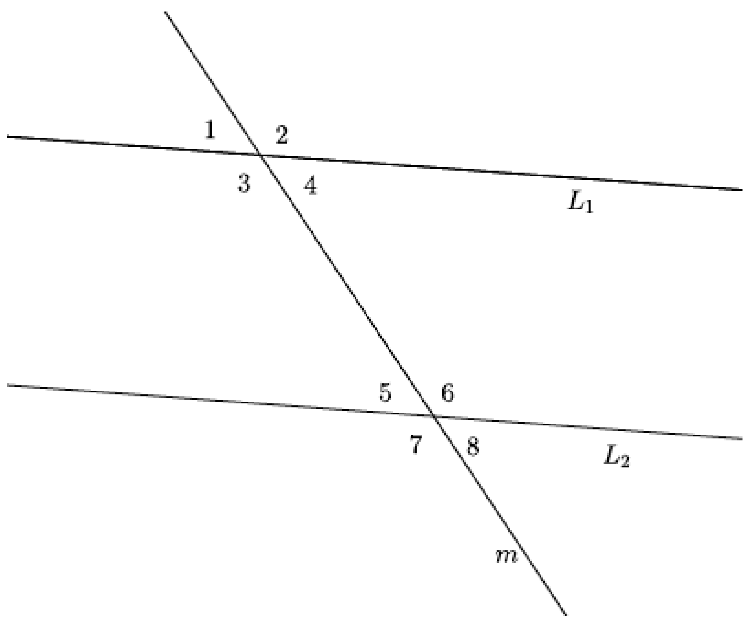
Cuando los ángulos están en lados opuestos de la transversal y entre (dentro de) las rectas L_1 y L_2, se les llama *ángulos alternos internos.* Por ejemplo, $\angle 3$ y $\angle 7$ son ángulos alternos internos.

Cuando los ángulos están en lados opuestos de la transversal y fuera de las rectas paralelas (arriba de L_1 y debajo de L_2), se llaman *ángulos alternos externos.* Por ejemplo, $\angle 1$ y $\angle 5$ son ángulos alternos externos.

Cuando las rectas paralelas son cortadas por una transversal los ángulos correspondientes, ángulos alternos internos y ángulos alternos externos son de la misma medida. Si las rectas no son paralelas, entonces los ángulos no son de la misma medida.

Grupo de problemas

Usa el siguiente diagrama para realizar los Problemas del 1 al 10.



1. Identifica todos los pares de ángulos correspondientes. ¿Los pares de ángulos correspondientes son de igual medida? ¿Cómo lo sabes?

2. Identifica todos los pares de ángulos alternos internos. ¿Los pares de ángulos alternos internos son de igual medida? ¿Cómo lo sabes?

3. Utiliza un argumento informal para describir por qué $\angle 1$ y $\angle 8$ son de la misma medida si $L_1 \parallel L_2$.

4. Suponiendo que $L_1 \parallel L_2$, si la medida de $\angle 4$ es $73°$, ¿cuál es la medida de $\angle 8$? ¿Cómo lo sabes?

5. Suponiendo que $L_1 \parallel L_2$, si la medida de $\angle 3$ es $107°$ grados, ¿cuál es la medida de $\angle 6$? ¿Cómo lo sabes?

6. Suponiendo que $L_1 \parallel L_2$,, si la medida de $\angle 2$ es $107°$, ¿cuál es la medida de $\angle 7$? ¿Cómo lo sabes?

7. ¿Tus respuestas de los Problemas 4-6 serían las mismas si no supieras que $L_1 \parallel L_2$? ¿Por qué sí o por qué no?

8. Utiliza un argumento informal para describir por qué $\angle 1$ y $\angle 5$ son de la misma medida si $L_1 \parallel L_2$.

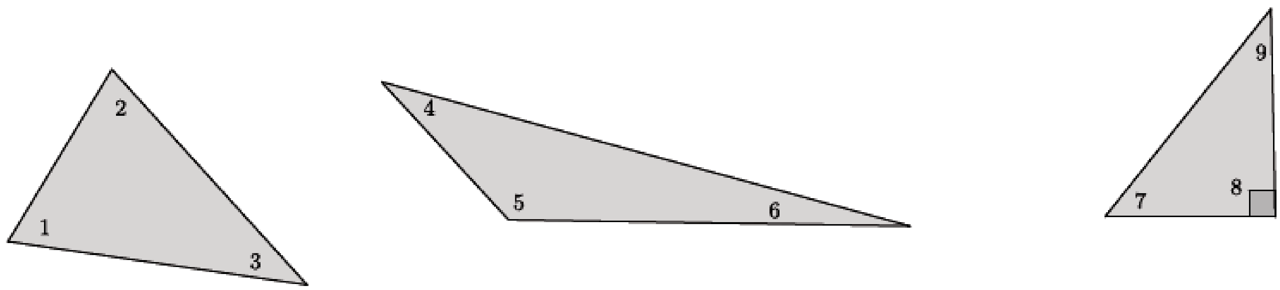
9. Utiliza un argumento informal para describir por qué $\angle 4$ y $\angle 5$ son de la misma medida si $L_1 \parallel L_2$.

10. Asume que L_1 no es paralela a L_2. Explica por qué $\angle 3 \neq \angle 7$.

Lección 13: Suma de ángulos de un triángulo

Trabajo en clase

Desarrollo del concepto

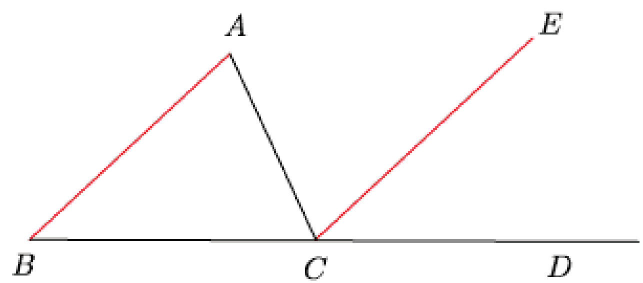


$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = m\angle 7 + m\angle 8 + m\angle 9 = 180°$$

Nota que la suma de las medidas de los ángulos 7 y 9 debe ser igual a 90° por el ángulo recto conocido en el triángulo rectángulo.

Desafío de exploración 1

Sea el triángulo ABC. En la semirrecta de B a C, toma un punto D de manera que C se encuentre entre B y D. Dibuja un segmento paralelo a C a través del punto $\overline{AB}$, como se indica. Extiende los segmentos AB y CE. La línea AC es la transversal que intersecta las rectas paralelas.



a. Nombra los tres ángulos internos del triángulo ABC.

b. Nombra el ángulo recto.

c. ¿Qué tipo de ángulos son $\angle ABC$ y $\angle ECD$? ¿Qué quiere decir esto sobre sus medidas?

d. ¿Qué tipo de ángulos son $\angle BAC$ y $\angle ECA$? ¿Qué quiere decir esto sobre sus medidas?

e. Sabemos que $m\angle BCD = m\angle BCA + m\angle ECA + m\angle ECD = 180°$. Usa la sustitución para mostrar que las medidas de los tres ángulos internos de un triángulo es la suma de $180°$.

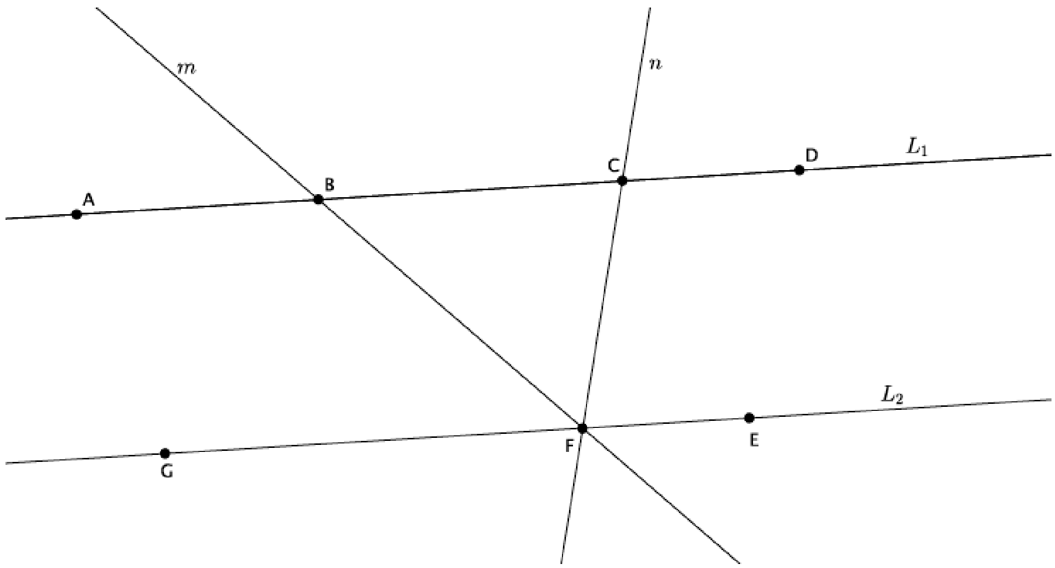
Resumen de la lección

Todos los triángulos tienen una suma de medidas de los ángulos internos igual a $180°$.

La prueba de que un triángulo tiene una suma de medidas de los ángulos internos igual a $180°$ depende del conocimiento de los ángulos rectos y las relaciones de los ángulos de las líneas paralelas cortadas por una transversal.

Desafío exploratorio 2

La figura a continuación muestra las rectas paralelas L_1 y L_2. Deja que m y n sean las transversales que intersecan L_1 en los puntos B y C, respectivamente, y L_2 en el punto F, como se muestra. Deja que A sea un punto en L_1 a la izquierda de B, D sea un punto en L_1 a la derecha de C, G sea un punto en L_2 a la izquierda de F, y E sea un punto en L_2 a la derecha de F.



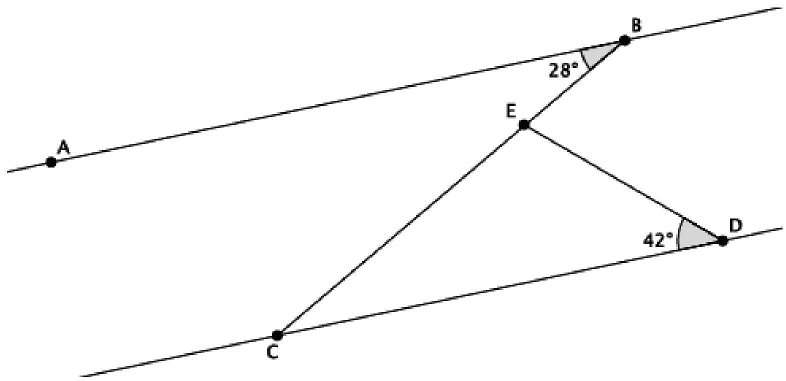
a. Nombra el triángulo en la figura.

b. Nombra un ángulo recto que sea útil para comprobar que la suma de las medidas de los ángulos internos del triángulo es $180°$.

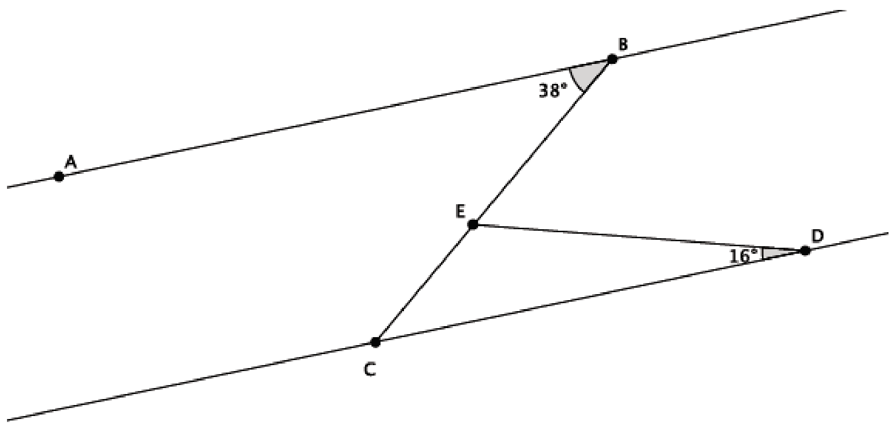
c. Escribe tu prueba a continuación.

Grupo de problemas

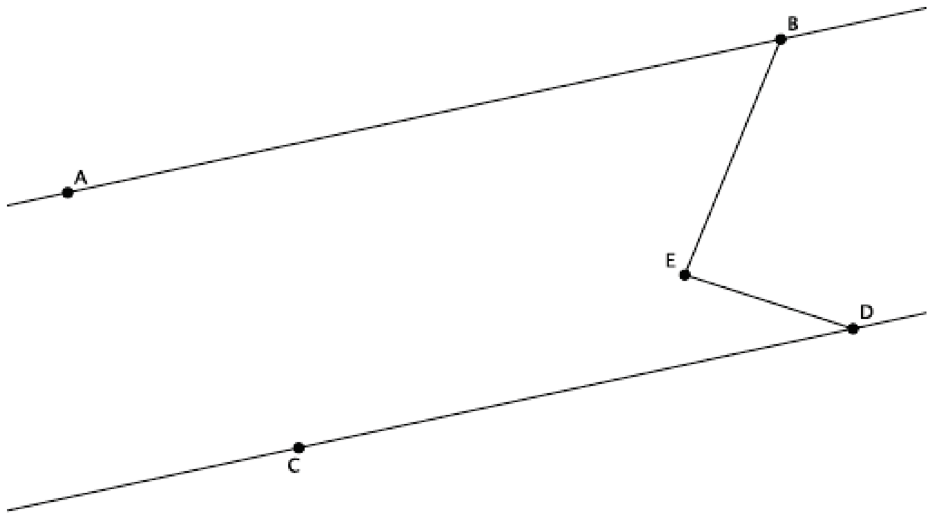
1. En el siguiente diagrama, la línea AB es paralela a la línea CD, esto es, $L_{AB} \parallel L_{CD}$. La medida de $\triangle ABC$ es 28° y la medida de $\angle EDC$ es 42 °. Encuentra la medida de $\angle CED$. Explica por qué tienes la razón presentando un argumento informal que utilice la suma de ángulos de un triángulo.



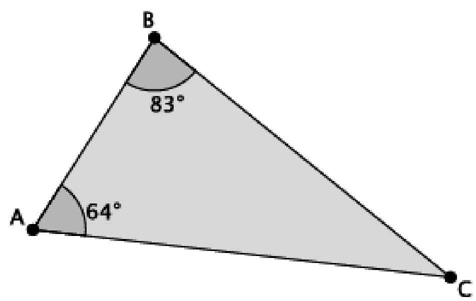
2. En el siguiente diagrama, la línea AB es paralela a la línea CD, esto es, $L_{AB} \parallel L_{CD}$. La medida de $\angle ABE$ es 38°, y la medida de $\angle EDC$ es 16 °. Encuentra la medida de $\angle BED$. Explica por qué tienes la razón presentando un argumento informal que utilice la suma de ángulos de un triángulo. (Pista: Encuentra la medida de $\angle CED$ primero, y después usa esta medida para encontrar la medida de $\angle BED$).



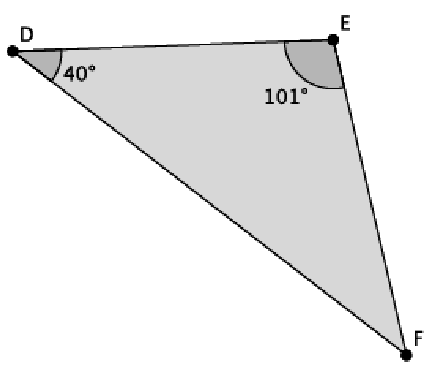
3. En el siguiente diagrama, la línea AB es paralela a la línea CD, esto es, $L_{AB} \parallel L_{CD}$. La medida de $\angle ABE$ es 56° y la medida de $\angle EDC$ es 22 °. Encuentra la medida de $\angle BED$. Explica por qué tienes la razón presentando un argumento informal que utilice la suma de ángulos de un triángulo. (Pista: Extiende el segmento BE de manera que interseque la línea CD).



4. ¿Cuál es la medida de $\angle ACB$?



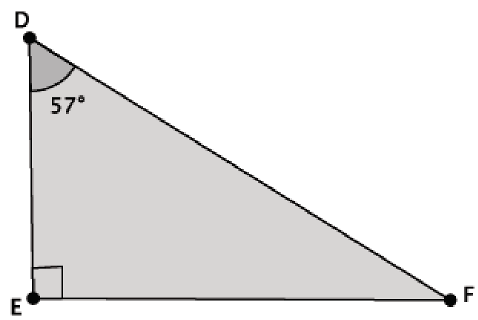
5. ¿Cuál es la medida de $\angle EFD$?



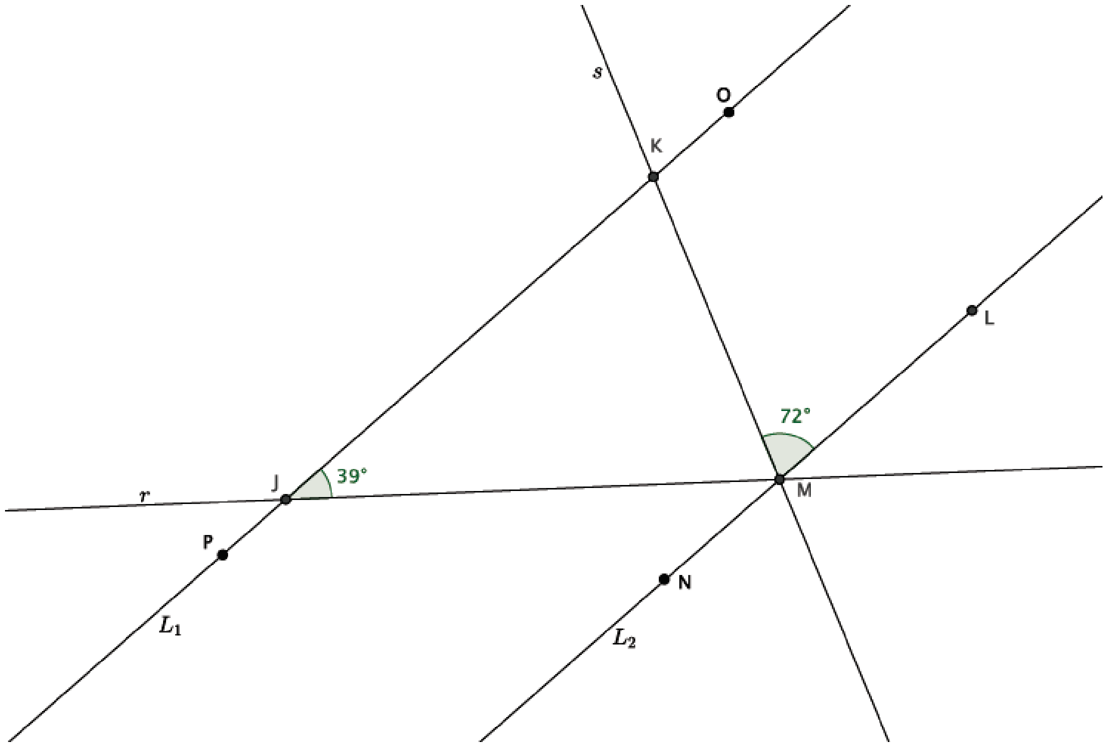
6. ¿Cuál es la medida de $\angle HIG$?

7. ¿Cuál es la medida de $\angle ABC$?

8. Triángulo DEF es un triángulo rectángulo. ¿Cuál es la medida de $\angle EFD$?



9. En el siguiente diagrama, las rectas L_1 y L_2 son paralelas. Las transversales r y s intersecan ambas rectas en los puntos que se muestran a continuación. Determina la medida de $\angle JMK$. Explica cómo sabes que estás en lo correcto.

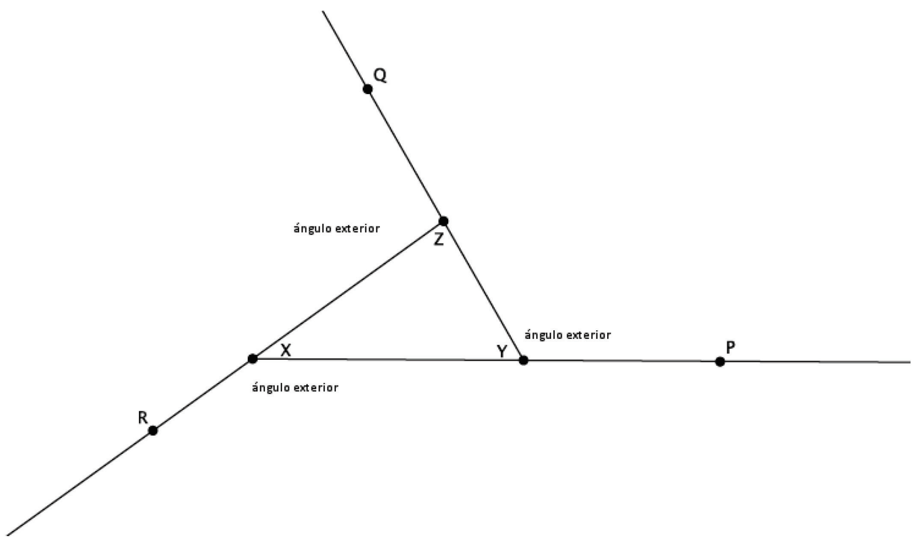


Lección 14: Más sobre los ángulos de un triángulo

Trabajo en clase

Ejercicios 1–4

Usen el siguiente diagrama para completar los Ejercicios 1-4.



1. Nombra un ángulo exterior y los ángulos interiores remotos relacionados.

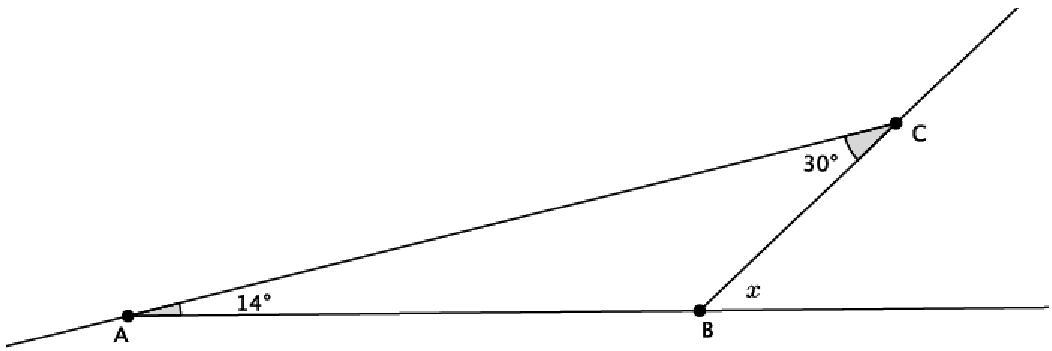
2. Nombra un segundo ángulo exterior y los ángulos interiores remotos relacionados.

3. Nombra un tercer ángulo exterior y los ángulos interiores remotos relacionados.

4. Muestra que la medida de un ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores remotos relacionados.

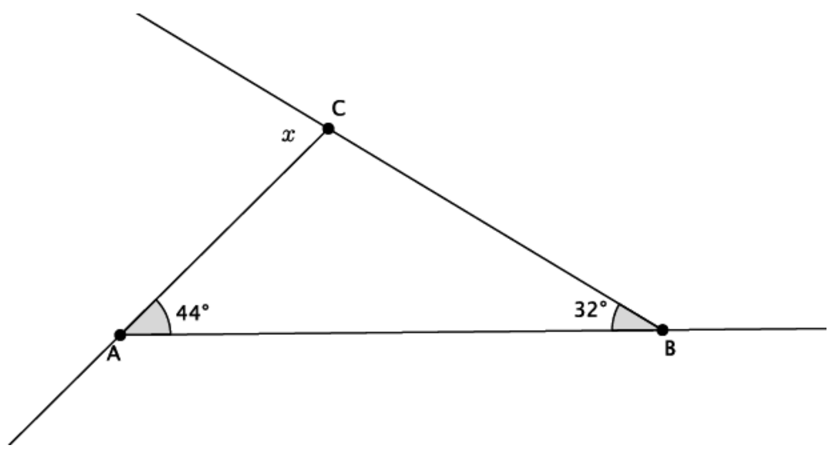
Ejemplo 1

Determina la medida del ángulo x.



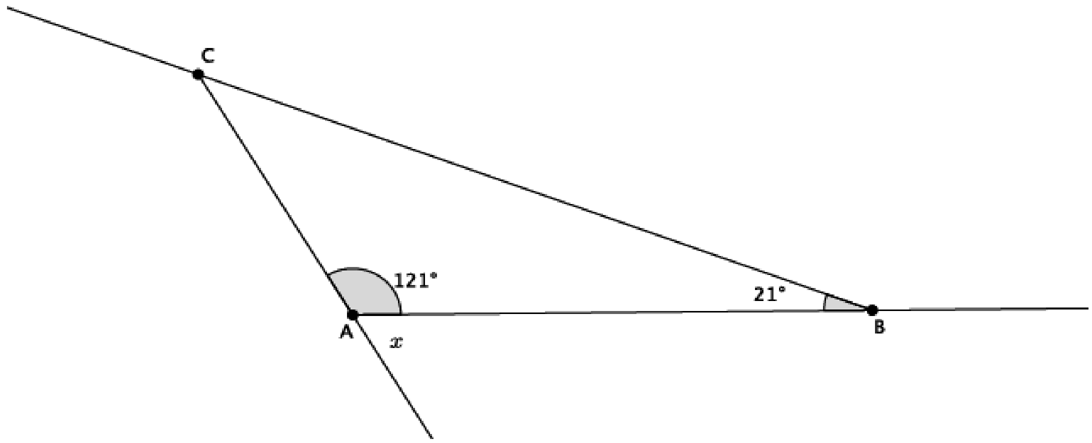
Ejemplo 2

Determina la medida del ángulo x.



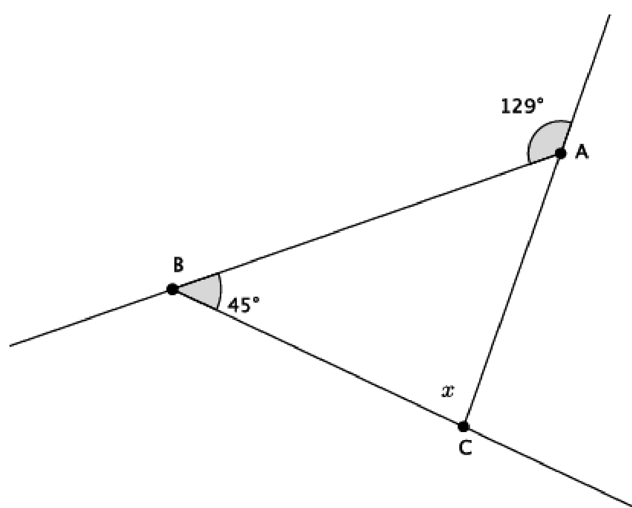
Ejemplo 3

Determina la medida del ángulo x.



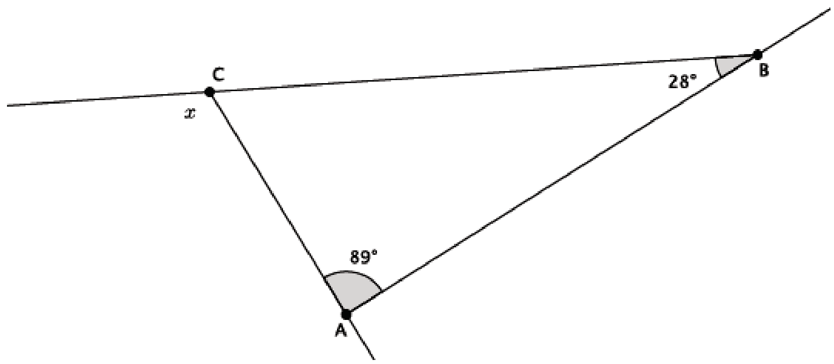
Ejemplo 4

Determina la medida del ángulo x.

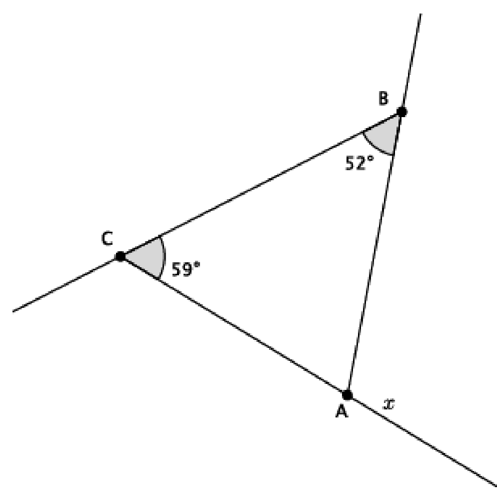


Ejercicios 5–10

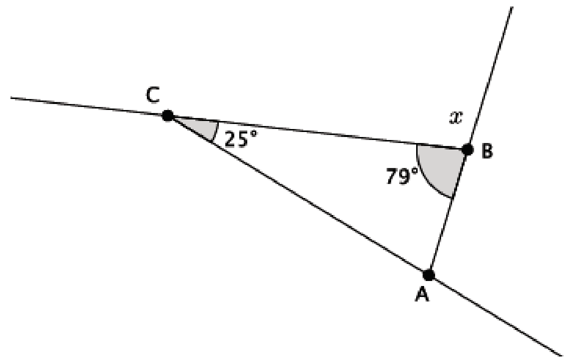
5. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



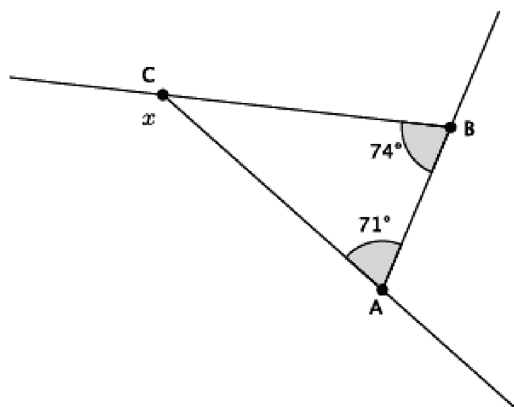
6. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



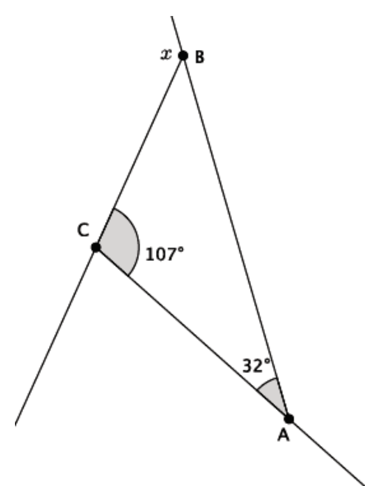
7. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



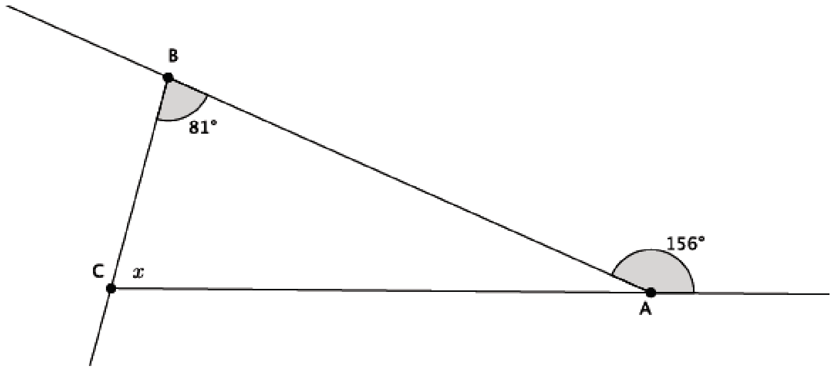
8. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



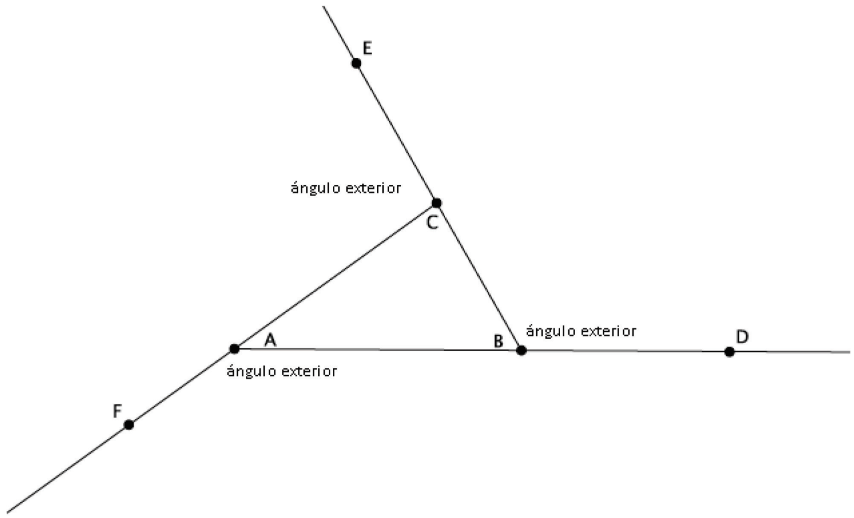
9. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



10. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



Resumen de la lección

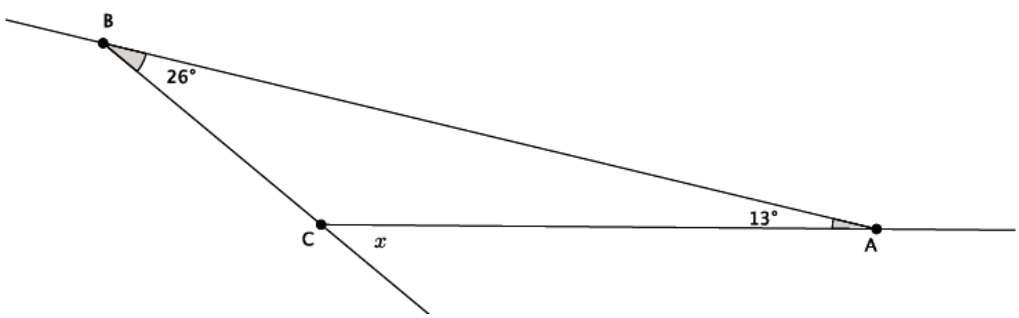


La suma de las medidas de los ángulos interiores remotos de un triángulo es igual a la medida del ángulo exterior relacionado. Por ejemplo, $\angle CAB + \angle ABC = \angle ACE$.

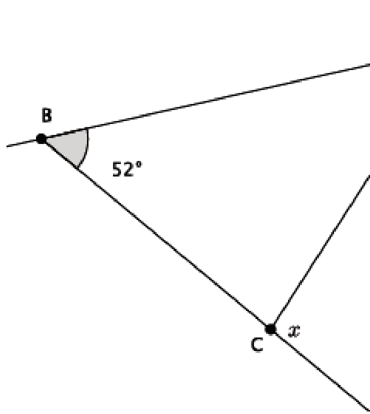
Grupo de problemas

Para cada uno de los siguientes problemas, usen el diagrama para determinar la medida de ángulo faltante. Muestra tu trabajo.

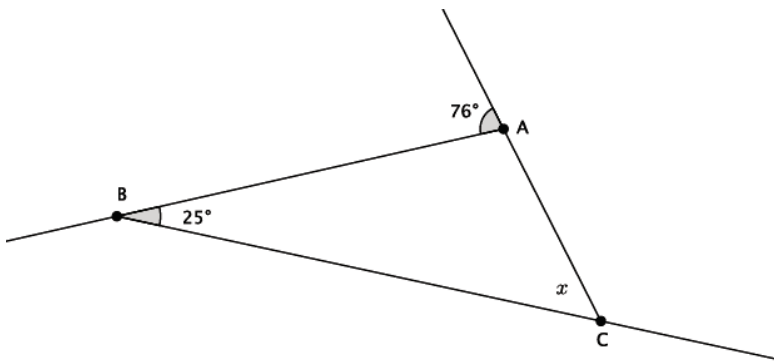
1. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



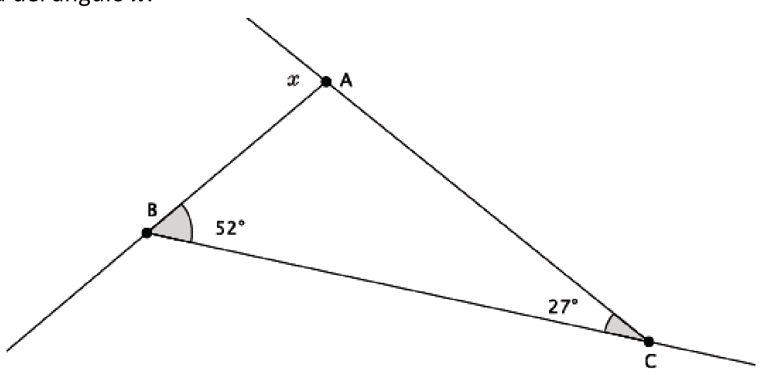
2. Determina la medida del ángulo x.



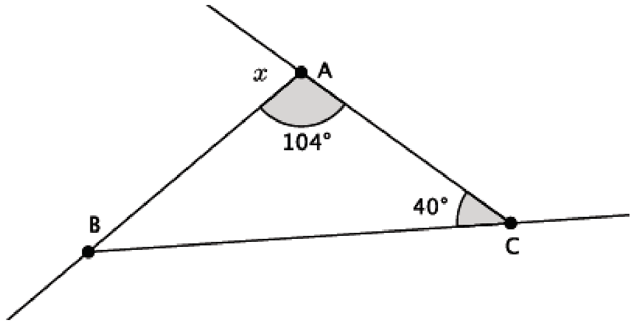
3. Determina la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



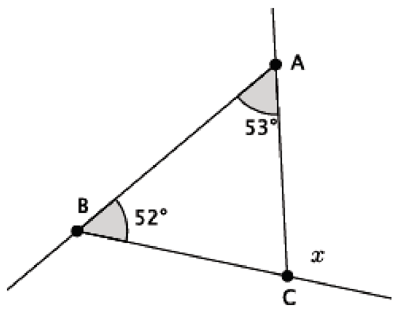
4. Determina la medida del ángulo x.



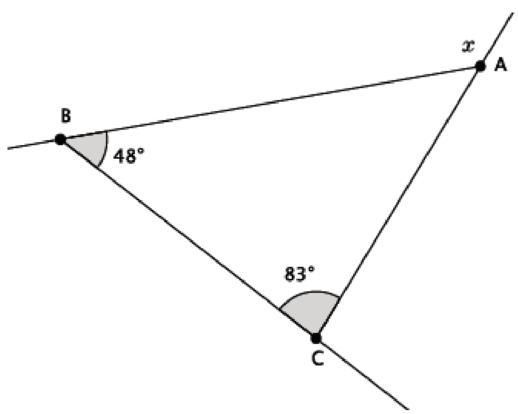
5. Determina la medida del ángulo x.



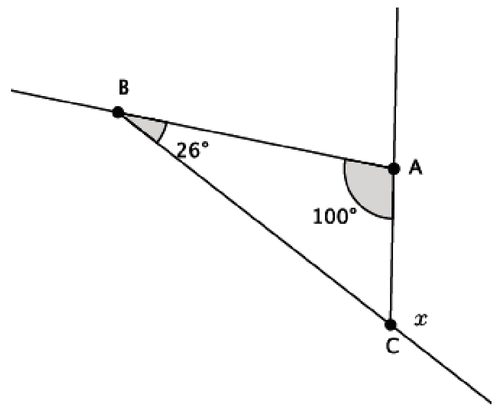
6. Determina la medida del ángulo x.



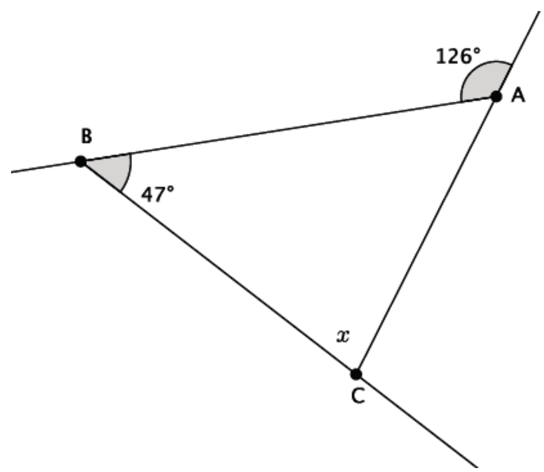
7. Determina la medida del ángulo x.



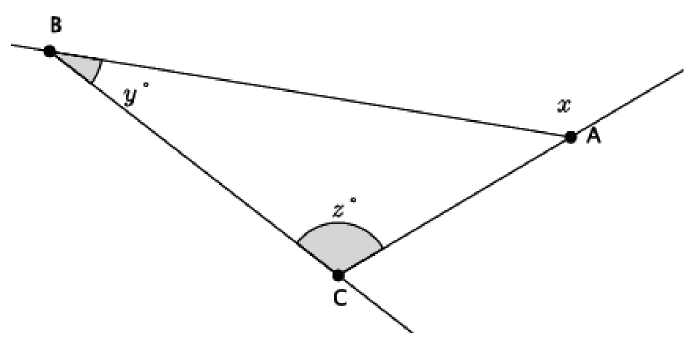
8. Determina la medida del ángulo x.



9. Determina la medida del ángulo x.



10. Escribe una ecuación que les permita determinar la medida del ángulo x. Presenta un argumento informal mostrando que su respuesta es correcta.



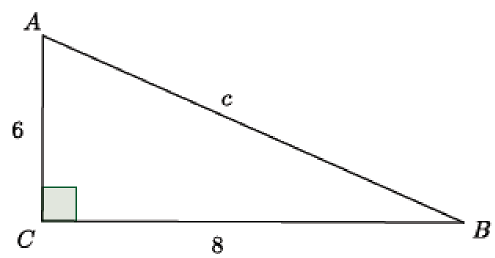
Lección 15: Prueba informal del teorema de Pitágoras

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Ahora que sabemos qué es el teorema de Pitágoras, practiquemos usándolo para calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Determina la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo.



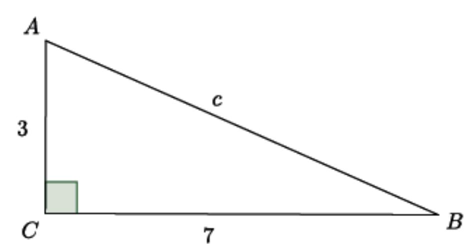
El teorema de Pitágoras afirma que para los triángulos rectángulos $a^2 + b^2 = c^2$, donde a y b son los catetos, y c es la hipotenusa. Entonces,

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \\ 6^2 + 8^2 &= c^2 \\ 36 + 64 &= c^2 \\ 100 &= c^2. \end{aligned}$$

Puesto que sabemos que $100 = 10^2$, podemos decir que la hipotenusa c es 10

Ejemplo 2

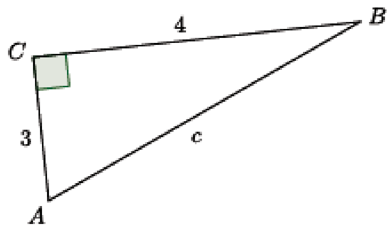
Determina la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo.



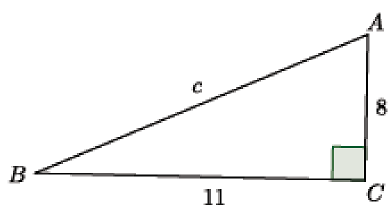
Ejercicios 1–5

Para cada uno de los ejercicios, determina la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo mostrado.
Nota: Las figuras no están dibujadas a escala.

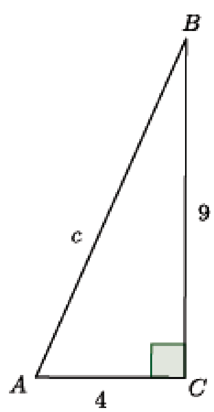
1.



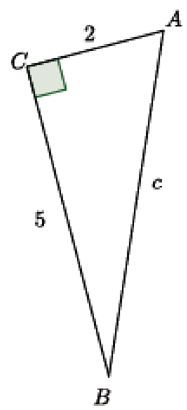
2.



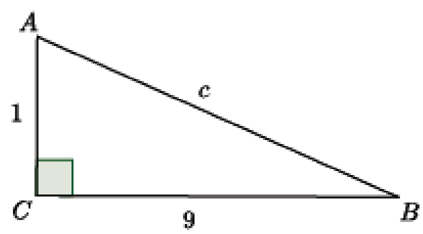
3.



4.

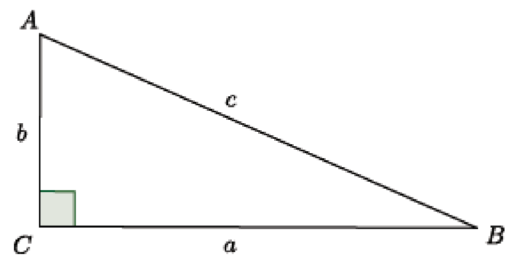


5.



Resumen de la lección

Dado un triángulo rectángulo ABC con C como el vértice del ángulo recto, entonces los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ se llaman los catetos de $\triangle ABC$, y $\overline{AB}$ se llama la hipotenusa de $\triangle ABC$.



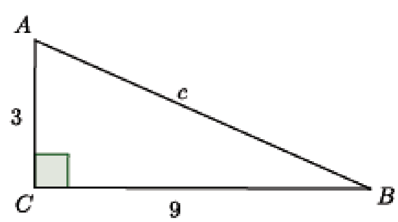
Tome nota del hecho de que el lado a es opuesto al ángulo A, el lado b es opuesto al ángulo B, y el lado c es opuesto al ángulo C.

El teorema de Pitágoras afirma que, para cualquier triángulo rectángulo, $a^2 + b^2 = c^2$.

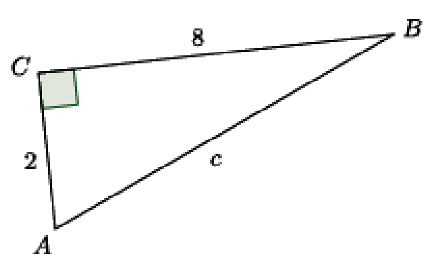
Grupo de problemas

Para cada uno de los problemas a continuación, determina la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo mostrado. Nota: Las figuras no están dibujadas a escala.

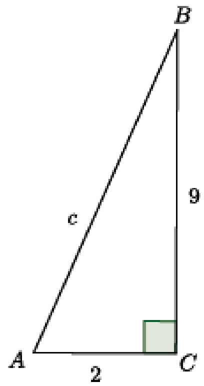
1.



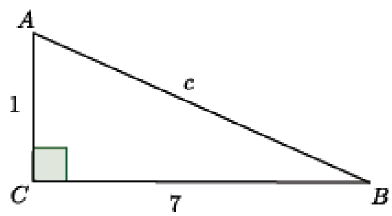
2.



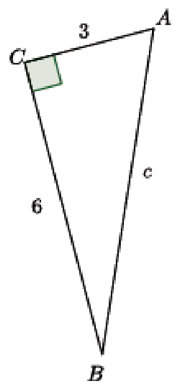
3.



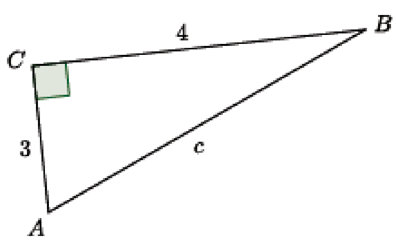
4.



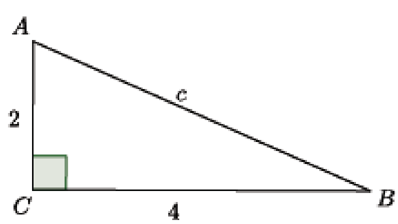
5.



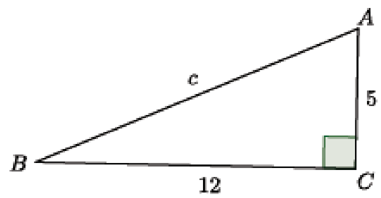
6.



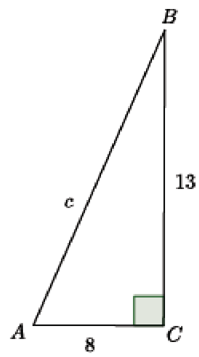
7.



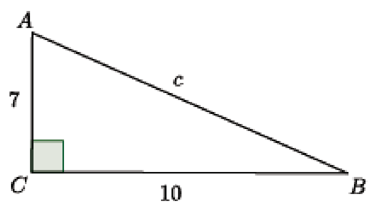
8.



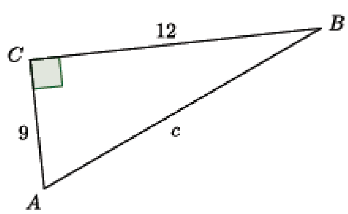
9.



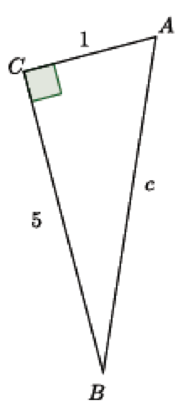
10.



11.



12.

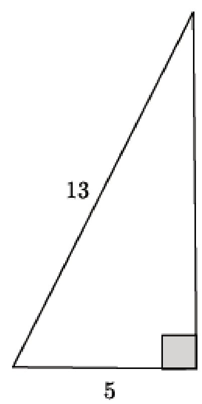


Lección 16: Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Trabajo en clase

Ejemplo 1

Dado un triángulo rectángulo con una hipotenusa con 13 unidades de longitud y un cateto con 5 unidades de longitud, como se muestra, determina la longitud del otro cateto.

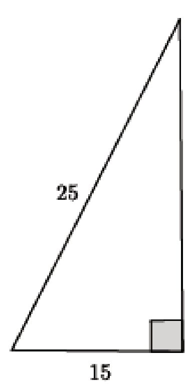


$$5^2 + b^2 = 13^2$$
$$5^2 - 5^2 + b^2 = 13^2 - 5^2$$
$$b^2 = 13^2 - 5^2$$
$$b^2 = 169 - 25$$
$$b^2 = 144$$
$$b = 12$$

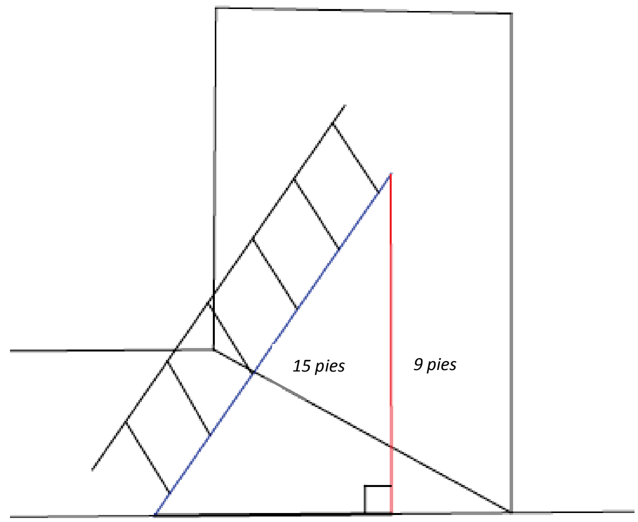
La longitud del cateto es 12 unidades.

Ejercicios 1–2

1. Usa el teorema de Pitágoras para encontrar la longitud desconocida del cateto del triángulo rectángulo.

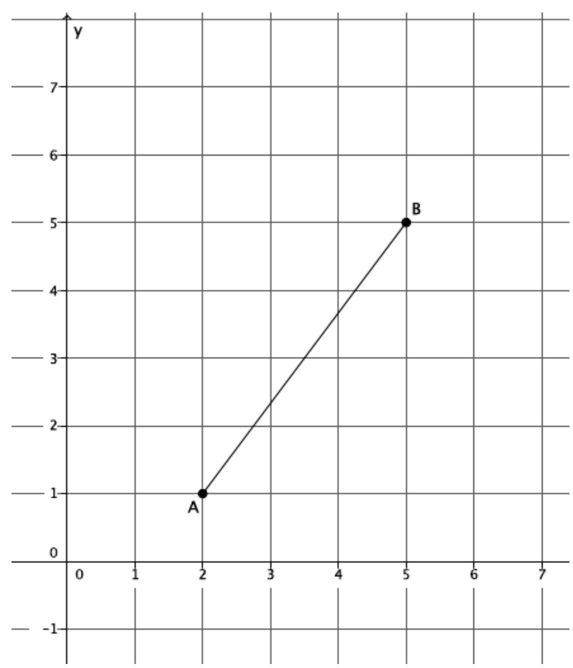


2. Tienes una 15 escalera y necesita alcanzar exactamente 9 por encima de la pared. ¿A qué distancia de la pared debes colocar la escalera para que pueda llegar al lugar deseado?

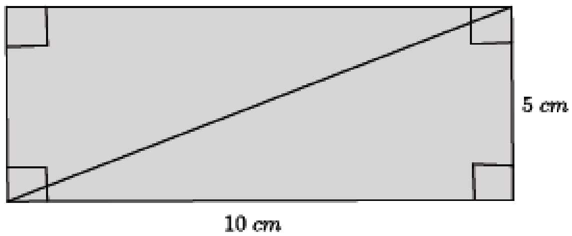


Ejercicios 3–6

3. Encuentra la longitud del segmento AB, si es posible.

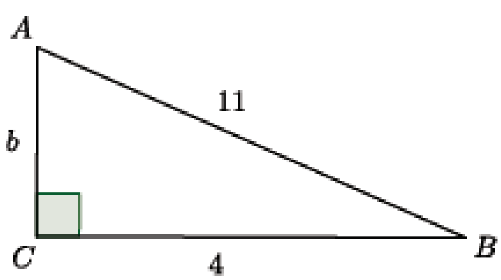


4. Dado un rectángulo con dimensiones 5 cm y 10 cm, como se muestra, encuentra la longitud de la diagonal, si es posible.



5. Un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa de longitud 13 pulg. y un cateto con 4 pulg.. de longitud. ¿Cuál es la longitud del otro cateto?

6. Encuentra la longitud de b en el triángulo rectángulo siguiente si es posible.



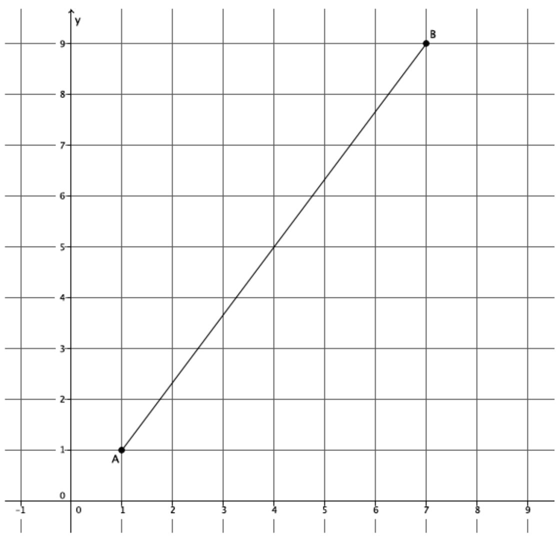
Resumen de la lección

El teorema de Pitágoras se puede utilizar para encontrar la longitud desconocida del cateto de un triángulo rectángulo.

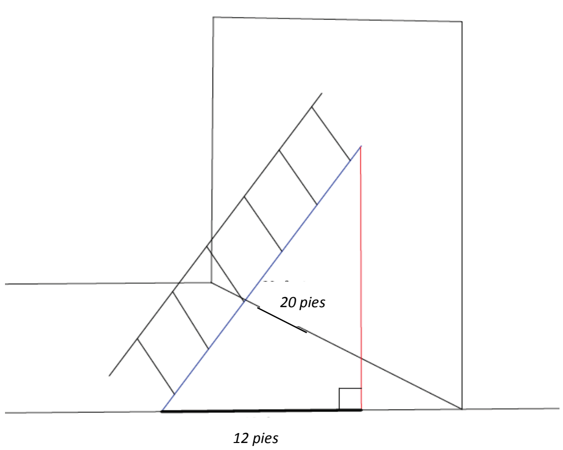
Una aplicación del teorema de Pitágoras permite calcular la longitud de una diagonal de un rectángulo, la distancia entre dos puntos en el plano de coordenadas y la altura que puede alcanzar una escalera, ya que se apoya contra una pared.

Grupo de problemas

1. Encuentra la longitud del segmento AB que se muestra a continuación, si es posible.



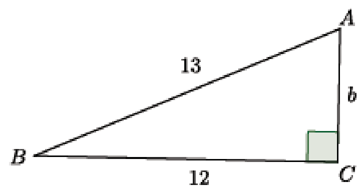
2. Una 20 escalera se coloca 12 pies contra la pared, como se muestra. ¿A qué altura de la pared llega a la escalera?



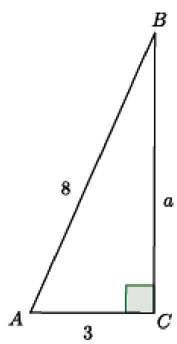
3. Un rectángulo tiene dimensiones 6 pulg.. de 12 pulg... ¿Cuál es la longitud de la diagonal del rectángulo?

Usa el teorema de Pitágoras para encontrar las longitudes de los lados que faltan para los triángulos que aparecen en los Problemas 4-8.

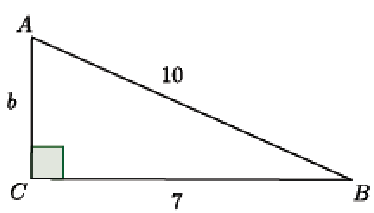
4. Determina la longitud del lado que falta, si es posible.



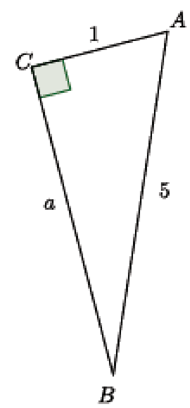
5. Determina la longitud del lado que falta, si es posible.



6. Determina la longitud del lado que falta, si es posible.



7. Determina la longitud del lado que falta, si es posible.



8. Determina la longitud del lado que falta, si es posible.